

В.М. Язовских, В.Я. Беленький, Д.Н. Трушников
V.M. Yazovskih, V.Ya. Belenkiy, D.N. Trushnikov

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
State National Research Politechnic University of Perm

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СВАРКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛ

CREATION OF MATHEMATICAL MODEL WELDING OF CYLINDRICAL BODIES

Систематизирован способ построения математических моделей сварки цилиндрических тел с использованием метода функций Грина. Приведены наиболее часто используемые на практике функции Грина в зависимости от краевых условий и геометрии свариваемых тел. Описана методика построения функций Грина. Приведены некоторые решенные задачи. Все расчеты и построение графиков проводились с помощью математического пакета Mathcad.

Ключевые слова: сварка цилиндрических тел, математическая модель, метод функций Грина.

Systematic way of creation mathematical models of welding of cylindrical bodies using Green's function method. Are the most commonly used in practice, the Green's function depending on the boundary conditions and geometry of the welded body. A technique for constructing the Green's functions. All calculations and plotting were performed using the mathematical package Mathcad.

Keywords: welding of cylindrical bodies, mathematical model, Green's function method.

Сварочные процессы относятся к высокотемпературным технологическим процессам, при которых нагрев и охлаждение свариваемых изделий могут привести к значительным изменениям свойств и состояния материала и оказывать влияние на качество всей конструкции в целом. Построением математических моделей (ММ), позволяющих решать технологические и исследовательские задачи сварочных процессов, занимаются многие исследователи. Значительная часть ММ построена на основе общей теории теплопроводности.

В настоящей работе предлагается способ решения дифференциального уравнения теплопроводности в цилиндрических координатах со сварочными источниками тепла с использованием метода функций Грина. Наиболее значительной работой в этом направлении является монография В.И. Махненко и Т.Г. Кравцова [1]. В то же время в этой работе большая часть решений использует безразмерные параметры, что не всегда удобно.

Ранее одним из авторов данной работы была предложена методика построения тепловых моделей сварочных процессов методом функций Грина в декартовой системе координат [2, 3]. Подобная структура приведена и в данной работе.

Уравнение теплопроводности со сварочными тепловыми источниками в цилиндрической системе координат в неподвижных твердых телах имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + F(r, \varphi, z, t).$$

Решение данного дифференциального уравнения методом функций Грина:

$$T(r, \varphi, z, t) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} G(r, r', \varphi, \varphi', z, z', t - \tau) \mathcal{W}(r', \varphi', z', \tau) \partial r' \partial \varphi' \partial z' \partial \tau,$$

где $\mathcal{W}(r', \varphi', z', \tau)$ – стандартизирующая функция задачи, зависящая от формы источника тепла, начальных и граничных условий; $G(r, r', \varphi, \varphi', z, z', t - \tau)$ – функция Грина конкретной задачи; r, φ, z – координаты контрольной точки; r', φ', z' – координаты теплового источника.

Таким образом, для каждой конкретной задачи необходимо выбрать соответствующую функцию Грина и определиться со стандартизирующей функцией. Если мы примем, что начальные условия первого (температура на границах рассматриваемой области) и второго (тепловой поток на границах) рода равны нулю, то стандартизирующая функция становится равной функции сварочного источника тепла. Функции Грина широко используются в математической физике для решения самых разнообразных задач. Так, в одной из последних книг А.Д. Полянина [4] приведены решения более 2000 стационарных и нестационарных краевых задач математической физики методом функций Грина. Авторы настоящей статьи использовали функции Грина, систематизированные в указанной работе А.Д. Полянина.

Для трехмерных краевых задач функцию Грина можно представить в виде произведения [3]:

$$G(r, r', \varphi, \varphi', z, z', t) = G_1(r, r', \varphi, \varphi', t) G_2(z, z', t),$$

где $G_1(r, r', \varphi, \varphi', t)$ – функция Грина двумерной краевой задачи в полярной системе координат; $G_2(z, z', t)$ – функция Грина соответствующей одномерной краевой задачи в декартовой системе координат.

Данная статья состоит из четырех частей: первая часть – рассмотрение функции Грина для двумерных краевых задач в полярной системе координат; вторая часть – рассмотрение функции Грина для одномерных краевых задач

в декартовой системе координат: третья часть – математическое описание некоторых сварочных источников тепла: четвертая часть – примеры решения с построением графиков некоторых типовых сварочных задач. Все решения и построение графиков производились с использованием пакета Mathcad.

1. Функции Грина для двумерных краевых задач в полярной системе координат

1.1. Область: $0 << r << R, 0 << \varphi << 2\pi$. Первая краевая задача.

Краевые условия: $T(r, \varphi, 0) = 0$ – начальное условие;

$T(R, \varphi, t) = 0$ – граничное условие.

Функция Грина:

$$G(r, r', \varphi, \varphi', t) = \frac{1}{\pi R^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_n}{[J_n'(\mu_{n,m} R)]^2} J_n(\mu_{n,m} r) J_n(\mu_{n,m} r') \times \\ \times \cos[n(\varphi - \varphi')] \exp(-\mu_{n,m}^2 at), \\ A_0 = 1, A_n = 2 \quad (n = 1, 2, \dots),$$

где $J_n(r')$ – функции Бесселя; $\mu_{n,m}$ – положительные корни трансцендентного уравнения $J_n(\mu_{n,m} R) = 0$.

1.2. Область: $0 << r << R, 0 << \varphi << 2\pi$. Вторая краевая задача.

Краевые условия: $T(r, \varphi, 0) = 0, t = 0$ (начальное условие);

$\frac{\partial T}{\partial r}(R, \varphi, 0) = 0$, при $r = R$ (граничное условие).

Функция Грина:

$$G(r, r', \varphi, \varphi', t) = \frac{1}{\pi R^2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_n \mu_{n,m}^2 J_n(\mu_{n,m} r) J_n(\mu_{n,m} r')}{(\mu_{n,m}^2 R^2 - n^2) [J_n'(\mu_{n,m} R)]^2} \times \\ \times \cos[n(\varphi - \varphi')] \exp(-\mu_{n,m}^2 at), \\ A_0 = 1, A_n = 2 \quad (n = 1, 2, \dots),$$

где $J_n(r')$ – функции Бесселя (штрих означает производную по аргументу); $\mu_{n,m}$ – положительные корни трансцендентного уравнения $J_n'(\mu_{n,m} R) = 0$.

1.3. Область: $R_1 << r << R_2, 0 << \varphi << 2\pi$. Первая краевая задача.

Краевые условия: $T(r, \varphi, 0) = 0$ – начальное условие;

$T(R_1, \varphi, t) = 0, T(R_2, \varphi, t) = 0$ – граничные условия.

$$G(r, r', \varphi, \varphi', t) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_n B_{n,m} Z_n J_n(\mu_{n,m} r) Z_n(\mu_{n,m} r') \times \\ \times \cos[n(\varphi - \varphi')] \exp(-\mu_{n,m}^2 at),$$

$$A_n = \begin{cases} 1/2 & \text{при } n = 0 \\ 1 & \text{при } n \neq 0 \end{cases}$$

$$B_{n,m} = \frac{\mu_{n,m}^2 J_n^2(\mu_{n,m} R_2)}{J_n^2(\mu_{n,m} R_1) - J_n^2(\mu_{n,m} R_2)}$$

$$Z_n(\mu_{n,m} r) = J_n(\mu_{n,m} R_1) Y_n(\mu_{n,m} r) - Y_n(\mu_{n,m} R_1) J_n(\mu_{n,m} r),$$

где $J_n(r)$ и $Y_n(r)$ – функции Бесселя; $\mu_{n,m}$ – положительные корни трансцендентного уравнения

$$J_n(\mu R_1) Y_n(\mu R_2) - Y_n(\mu R_1) J_n(\mu R_2) = 0,$$

1.4. Область: $R_1 \ll r \ll R_2, 0 \ll \varphi \ll 2\pi$. Вторая краевая задача.

Краевые условия: $T(r, \varphi, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$$\frac{\partial T}{\partial r}(R_1, \varphi, 0) = 0, \text{ при } r = R_1,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}(R_2, \varphi, 0) = 0, \text{ при } r = R_2.$$

Функция Грина

$$G(r, r', \varphi, \varphi', t) = \frac{1}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} + \\ + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_n \mu_{n,m}^2 Z_n(\mu_{n,m} r) Z_n(\mu_{n,m} r') \cos[n(\varphi - \varphi')] \exp(-\mu_{n,m}^2 at)}{(\mu_{n,m}^2 R_2^2 - n^2) Z_n^2(\mu_{n,m} R_2) - (\mu_{n,m}^2 R_1^2 - n^2) Z_n^2(\mu_{n,m} R_1)},$$

$$Z_n(\mu_{n,m} r) = J_n'(\mu_{n,m} R_1) Y_n(\mu_{n,m} r) - Y_n'(\mu_{n,m} R_1) J_n(\mu_{n,m} r),$$

$$A_0 = 1, A_n = 2 \quad (n = 1, 2, \dots),$$

где $J_n(r)$ и $Y_n(r)$ – функции Бесселя; $\mu_{n,m}$ – положительные корни трансцендентного уравнения

$$J_n'(\mu R_1)Y_n'(\mu R_2) - Y_n'(\mu R_1)J_n'(\mu R_2) = 0.$$

2. Функции Грина для одномерных краевых задач

2.1. Область: $-\infty \leq x \leq \infty$. Начальное условие: $T(x, 0) = 0$.

Функция Грина

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4at}\right].$$

2.2. Область: $0 \leq x \leq \infty$. Первая краевая задача.

Краевые условия: $T(x, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$T(0, t) = 0$, при $x = 0$ (граничное условие).

Функция Грина

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \left[\exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4at}\right) - \exp\left(-\frac{(x+x')^2}{4at}\right) \right].$$

2.3. Область: $0 \leq x \leq \infty$. Вторая краевая задача.

Краевые условия: $T(x, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$\frac{\partial T}{\partial r}(0, t) = 0$, при $x = 0$ (граничное условие).

Функция Грина

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \left[\exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4at}\right) + \exp\left(-\frac{(x+x')^2}{4at}\right) \right].$$

2.4. Область: $0 \leq x \leq L$. Первая краевая задача.

Краевые условия: $T(x, 0) = 0$ – при $t = 0$ (начальное условие);

$T(0, t) = 0$ при $x = 0$ (граничное условие);

$T(L, t) = 0$ при $x = L$ (граничное условие).

Две формы представления для функции Грина:

$$\begin{aligned} G(x, x', t) &= \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left\{ \exp\left[-\frac{(x-x'+2nL)^2}{4at}\right] - \exp\left[-\frac{(x+x'+2nL)^2}{4at}\right] \right\} = \\ &= \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x'}{L}\right) \exp\left(-\frac{an^2\pi^2 t}{L^2}\right). \end{aligned}$$

Первый ряд быстро сходится при малых t , второй – при больших t .

2.5. Область: $0 \leq x \leq L$. Вторая краевая задача.

Краевые условия: $T(x, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0$, $\frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0$ – граничные условия.

Две формы представления для функции Грина:

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left\{ \exp\left[-\frac{(x-x'+2nL)^2}{4at}\right] + \exp\left[-\frac{(x+x'+2nL)^2}{4at}\right] \right\} =$$

$$= \frac{1}{L} + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x'}{L}\right) \exp\left(-\frac{an^2\pi^2 t}{L^2}\right).$$

Первый ряд быстро сходится при малых t , второй – при больших t .

2.6. Область: $0 \leq x \leq L$. Смешанные краевые задачи.

2.6.1. Краевые условия: $T(x, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0$, $\frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = 0$ – граничные условия.

Две формы представления функции Грина:

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-1)^n \left\{ \exp\left[-\frac{(x-x'+2nL)^2}{4at}\right] - \exp\left[-\frac{(x+x'+2nL)^2}{4at}\right] \right\} =$$

$$= \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi(2n+1)x}{2L}\right) \sin\left(\frac{\pi(2n+1)x'}{2L}\right) \exp\left(-\frac{a\pi^2(2n+1)^2 t}{4L^2}\right).$$

Первый ряд быстро сходится при малых t , второй – при больших t .

2.6.2. Краевые условия: $T(x, 0) = 0$, при $t = 0$ (начальное условие);

$T(L, t) = 0$, $T(0, t) = 0$ – граничные условия.

Две формы представления функции Грина:

$$G(x, x', t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} (-1)^n \left\{ \exp\left[-\frac{(x-x'+2nL)^2}{4at}\right] + \exp\left[-\frac{(x+x'+2nL)^2}{4at}\right] \right\} =$$

$$= \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi(2n+1)x}{2L}\right) \cos\left(\frac{\pi(2n+1)x'}{2L}\right) \exp\left(-\frac{a\pi^2(2n+1)^2 t}{4L^2}\right).$$

Первый ряд быстро сходится при малых t , второй – при больших t .

3. Математическое описание некоторых сварочных источников тепла

Математическое описание наиболее распространенных сварочных источников тепла в декартовой системе координат приведено в работе [3]. С некоторыми допущениями все многообразие сварочных источников тепла можно получить, пользуясь мгновенным точечным источником теплоты. Для математического описания мгновенных точечных источников применяется дельта-функция Дирака. Дельта-функция обозначается через $\delta(x)$ и обладает следующими свойствами:

- функция равна нулю при всех $x < 0$ и при всех $x > 0$;
- функция бесконечна при $x = 0$;
- интеграл от этой функции, взятый в пределах от $-\infty$ до ∞ , равен 1.

Из свойств $\delta(x)$ следует основное соотношение:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) f(x) dx = f(0).$$

Отметим также, что $\delta(x-a)$ отлично от нуля только при $x = a$, т.е.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-a) f(x) dx = f(a).$$

Это свойство будет использовано при описании подвижного источника.

Приведем описание некоторых источников.

3.1. Мгновенный неподвижный точечный источник:

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi') \delta(r' - R) \delta(z') \delta(\tau).$$

3.2. Непрерывно действующий неподвижный точечный источник:

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi') \delta(r' - R) \delta(z') E(\tau),$$

$$E(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < \tau \leq t \\ 0 & \text{при } \tau > t \end{cases}.$$

3.3. Непрерывно действующий подвижный (вдоль оси Z) точечный источник (линейная скорость передвижения V):

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi') \delta(r' - R) \delta(z' - V\tau) E(\tau).$$

3.4. Непрерывно действующий на наружной поверхности подвижный (по кругу) точечный источник (угловая скорость ω):

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi' - \omega\tau) \delta(r' - R) \delta(z) E(\tau).$$

3.5. Непрерывно действующий подвижный (по спирали) точечный источник (угловая скорость ω , линейная V по оси Z):

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi' - \omega\tau) \delta(r' - R) \delta(z - V\tau) E(\tau).$$

3.6. Непрерывно действующий подвижный (по кругу) линейный источник (вдоль оси Z) величиной h :

$$F = \frac{q}{c\rho} \delta(\varphi' - \omega\tau) \delta(r' - R_1) E(z) E(\tau),$$

$$E(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq z \leq h \\ 0 & \text{при } z < 0, z > h \end{cases}.$$

Данный источник может применяться при сварке с колебаниями поперек шва, при наплавке ленточным электродом, при сварке с глубоким проплавлением.

Приведенное описание подвижных тепловых источников предусматривает систему координат неподвижной. Для того чтобы преобразовать полученное решение в подвижную систему координат, необходимо поменять знак (с минуса на плюс) скорости (угловой или линейной) [5].

4. Разработка модели и исследование тепловых процессов при наплавке сплошных бесконечных цилиндров по образующим в углекислом газе проволокой диаметром 1,2 мм

Примем, что начальные условия и граничные второго рода равны нулю. Тогда функцию Грина составим из функций пп. 1.2 и 2.1, а тепловой источник – по п. 3.3. Тогда решение в интегральном виде принимает вид:

$$\begin{aligned}
T(r, \varphi, r, t) = & \frac{q\eta}{c\rho} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^R \left\{ \frac{1}{\pi R^2} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_n \mu_{n,m}^2 J_n(\mu_{n,m} r) J_n(\mu_{n,m} r')}{(\mu_{n,m}^2 R^2 - n^2) [J_n(\mu_{n,m} R)]^2} \cdot \cos[n(\varphi - \varphi')] \exp(-\mu_{n,m}^2 a t) \right\} \times \\
& \times \frac{1}{2\sqrt{\pi a t}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4at}\right] \delta(\varphi') \delta(r' - R) \delta(z' - V\tau) E(\tau) \partial r' \partial \varphi' \partial z' \partial \tau.
\end{aligned}$$

Используя свойства $\delta(x)$, приведем окончательное решение:

$$\begin{aligned}
T(r, \varphi, r, t) = & \frac{q\eta}{c\rho} \int_{t_0}^t \left\{ \frac{1}{\pi \cdot R^2} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_n \mu_{n,m}^2 J_n(\mu_{n,m} r) J_n(\mu_{n,m} R)}{(\mu_{n,m}^2 R^2 - n^2) [J_n(\mu_{n,m} R)]^2} \cdot \cos[n(\varphi)] \exp(-\mu_{n,m}^2 a \tau) \right\} \times \\
& \times \frac{1}{2\sqrt{\pi a \tau}} \exp\left[-\frac{(x+V\tau)^2}{4a\tau}\right] d\tau, \\
& A_0 = 1, A_n = 2 \quad (n = 1, 2, \dots),
\end{aligned} \tag{1}$$

где $J_n(r')$ – функции Бесселя (штрих означает производную по аргументу); $\mu_{n,m}$ – положительные корни трансцендентного уравнения $J_n'(\mu_{n,m} R) = 0$; η – коэффициент полезного действия. t_0 зависит от коэффициента сосредоточенности источника [5].

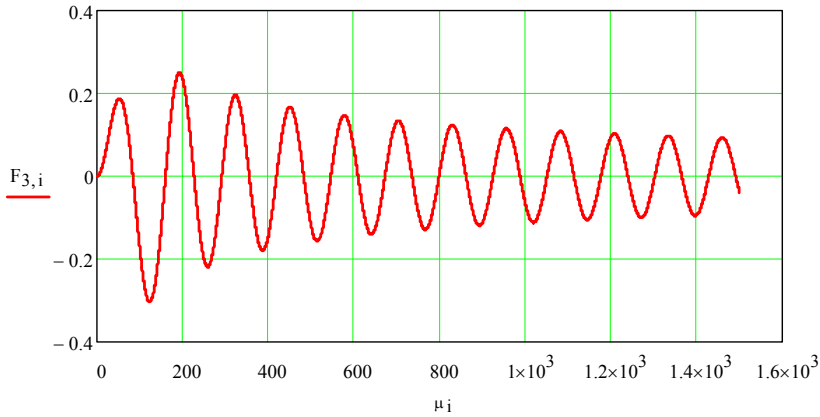
Перед расчетом по разработанной модели необходимо составить матрицу положительных корней трансцендентного уравнения:

$$J_n'(\mu_{n,m} R) = \left(\frac{n}{\mu_{n,m} R} \right) J_n(n, \mu_{n,m} R) - J_n(n+1, \mu_{n,m} R) = 0.$$

Рассчитать корни этого уравнения можно с помощью математического пакета Mathcad. Для каждой модели трансцендентное уравнение свое, свои радиусы цилиндрических деталей, поэтому каждый раз необходимо составлять матрицы корней. Количество необходимых корней для получения адекватных реальности результатов в каждом случае подбирается. Так, в нашем примере для сплошного цилиндра радиусом 50 мм требуется матрица корней 18×15 . На рис. 1 приведен листинг расчета корней в пакете Mathcad. Данный алгоритм предполагает расчет каждого корня отдельно и занесение его в матрицу вручную. Для ускорения расчетов можно с помощью имеющихся в Mathcad средств программирования составить специальную программу, которая бы рассчитывала и заносила корни в матрицу.

$R := 0.05 \quad n := 0..20 \quad i := 10..10000 \quad \mu_i := 0.15 \cdot i$

$$F_{3,i} := \left(\frac{n}{\mu_i \cdot R} \right) \cdot J_n(n, \mu_i \cdot R) - J_{n+1}(n+1, \mu_i \cdot R)$$



$$\mu_1 := 0..10000 \quad F1(\mu_1, n) := \left(\frac{n}{\mu_1 \cdot R} \right) \cdot J_n(n, \mu_1 \cdot R) - J_{n+1}(n+1, \mu_1 \cdot R)$$

$$\text{root}(F1(\mu_1, 3), \mu_1, 200, 260) = 226.918486$$

Рис. 1. Листинг расчета корней трансцендентного уравнения

На рис. 2 приведен листинг расчета термического цикла сварки вблизи линии сплавления по модели (1) и построение графика термического цикла. На этом же графике приведена для сравнения вторая кривая, характеризующая термический цикл при наплавке на бесконечный брусок, имеющий в поперечном сечении размер $L = \sqrt{\pi R^2}$. Все исходные данные одинаковы, режимы взяты из работ [6, 7]. Расчет второй кривой производился по следующему уравнению:

$$T(x, y, z, t) = \frac{q\eta}{4c\rho(\sqrt{\pi a})^3} \int_{t_0}^t \frac{1}{\sqrt{\tau}} \exp\left[-\frac{(x+V\tau)^2}{4a\tau}\right] \times \\ \times \sum_{n=-7}^7 \left[\exp\left[-\frac{(y-h+2nL)^2}{4a\tau}\right] + \exp\left[-\frac{(y-h-2nL)^2}{4a\tau}\right] \right] \cdot \sum_{k=-7}^7 \exp\left[-\frac{(z+2nL)^2}{4a\tau}\right] d\tau. \quad (2)$$

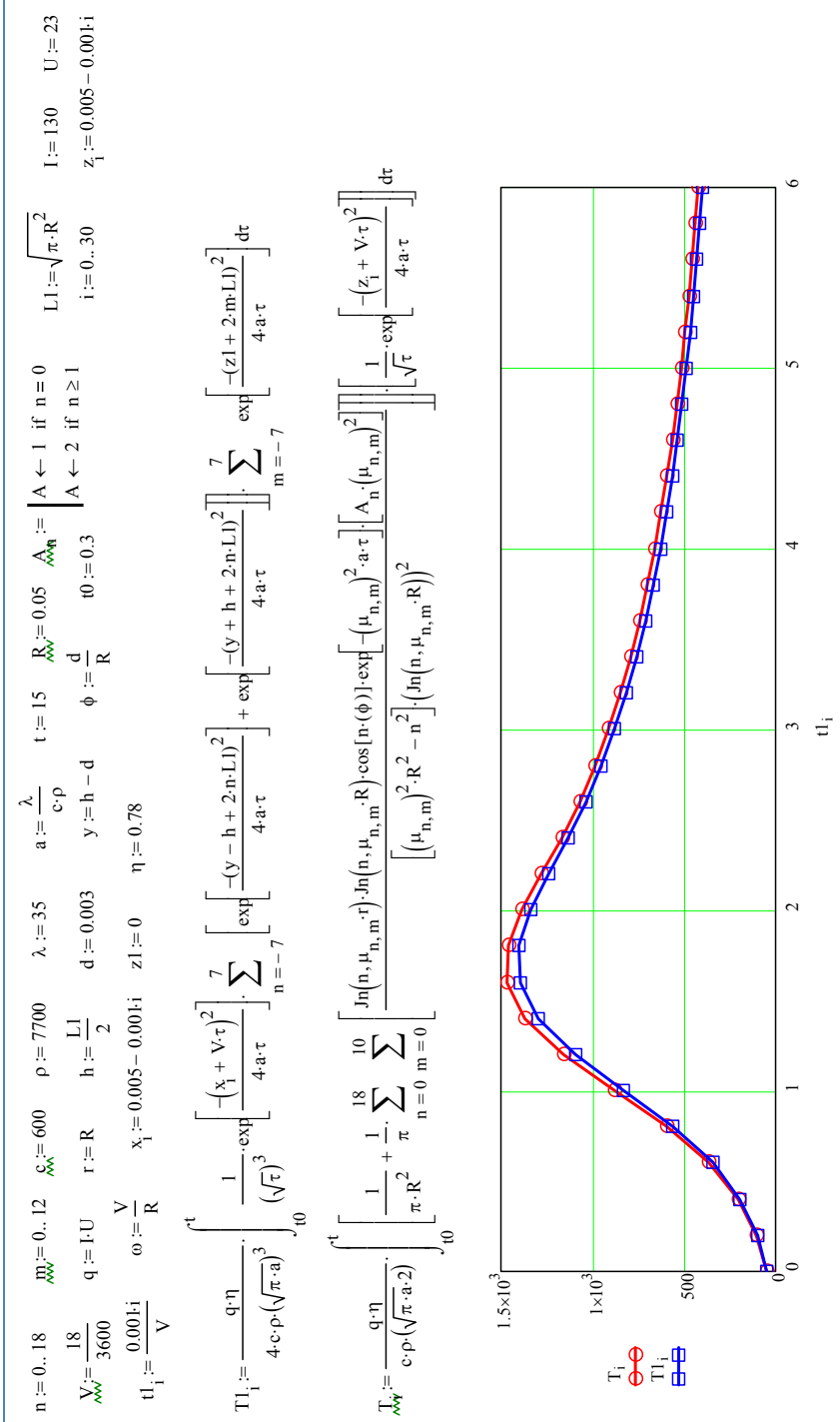


Рис. 2. Листинг расчета в пакете Mathcad: термические циклы наплавки бруска T_i и сплошного цилиндра T_1 ,

Уравнение (2) получено по методике, изложенной в работе [2]. Сравнение обеих кривых показывает, что они практически совпадают. Интересно, что кривые термических циклов совпадают вблизи линии сплавления и значительно отличаются при увеличении расстояния от шва. На рис. 3 показаны термические циклы точек, находящихся на расстоянии 6 мм от центра шва (ширина шва равна примерно 6 мм). Данное значительное отличие термических циклов показывает важность линейных моделей для цилиндрических тел и невозможность применять известные для полубесконечных тел и пластин формулы с целью оценки распределения температур в цилиндрических телах.

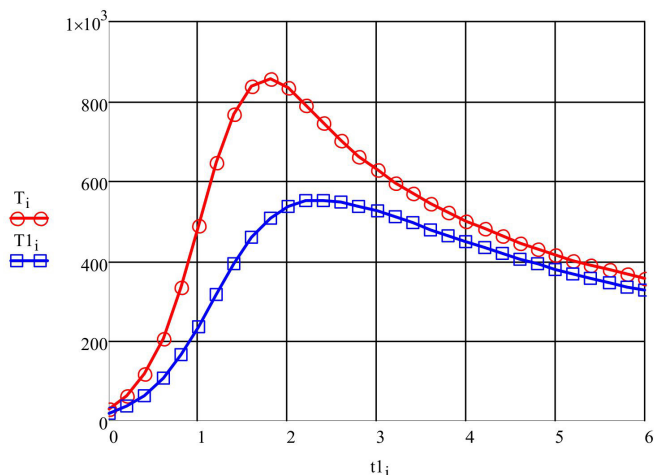


Рис. 3. Графики термических циклов точек, находящихся на расстоянии 6 мм от центра шва (цилиндрическое тело – T_i , брус – T_{1i}). Графики выполнены в формате Mathcad

Таким образом, показано, что с помощью широко распространенного в математической физике для решения параболических дифференциальных уравнений метода функций Грина можно получить адекватные математические модели распределения температур в цилиндрических деталях.

Статья подготовлена по результатам выполнения работ по гранту РФФИ-Урал (заявка № 11-08-96016, номер государственной регистрации НИР 01201168147), а также в рамках научного проекта, реализуемого международной исследовательской группой ученых на базе ПНИПУ.

Список литературы

1. Махненко В.И., Кравцов Т.Г. Тепловые процессы при механизированной наплавке деталей типа круговых цилиндров. – Киев: Наукова думка, 1976. – 159 с.

2. Язовских В.М. Построение тепловых моделей при сварке методом функций Грина // Вестник ПГТУ. Сварка. – Пермь, 2002. – С. 25–48.

3. Язовских В.М. Математическое моделирование и инженерные методы расчета в сварке: в 2 ч. Ч. 2. Тепловые процессы при сварке и моделирование в пакете Mathcad. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 119 с.

4. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.

5. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. – 296 с.

6. Потапьевский А.Г. Сварка в защитных газах плавящимся электродом. – М.: Машиностроение, 1974. – 240 с.

7. Новожилов Н.М. Основы металлургии дуговой сварки в газах. – М.: Машиностроение, 1979. – 231 с.

Получено 1.02.2012