

УДК 539.374

А.А. Каменских

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В КОНТАКТНОЙ ПРОСЛОЙКЕ ОПОРНОЙ ЧАСТИ С ШАРОВЫМ СЕГМЕНТОМ

Рассмотрено осесимметричное контактное напряженное состояние конструкции опорных частей с шаровым сегментом пролетных строений мостов. Приведены результаты исследования практической сходимости применяемого конечно-элементного алгоритма. Выявлено распределение зон контактного взаимодействия, рассмотрен характер распределения нормальных и касательных напряжений на контактных поверхностях конструкции, а также распределение окружных напряжений в прослойке.

Ключевые слова: напряженное состояние, контактное взаимодействие, упругопластичность, осесимметричная задача.

A.A. Kamenskikh

State National Research Politechnic University of Perm, Perm, Russian Federation

THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE CONTACT TENSION OF BASIC PARTS AXISYMMETRIC CASE

The axisymmetric contact tension of a design of basic parts with a spherical segment of flying structures of bridges is considered. Results of research of practical convergence applied finite element algorithm are resulted. Distribution of contact areas is revealed, the distribution character of normal and tangents stresses on contact interaction surfaces of a design is considered, and also distribution of district stress in a layer.

Keywords: a tension, contact interaction, elastoplastic, axisymmetric problem.

Активно развивающейся областью механики деформируемого твердого тела является механика контактного взаимодействия [1]. Распределение контактных усилий между взаимодействующими деталями неизвестно и может быть найдено лишь в результате решения специфических задач, которые называются контактными задачами. В результате решения контактных задач могут быть сформулированы граничные условия на поверхности деформируемых тел, адекватные дей-

ствительности. Представление о механике контактного взаимодействия дает ряд монографий [2], [3], [4] и [6].

Важными приложениями механики контактного взаимодействия являются задачи о напряженно-деформированном состоянии опорных частей пролетных строений мостов. С развитием технологий производства и появлением новых материалов с улучшенными физико-механическими свойствами произошла модификация конструкций опорных частей пролетных строений мостов. Представляет интерес изучение напряженно-деформированного состояния конструкций опорных частей и исследование поведения используемых в них современных материалов. Одним из основных и часто используемых типов опорных частей являются опорные части с шаровым сегментом.

В данной работе рассматривается задача контакта между ответственными деталями конструкции опорных частей пролетных строений мостов с шаровым сегментом. Опорные части с шаровым сегментом подразделяются на неподвижные, линейно-подвижные и всесторонне подвижные. Общими деталями опорных частей с шаровым сегментом (рис. 1) является верхняя плита с шаровым полированным сегментом – 1, нижняя плита со сферическим вырезом – 2 и прослойка из антифрикционного материала (сферическая поверхность скольжения) – 3.

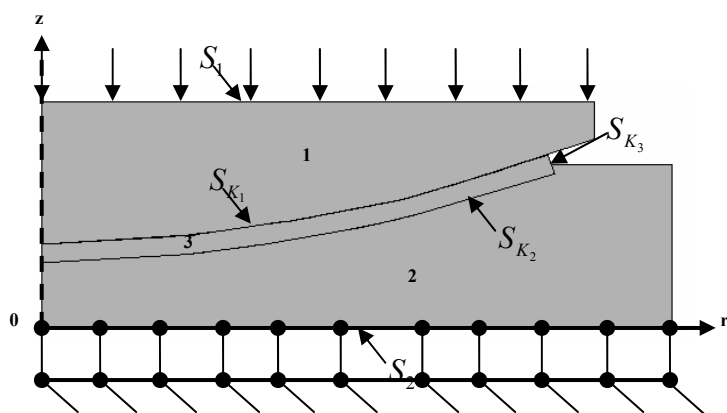


Рис. 1. Осесимметричная модель опорной части с шаровым сегментом

Исследуются две реальные конструкции опорных частей пролетных строений мостов с шаровым сегментом л-250 и л-350, отличающиеся радиусом шарового сегмента и соответственно радиусом сферического выреза (изготовлены ООО «АльфаТех» по проектам и с научно-техническим сопровождением ООО «Ко Люмьер Лтд», г. Москва).

1. Математическая постановка

Общая математическая постановка упругого поведения материала включает в себя уравнения равновесия [7]

$$\operatorname{div} \hat{\sigma} = 0, \quad \bar{x} \in V; \quad (1)$$

геометрические соотношения

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T \right), \quad \bar{x} \in V; \quad (2)$$

физические соотношения

$$\sigma = \lambda I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} + 2\mu \hat{\varepsilon}, \quad \bar{x} \in V_1 \cup V_2, \quad (3)$$

где λ и μ – параметры Ламе; $\hat{\sigma}$ – тензор напряжений; $\hat{\varepsilon}$ – тензор деформаций; \bar{u} – вектор перемещений; \bar{x} – вектор узловых неизвестных; $I_1(\hat{\varepsilon})$ – первый инвариант тензора деформаций; \hat{I} – единичный тензор; $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$ – область; V_1 – область плиты с шаровым сегментом; V_2 – область плиты со сферическим вырезом.

Для описания поведения материала прослойки выбрана деформационная теория пластичности, физические соотношения которой имеют вид [5]

$$\hat{\sigma} = \frac{2\sigma_u}{3\varepsilon_u} \left(\hat{\varepsilon} - I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} \right) + 3KI_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I}, \quad \bar{x} \in V_3, \quad (4)$$

где $\sigma_u = \sqrt{3I_2(\hat{\sigma})}$ – интенсивность тензора напряжений ($I_2(\hat{\sigma})$ – второй инвариант тензора напряжений); $\varepsilon_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2(\hat{\varepsilon})}$ – интенсивность тензора деформаций ($I_2(\hat{\varepsilon})$ – второй инвариант тензора деформаций); K – объемный модуль упругости, $\sigma_u = \Phi(\varepsilon_u)$ – функциональная зависимость, определяемая кривой деформирования; V_3 – область прослойки.

Математическая постановка включает также кинематические граничные условия на поверхности S_2 :

$$u_y = 0, \quad \bar{x} \in S_2 \quad (5)$$

и статические граничные условия на поверхности S_1

$$\hat{\sigma} \cdot \vec{n} = \vec{P}, \quad \vec{x} \in S_1, \quad (6)$$

остальные наружные поверхности являются свободными:

$$\hat{\sigma} \cdot \vec{n} = 0. \quad (7)$$

Система уравнений (1)–(7) дополняется граничными условиями на поверхности контакта $S_K = S_{K1} \cup S_{K2} \cup S_{K3}$. Рассматриваются следующие типы контактного взаимодействия:

– проскальзывание с трением:

для трения покоя

$$\sigma_n < 0, \quad \sigma_{n\alpha} < q\sigma_n, \quad \vec{u}^1 = \vec{u}^2, \quad (8)$$

для трения скольжения

$$\sigma_n < 0, \quad \sigma_{n\alpha} = q\sigma_n, \quad u_n^1 = u_n^2, \quad \vec{u}_\tau^1 \neq \vec{u}_\tau^2, \quad (9)$$

где q – коэффициент трения; u_n – нормальные к соответствующей контактной границе смещения; индекс $\alpha = 1, 2$, 1 – 2 условные номера двух контактирующих поверхностей;

– отлипание

$$\left| u_n^1 - u_n^2 \right| \geq 0, \quad \sigma_{n\alpha} = \sigma_n = 0, \quad \alpha = 1, 2, \quad (10)$$

– полное сцепление

$$\vec{u}^1 - \vec{u}^2 = 0, \quad \sigma_{n\alpha} = \sigma_n = 0, \quad \alpha = 1, 2. \quad (11)$$

Контактная задача упругопластичности в данной работе решена в частном случае осесимметричного напряженно-деформированного состояния.

2. Идентификация определяющих уравнений

Для изучения поведения материала антифрикционной прослойки проведен ряд натуральных экспериментов на одноосное сжатие (эксперименты проведены в ИМСС УрО РАН д.ф.-м.н. А.А. Адамовым). Эксперименты проводились на цилиндрических образцах с диаметром 20 мм, высота равна диаметру (рис. 2).

Материал антифрикционной прослойки – модифицированный фторопласт (фторопласт-4 без наполнителя после облучения). На основе анализа результатов экспериментов в качестве модели поведения материала была выбрана деформационная теория упругопластичности [5]. Проведена серия численных экспериментов с использованием программного комплекса

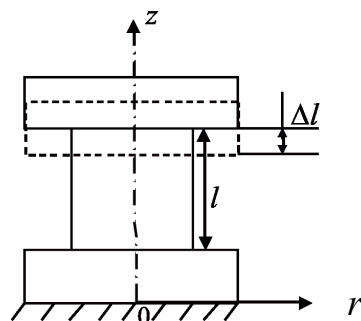


Рис. 2. Схема эксперимента

ANSYS, направленных на проверку работоспособности выбранной модели поведения материала. В рамках численного эксперимента происходит имитация условий натурального эксперимента с использованием деформационной теории упругопластичности, параметры которой определены из натурального эксперимента. Реализована контактная задача, включающая уравнения (1), (2) и (4), боковые грани свободны, на контактных поверхностях заданы условия контактного взаимодействия с учетом трения (6)–(9), коэффициент трения $q=0,04$, нижняя плита прессы неподвижна, к верхней плите прикладывается возрастающее по величине вертикальное перемещение $u_z = \Delta l$

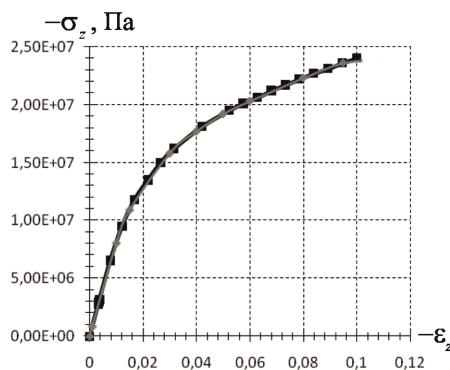


Рис. 3. Диаграммы сжатия $\sigma_z - \varepsilon_z$

По результатам численного решения задачи о деформировании образца определялись поля средних по сечению образца $z=l/2$ напряжений $\langle \sigma_z \rangle$ и деформаций $\langle \varepsilon_z \rangle$ и строились диаграммы деформирования. На рис. 3 представлены диаграммы деформирования, полученные из натурального эксперимента и численно.

Установлено, что численный расчет с использованием выбранных определяющих соотношений дает хорошее количественное соответствие результатам эксперимента.

3. Реализация решения и полученные результаты

Реализовано решение осесимметричной контактной задачи, описанной в п. 1. При помощи программного комплекса ANSYS построены конечно-элементные модели с использованием деформационной теории упругопластичности. Используется осесимметричный 8-й узловой элемент, обладающий аппроксимацией 2-го порядка и двумя неизвестными перемещениями в каждом узле. В прослойке произведено сгущение размера элемента, в нижней и верхней плитах размер элементов градиентно увеличивается. Исследовалась сходимость решения от количества элементов по толщине прослойки, рассмотрено четыре варианта: 2 и 4 элемента, 8 и 16 элементов. При уменьшении размера элемента по толщине прослойки уменьшается характерный размер элементов прослойки. На поверхностях соприкосновения верхней и нижней плит с прослойкой нанесена контактная конечно-элементная пара, позволяющая учесть трение.

Изучены особенности напряженно-деформированного состояния конструкции и поведения антифрикционного материала прослойки. На модель наложены статические и кинематические граничные условия, соответствующие реальной максимальной нагрузке при эксплуатации опорной части с шаровым сегментом в пролетных строениях мостов: к верхней плите прикладывается распределенная вертикальная нагрузка: для л-250 $P=54$ МПа, для л-350 $P=56$ МПа.

В результате решения задачи были найдены зоны контактного взаимодействия, контактные давления и контактные касательные напряжения. Наибольший интерес представляют данные величины на контактной поверхности прослойки, обладающей большей свободой S_{K1} .

Зоны контактного взаимодействия при разном количестве элементов по толщине прослойки имеют одинаковый вид, но отличаются в конструкциях л-250 и л-350. Зоны контактного взаимодействия представлены на рис. 4.

Разъединение контактных поверхностей не происходит. Проскальзывание наблюдается у края прослойки.

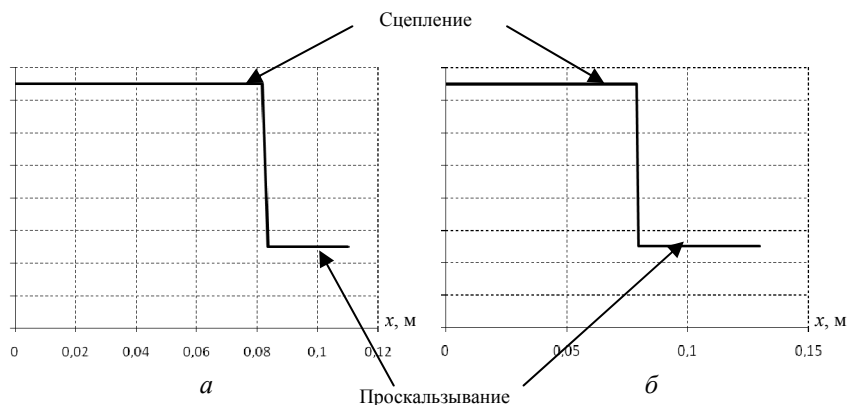


Рис. 4. Зоны контакта S_{K1} : а – л-250; б – л-350

На поверхностях контакта действуют контактные давления и контактные касательные напряжения. Влияние количества элементов по толщине прослойки на относительное контактное давление P_{K1}/P (отнесено к прикладываемой нагрузке) представлено на рис. 5, отношение контактного касательного напряжения к прикладываемой нагрузке – на рис. 6.

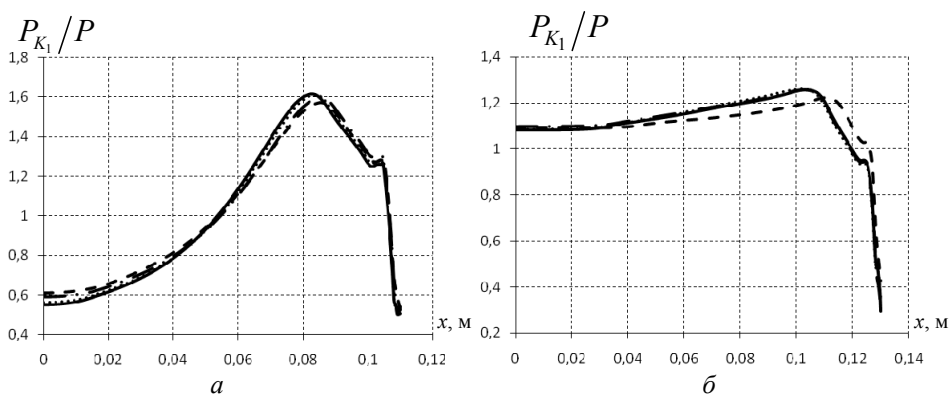


Рис. 5 Относительное контактное давление на S_{K1} : а – л-250; б – л-350:

— — 2 элемента — 4 элемента 8 элементов — 16 элементов

Кривые относительного контактного давления для разного количества элементов по толщине прослойки мало отличаются друг от друга и практически сливаются в одну линию. Для опорной части л-250 максимум наблюдается в зоне перехода контактных состояний, у л-350

данная тенденция слабо выражена. У обеих конструкций ближе к краю прослойки заметно снижение контактного давления.

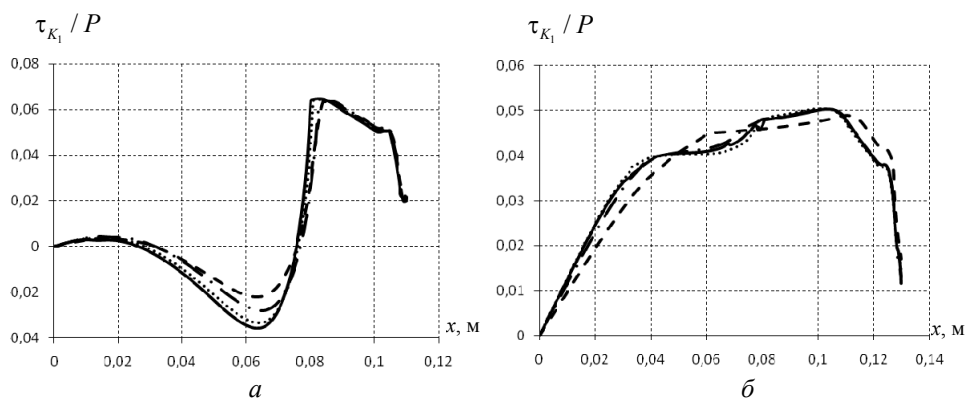


Рис. 6. Относительное контактное касательное напряжение на S_{K1} :

a – л-250; b – л-350;

— — 2 элемента — · 4 элементов ····· 8 элементов — 16 элементов

Значения отношения τ_{K1}/P значительно меньше значений отношения P_{K1}/P . Количественные различия τ_{K1}/P для разных сеток более заметно, но сходимость данной величины менее существенна, так как касательное контактное напряжение дает меньший вклад в полное контактное напряжение. Для опорной части л-250 наблюдается резкое увеличение τ_{K1}/P вблизи зоны перехода контактных состояний, у л-350 данное увеличение τ_{K1}/P мало. Аналогично контактному давлению к краю прослойки заметно снижение контактных касательных напряжений.

Окружное напряжение σ_ϕ мало изменяется в различных сечениях по толщине прослойки, на краю прослойки заметно изменение значений напряжений (рис. 7). Рассмотрим два сечения: центр ($x=0$) и край прослойки ($x \in S_{K3}$) (рис. 8).

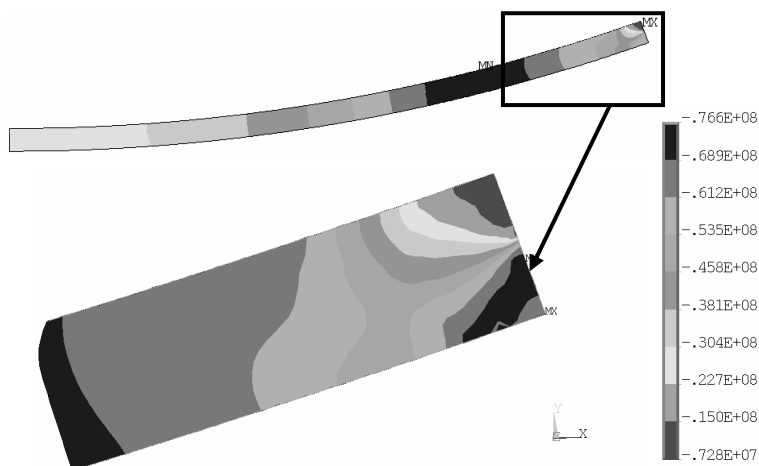


Рис. 7. Напряжение σ_φ в прослойке л-250

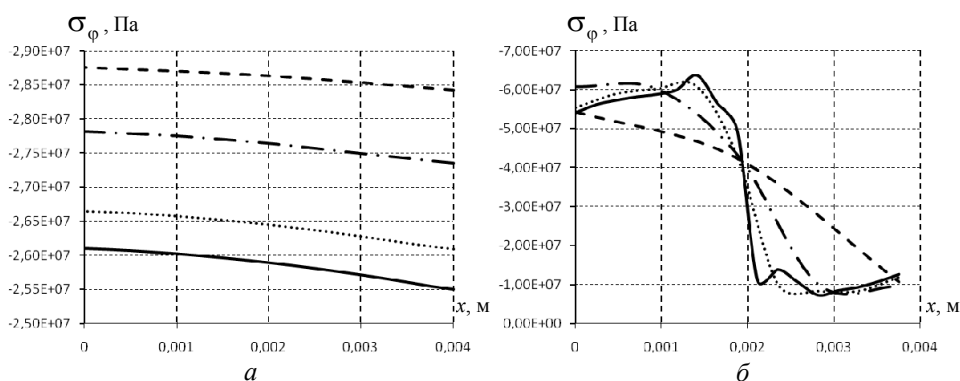


Рис. 8. Напряжение σ_φ в прослойке л-250 в сечениях: $a - x=0$, $b - x \in S_{K_3}$;

--- 2 элемента — . 4 элемента 8 элементов — 16 элементов

Напряжение σ_φ мало меняется в сечении $x=0$. У края прослойки заметна неравномерность напряжений (рис. 9). Со сгущением сетки происходит уточнение напряженно-деформированного состояния.

Аналогично конструкции л-250 на основной доле поверхности прослойки конструкции л-350 напряжения σ_φ постоянны по сечениям, у края прослойки заметна неравномерность напряжений. Рассмотрим два сечения центр ($x=0$) и край прослойки ($x \in S_{K_3}$) (рис. 10).

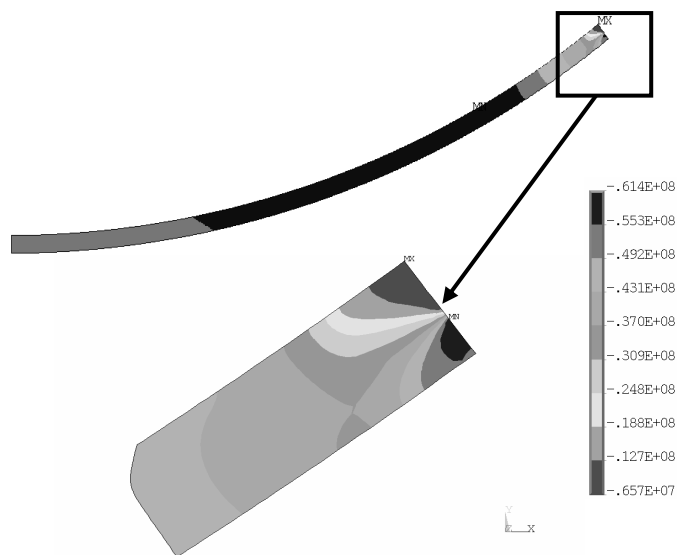


Рис. 9. Напряжение σ_φ в прослойке л-350

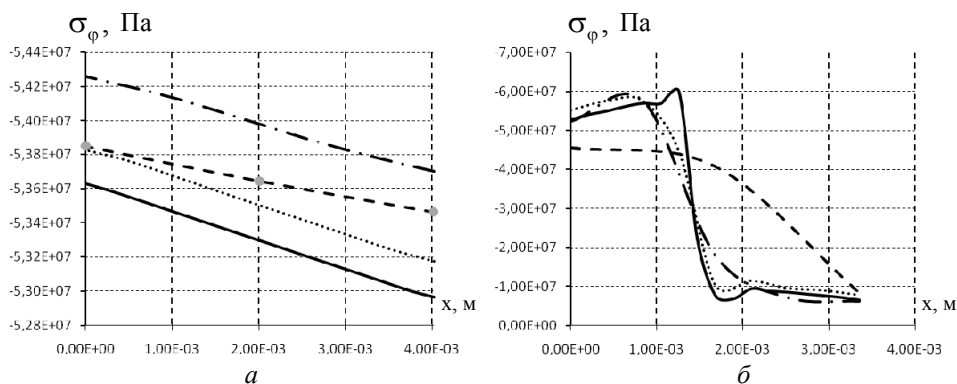


Рис. 10. Напряжение σ_φ в прослойке л-350 в сечениях: $a - x=0$, $b - x \in S_{K_3}$;

--- 2 элемента — · 4 элемента ····· 8 элементов — 16 элементов

Таким образом, на основе численного решения осесимметричной контактной задачи упругопластичности изучены картины распределения зон разного типа контактного взаимодействия. Установлены величины и характер распределения контактного давления и контактного касательного напряжения на поверхности контакта, рассмотрено их изменение при увеличении количества элементов при разбиении. Рассмотрен характер распределения напряжений σ_φ в прослойке, а также изучено влияние увеличения количества элементов при разбиении на

данную величину. Отмечено, что P_{K_1}/P и τ_{K_1}/P уточняются с увеличением количества элементов, P_{K_1}/P сходится быстрее, сходимости τ_{K_1}/P менее существенна ввиду малости величины. На большей доле поверхности прослойки отмечено малое изменение величин напряжений σ_ϕ . У края прослойки колебания напряжений σ_ϕ существенны. С увеличением количества элементов разбиения в прослойке уточняется характер распределения напряжений.

Библиографический список

1. Александров В.М., Чебаков М.И. Введение в механику контактных взаимодействий. – Ростов н/Д: ЦВВР, 2007. – 114 с.
2. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред / С.М. Айзикович [и др.]. – М.: Физматлит, 2006. – 237 с.
3. Богданов Г.И., Ткаченко С.С., Шульман С.А. Опорные части мостов: учеб. пособие для студентов вузов. / С.-Петерб. гос. ун-т путей сообщения. – СПб., 2006. – Ч. 1. – 32 с.
4. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. – М.: Наука, 2001. – 479 с.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов. – изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
6. Механика контактных взаимодействий / под ред. И.И. Воровича, В.М. Александрова. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560с.

References

1. Aleksandrov V.M., Chebakov M.I. Introduction to contact mechanics [*Vvedenie v mekhaniku kontaktnykh vzaimodeystviy*]. Rostov-na-Donu, Publ. OOO «TsVVR», 2007, 114 p.
2. Ayzikovich S.M., Aleksandrov V.M., Belokon A.V., Krenev L.I., Trubchik I.S. Contact of a problem of the theory of elasticity for non-uniform environments [*Kontaktnye zadachi teorii uprugosti dlya neodnorodnykh sred*]. Moscow: Fizmatlit, 2006, 237 p.

3. Bogdanov G.I., Tkachenko S.S., Shulman S.A. Basic parts of bridges. P.1 [*Opornye chasti mostov. Ch. I*]. St. Petersburg: Peterburgskiy Gos. Univ. putey soobshcheniya, 2006, P. 32.

4. Goryacheva I.G. Mechanics of frictional interaction [*Mekhanika friktsionnogo vzaimodeystviya*]. Moscow: Nauka, 2001, 479 p.

5. Malinin N.N. The applied theory of plasticity and creep [*Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti*]. Moscow: Mashinostroenie, 1975, 400 p.

6. Mechanics of contact interactions [*Mekhanika kontaktnykh vzaimodeystviy*]. Moscow: Nauka, 1966, 708 p.

7. Timoshenko S.P., Guder Dzh. Theory of Elasticity [*Teoriya uprugosti*]: Transl. from eng. Under. ed. Shapiro G.S. Moscow: Nauka, 1979, 560 p.

Об авторах

Каменских Анна Александровна (Пермь, Россия) – аспирант кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru).

About the authors

Anna Kamenskikh (Perm, Russian Federation) – engineer of the Department of Computational Mathematics and Mechanics State National Research Polytechnical University of Perm (614990, 29, Komsomolsky prospect, Perm, Russian Federation, e-mail: anna_kamenskih@mail.ru).

Получено 19.02.2012