УДК 539.3

П.В. Максимов, А.И. Волков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

РАСЧЕТ КАРКАСНЫХ ДЕРЕВЯННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МКЭ

Рассматриваются особенности численного расчета НДС каркасных деревянных строений с использованием метода конечных элементов. Приводится математическая постановка задачи МДТТ о статическом деформировании стержневых элементов и пластин каркасной конструкции. Даются рекомендации по учету сложных физико-механических свойств древесины, реализации численного счета в пакете ANSYS.

Ключевые слова: каркасное строительство, деформирование балок и стержней, изгиб пластин, свойства древесины, снеговая нагрузка.

P.V. Maksimov, A.I. Volkov

State National Research Polytechnic University of Perm, Perm, Russian Federation

CALCULATION OF THE FRAME TIMBER STRUCTURES WITH FEM

The features of the numerical calculation of frame wooden structures by using the finite element method are shown. The mathematical formulation of the problem of mechanics about static deformation of frame constructions which consist of rods and plates is presented. The recommendations on the integration of complex physical and mechanical properties of wood, the implementation of numerical calculations in the package ANSYS are given.

Keywords: frame construction, deformation of beams and rods, bending of plates, properties of wood, snow load.

Введение

Обследование технического состояния строительных конструкций, например частных загородных домов, построенных по каркасной технологии, малоэтажных строений, бань, хозяйственных построек является самостоятельным направлением строительной деятельности, охватывающим комплекс вопросов, связанных с обеспечением эксплуатационной надежности зданий, проведением ремонтно-восстановительных работ, а также разработкой проектной документации по реконструкции зданий и сооружений. Многие задачи расчета прочности, с которыми приходится в настоящее время сталкиваться, не поддаются аналитическому решению либо требуют огромных временных затрат на математические вычисления. Даже при разбиении одной большой задачи на несколько небольших подзадач окончательное решение может сильно отличаться от реальных действующих значений напряжений в элементах и узлах конструкции в целом из-за вносимых человеком погрешностей и допущений при расчетах. Зачастую единственной возможностью анализа инженерной проблемы является компьютерное математическое моделирование. Бурное развитие в последнее десятилетие численных методов строительной механики сложных пространственных сооружений, внедрение в инженерную практику разработанных на их основе универсальных программных комплексов – свидетельство экономической и методической целесообразности проведения исследований сложных сооружений с применением расчетных моделей.

В процессе эксплуатации зданий и различных сооружений их техническое состояние изменяется. Это выражается в ухудшении количественных характеристик работоспособности, в частности надежности и безопасности эксплуатации. Ухудшение технического состояния сооружения происходит в результате изменения физических свойств материалов, использовавшихся при строительстве, характера сопряжений между ними, а также размеров и форм элементов сооружения и его геометрии. Также разрушение и другие виды потери работоспособности конструктивных материалов и несущих элементов могут являться причиной изменения технического состояния зданий.

Несвоевременно выявленные и устраненные дефекты элементов конструкций нередко перерастают в серьезные последствия при дальнейшей их эксплуатации. Нанесенный ущерб может исчисляться десятками и сотнями тысяч рублей, а в некоторых случаях привести и к человеческим жертвам. Поэтому важно правильно и своевременно оценить состояние конструкций, спрогнозировать возможность развития дефектов и разработать мероприятия по их стабилизации или устранению.

1. Методики расчета деревянных конструкций

Во многих литературных источниках, например [1, 2], даются лишь рекомендации по произведению осмотра и обследованию состояния эксплуатируемых конструкций и сооружений с целью выявления дефектов и разрушений несущих элементов здания, а также общие слова, касающиеся методов проведения восстановительных работ. В других источниках [3–5], кроме методов оценки, даются и некоторые рекомендации по устранению выявленных дефектов и разрушений.

В нормативно-технических документах [6, 7] описаны рекомендуемые методы обследования и оценки технического состояния эксплуатируемых конструкций, а также приведены методы аналитического расчета НДС конструкций и сооружений методами сопромата и строительной механики с использованием различного рода поправочных коэффициентов и коэффициентов запаса, что сильно влияет на конечные результаты вычислений.

Расчет деревянных конструкций, так же как и конструкций из других материалов, производится по разработанному в СССР методу предельных состояний. Согласно [7] расчет конструкций и сооружений, так же как и простейших стержневых систем, необходимо производить по предельным деформациям или по несущей способности. При расчете по предельным деформациям используются нормативные значения нагрузок и воздействий. При расчете по несущей способности необходимо использовать расчетные значения этих нагрузок.

При аналитическом подходе к исследованию НДС различных рамных, балочных, стержневых конструкций и ферм для определения прогиба и угла поворота стержневых систем используются такие методы, как метод Мора, Верещагина, Кастильяно, метод начальных параметров. Для более подробного их рассмотрения можно обратиться к [8]. Большое количество формул, коэффициентов и промежуточных вычислений приводит к существенному увеличению времени расчетов и возникновению различного рода погрешностей, вносимых при ручных методах расчетов. Также аналитические методы накладывают существенное ограничение на его применимость в случае сложной геометрии конструкции, формы ее конструктивных элементов или ее нагружения.

Некоторых сложностей, связанных с аналитическим расчетом, можно избежать, если воспользоваться методами численного расчета. Для этого необходимо создать конечно-элементную модель изучаемой конструкции в каком-либо специализированном инженерном пакете, например ANSYS, математически максимально точно описать возможное взаимодействие отдельных элементов конструкции, приложить действие различного рода нагрузок и произвести расчет. При анализе НДС полученные значения действующих напряжений и деформаций в элементах конструкции необходимо будет только сравнить с предельными допустимыми значениями напряжений.

В данной работе рассматриваются общие вопросы построения компьютерных моделей каркасных деревянных строений, приводится математическая постановка задачи о статическом деформировании элементов конструкций, даются общие рекомендации по проведению численных расчетов, осуществляемых в специализированном конечно-элементном инженерном пакете ANSYS.

Для правильного построения математической модели конструкции, ее геометрии необходимо провести предварительный анализ конструкции и выявить главные несущие элементы, обязательно входящие в расчетную схему, и второстепенные элементы, которые при исследовании сооружения могут быть отброшены как «неработающие» при действии нагрузок. Такими «неработающими» элементами, например, могут являться тонкие доски, обшивающие снаружи балочную клетку и пр. На этом же этапе следует определить, к какому типу инженерных конструкций относится преимущественно рассматриваемое строение, является ли оно стержневой конструкцией, оболочечной или же присутствуют иные конструктивные элементы. На результатах проведенного анализа в дальнейшем будет основываться математическая модель рассматриваемого объекта. Следует учитывать, что под термином «стержневая система» понимается достаточно широкий класс конструкций, в которых размеры элементов в одном из направлений много больше, чем в двух других, при этом по характеру деформирования стержневые системы можно разделить на фермы, в которых стержневые элементы работают только на растяжение-сжатие; рамные конструкции, где стержневые элементы (балки) стыкуются между собой таким образом, что могут работать также и на сложный изгиб с кручением; криволинейные стержни и арки. Анализ характера возможного деформирования стержневых элементов конструкции является важным этапом, полученные выводы будут сформулированы в последующей математической постановке задачи в виде кинематический граничных условий. Следует отметить, что жесткая стыковка балок в деревянных конструкциях является достаточно сложной с технической точки зрения. Кроме того, с течением времени прочностные свойства и надежность такого закрепления деревянных элементов ухудшается, однако полностью отказываться от рассмотрения подобных закреплений не следует.

2. Механические свойства древесины

Особое внимание следует уделить рассмотрению физико-механических свойств используемых в конструкции материалов. В частности, правильному учету механических свойств древесины.

Среди большинства строительных материалов дерево выделяется неоднородностью своего строения, зависящей от характера образования и условий роста; вследствие этого свойства древесины не только неодинаковы в разных направлениях, но и непостоянны в одном направлении. Кроме того, наличие недостатков, появившихся при жизни дерева или же в процессе его хранения и обработки, влияет на качество материала.

Происходящие изменения механических свойств древесины, а также ее объема и формы оказывают непосредственное влияние на работу как отдельных элементов, так и всей конструкции в целом, вызывая перераспределение напряжений в поперечном сечении элементов вследствие перемещения упругого центра тяжести (при изменении градиента влажности), дополнительный выгиб элементов (при несимметричном увлажнении или высыхании), а также дополнительные усилия растяжения или сжатия в местах соединения элементов между собой при разбухании влажной древесины или ее усушке. В отличие от других строительных материалов, механические свойства древесины при увеличении влажности от абсолютно сухого состояния (влажность равна 0 %) до точки насыщения волокон (влажность равна 30 %) понижаются в нескольких раз, поэтому необходимо учитывать фактор влажности древесины при анализе получаемых результатов.

Изменение градиента влажности может вызвать в древесине внутренние напряжения, при значительной величине которых появляются местные нарушения взаимной связи волокон (поверхностные и внутренние трещины). С повышением влажности повышается и пластичность древесины, что при условии механических воздействий может вызвать приращение деформаций. Кроме того, древесина, как и многие другие материалы органического происхождения, обладает свойством изменять величину деформации при нагружении в зависимости от скорости нагружения, имеет вязкоупругие релаксационные свойства.

Несмотря на выраженную анизотропию, древесину с целью упрощения математической постановки задачи можно считать изотропной, то есть считать, что ее механические характеристики не зависят от направления. Можно рассматривать механические свойства древесины только в направлении волокон древесины. Согласно пункту 3.5 СНиП II-25-80 [6] модуль упругости вдоль волокон древесины при расчете по предельным состояниям E следует принимать равным 10000 МПа. Коэффициент Пуассона древесины поперек волокон при напряжениях, направленных вдоль волокон, следует принимать равным 0,5.

При анализе результатов НДС конструкции, получаемых численным решением, понадобятся также знания о предельной прочности древесины. Древесина – сложный по строению материал, его предельная прочность также различна при растяжении или сжатии. В процессе эксплуатации в материале образуются внутренние и внешние трещины, расслоение волокон и другие дефекты древесного материала. Следует учитывать небольшое уменьшение (на 10–15 %) прочностных свойств древесины, вызванное старением и физическим износом материала. В табл. 1 указаны нормативные значения предельных допустимых напряжений при растяжении-сжатии древесины вдоль волокон, а также предельных изгибных напряжений.

Таблица 1

Прочностные свойства древесины при нагружении вдоль волокон

Вид нагружения	Расчетное значение $[\sigma_n]$, МПа
Сжатие	50–80
Растяжение	100–150
Изгиб	50–100

В случае реализации численного расчета в пакете ANSYS большинство этих особенностей физико-механических свойств древесины могут быть учтены простым способом – средствами интерактивного интерфейса пользователя, а также средствами встроенного языка программирования. Не представляет сложности указать в физических свойствах материала различные значения модуля Юнга на растяжения и на сжатие, задать пластические и вязкоупругие свойства.

3. Математическая постановка задачи

Рассмотрим подробно математическую постановку задачи о статическом деформировании элементов каркасной конструкции. Анализ распространенных типов строительных конструкций показывает, что большинство из них можно рассматривать как совокупность стержневых систем и оболочечных элементов, в том числе плоских пластин. Сформулируем в общем виде математическую постановку статической задачи МДТТ для объектов подобного рода.

Представим каркасную конструкцию в виде набора пластин (оболочек) и стержней, которые могут работать как на растяжение-сжатие, так и на сложный изгиб с кручением. Рассмотрим отдельно каждый тип деформирования и запишем для него соответствующие определяющие соотношения [9, 10]. Будем считать, что деформации элементов конструкции малы. Данное допущение обоснованно, так как для реальных строений соблюдаются известные критерии, учитывающие, например, отношение стрелы прогиба элемента конструкции к его длине. В приводимой математической постановке задачи ради упрощения применяется линейная постановка, не учитываются большие деформации, геометрические и физические нелинейности, однако, забегая вперед, отметим, что в случае реализации численного расчета в пакете ANSYS подобные усложнения могут быть легко подключены к расчету без внесения каких-либо изменений в уже созданную ранее сеточную модель рассматриваемой конструкции.

Введем глобальную систему координат *OXYZ*. В случае рассмотрения конструкции прямоугольной формы, например, удобно выбрать декартову систему координат, оси которой направлены естественным образом вдоль основных направлений конструкции (длина, ширина, высота).

Деформирование пластин

Пластинки в реальной конструкции могут быть ориентированы в пространстве произвольным образом. Свяжем с каждой пластинкой конструкции локальную систему координат *Oxyz*. Пересчет координат точек пластины, полей перемещений, деформаций и напряжений из локальной системы координат в глобальную при известном взаимном положении рассматриваемых систем координат может быть осуществлен с применением матриц поворотов и параллельного переноса [11]. В случае реализации численного расчета в пакете ANSYS подобный пересчет всех величин будет производиться автоматически средствами применяемого программного обеспечения.

Пусть $\vec{r}^{\,p} = \{x, y\}^T$ – радиус-вектор точки пластины в локальной системе координат, связанной с ее первоначальным недеформированным состоянием. Тогда перемещения точек пластины в локальной системе координат описываются вектором $\{u^p, v^p, w^p\}^T$, причем u^p и v^p – это перемещения в «плане», а w^p – прогиб пластинки.

При моделировании пластинок будем использовать следующие допущения:

1. Деформации малы и подчиняются закону Гука.
2. Все точки, лежащие на нормали к срединной поверхности, остаются на этой нормали и после деформирования.
3. Гипотеза о сплошности материала (отсутствует возможность возникновения разрывов материала).

Запишем уравнение равновесия для пластин в силу введенных выше гипотез:

$$\Delta\Delta w^p(x, y) = \frac{1}{D} q(x, y), \qquad (1)$$
$$\nabla\nabla\varphi = 0,$$

где $w^p(x, y)$ – прогиб пластинки;

φ – функция напряжений наподобие функции Эри [12] в плоской задаче теории упругости;

$\Delta = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$ – оператор Лапласа;

$\Delta\Delta w = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)$;

$q(x, y)$ – распределенная нагрузка; $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость пластины на изгиб; h – толщина пластины; E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона.

Геометрические соотношения для пластин в локальной декартовой системе координат, связанной с нейтральной поверхностью (оси X и Y в нейтральной плоскости, ось Z – по нормали к ней) имеют вид

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u^p}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w^p}{\partial x^2},\ \varepsilon_y = \frac{\partial v^p}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w^p}{\partial y^2},\ \varepsilon_z = 0,$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u^p}{\partial y} + \frac{\partial v^p}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w^p}{\partial x \partial y},\ \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0,$$

$$u_x = u^p - z\frac{\partial w^p}{\partial x},\ u_y = v^p - z\frac{\partial w^p}{\partial y}.$$

Физические соотношения для пластин

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_x - \mu\varepsilon_y\right),\ \sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_y - \mu\varepsilon_x\right),\ \sigma_z = 0,$$

$$\sigma_{xy} = \frac{E}{1-\mu^2}\varepsilon_{xy},\ \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0.$$

Пусть $\vec{R}^p = \{X, Y, Z\}^T$ – радиус-вектор точки пластины в глобальной системе координат *OXYZ*, общей для всей рассматриваемой конструкции. Введем вектор $\{U^p, V^p, W^p\}^T$ – вектор перемещений точки с радиус-вектором $\vec{R}^p = \{X, Y, Z\}^T$ в глобальной системе координат. Этот вектор будет применяться в дальнейшем для записи кинематических граничных условий для пластин.

Изгиб балок

Пусть x – положение точки, работающей на изгиб балки в локальной системе координат *Oxyz*, связанной с балкой, при этом ось *Ox* направлена вдоль балки.

Пусть $w^B(x)$ – прогиб балки вдоль оси *Oz*, перпендикулярной *Ox*, а $v^B(x)$ – прогиб в направлении *Oy*.

При моделировании балочных элементов конструкции будем использовать допущения, подобные тем, которые использовались при рассмотрении пластин. В этом случае уравнения равновесия, описывающие изгиб балок в двух ортогональных направлениях, запишутся в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(EJ_y \frac{\partial^2 w^B(x)}{\partial z^2} \right) = p_1(x), \ \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(EJ_z \frac{\partial^2 v^B(x)}{\partial y^2} \right) = p_2(x), \qquad (2)$$

где $p_1(x)$ – нагрузка, действующая в направлении оси Oz; $p_2(x)$ – нагрузка, действующая в направлении оси Oy; E – модуль Юнга; J_z – момент инерции сечения балки относительно оси Oz; J_y – момент инерции сечения балки относительно оси Oy.

Геометрические соотношения

$$\varepsilon_z = -z\frac{\mathrm{d}^2 w^B}{\mathrm{d}x^2}, \ \varepsilon_y = -y\frac{\mathrm{d}^2 v^B}{\mathrm{d}x^2}.$$

Пусть $\vec{R}^B = \{X, Y, Z\}^T$ – радиус-вектор точки балки в глобальной системе координат. Примем, что вектор $\{U^B, V^B, W^B\}^T$ – вектор перемещений этой точки с радиус-вектором $\vec{R}^B$ в глобальной системе координат.

Растяжение-сжатие стержней

Пусть x – положение точки стержня в локальной системе координат, связанной со стержнем, где ось Ox направлена вдоль оси стержня, а $u^S(x)$ – перемещение точки вдоль оси стержня.

При моделировании стержневых элементов конструкции будем использовать допущения, подобные применяемым ранее, в частности будем считать деформации малыми.

Уравнения, описывающие растяжение-сжатие стержней, запишутся следующим образом:

$$EF\frac{\partial^2 u^S(x)}{\partial x^2} = -q(x), \qquad (3)$$

где $q(x)$ – нагрузка, действующая вдоль оси Ox; E – модуль Юнга; F – площадь поперечного сечения стержня.

Геометрические соотношения

$$\varepsilon_x = \frac{\mathrm{d}u^S}{\mathrm{d}x}.$$

Физические соотношения

$$\sigma_x = E\varepsilon_x, \ \varepsilon_z = \varepsilon_y = -\mu\frac{\sigma_x}{E}.$$

Пусть $\vec{R}^S = \{X, Y, Z\}^T$ – радиус-вектор точки стержня в глобальной системе координат. Введем вектор $\{U^S, V^S, W^S\}^T$, описывающий перемещения точек в глобальной системе координат.

Кручение стержней

Пусть z – положение точки стержня в локальной системе координат, связанной со стержнем, где ось Oz направлена вдоль оси стержня, а $\varphi^S(z)$ – угол поворота сечения стержня. Кручение прямолинейного стержня описывается следующим уравнением:

$$GJ_p\frac{\partial^2\varphi^S(z)}{\partial z^2} = m(z),$$

где J_p – полярный момент сопротивления; $G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$ – модуль упругости при сдвиге.

Геометрические соотношения

$$\Theta = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}z},$$

где Θ – относительный угол закручивания.

Физические соотношения

$$\tau(\rho) = G\Theta\rho,$$

где $\tau(\rho)$ – касательные напряжения от кручения; ρ – расстояние от оси стержня до точки сечения.

Для определения общего напряженно-деформированного состояния, вызванного сложным нагружением стержней, работающих на изгиб, растяжение-сжатие и кручение, используется принцип суперпозиции.

Поскольку решается линейная задача МДТТ, а деформации считаются малыми, то опять-таки в силу принципа суперпозиции результирующие перемещения точки стержневого элемента, подверженного различным типам нагружения, в глобальной системе координат можно записать следующим образом:

$$\left\{U, V, W\right\}^T = \left\{U^B, V^B, W^B\right\}^T + \left\{U^S, V^S, W^S\right\}^T.$$

Граничные условия

Кинематические граничные условия

Так как элементы конструкции в конечно-элементной модели представляются в виде не связанных между собой балок, стержней и пластин, необходимо записать условия стыковки элементов между собой. Отдельные элементы деревянной конструкции могут соединяться между собой различными способами.

Рассмотрим типовые условия стыковки, используемые при составлении моделей рассматриваемых конструкций.

1. Пусть стыкуются два стержневых элемента.

Пусть $\vec{R}_1$ – радиус-вектор точки стыковки в первом стержневом элементе в глобальной системе координат *OXYZ*, а $\vec{R}_2$ – радиус-вектор точки стыковки во втором элементе, причем $\vec{R}_1 = \vec{R}_2$.

Исходя из физических соображений, типовых методов скрепления конструктивных элементов, выберем два типа стыковки: только по перемещениям или же по перемещениям и углам поворотов одновременно.

а) стыковка только по перемещениям:

$$U_1(\vec{R}_1) = U_2(\vec{R}_2),\ V_1(\vec{R}_1) = V_2(\vec{R}_2),\ W_1(\vec{R}_1) = W_2(\vec{R}_2), \tag{4}$$

где U_i, V_i, W_i – перемещения вдоль осей X, Y, Z соответственно в глобальной системе координат в i-м элементе, i=1,2;

б) стыковка по перемещениям и углам поворотов:

$$U_1(\vec{R}_1) = U_2(\vec{R}_2),\ V_1(\vec{R}_1) = V_2(\vec{R}_2),\ W_1(\vec{R}_1) = W_2(\vec{R}_2),$$

$$\frac{\partial W_1(\vec{R}_1)}{\partial y} = \frac{\partial W_2(\vec{R}_2)}{\partial y},\ \frac{\partial W_1(\vec{R}_1)}{\partial x} = \frac{\partial W_2(\vec{R}_2)}{\partial x},\ \frac{\partial V_1(\vec{R}_1)}{\partial x} = \frac{\partial V_2(\vec{R}_2)}{\partial x}. \tag{5}$$

2. Пусть стыкуются балки и пластинки. $\vec{R}_1$ – радиус-вектор точки стыковки в балке, $\vec{R}_p$ – радиус-вектор точки стыковки в пластинке.

$$\vec{R}_1 = \vec{R}_p .$$

а) стыковка только по перемещениям:

$$U_1(\vec{R}_1) = U^p(\vec{R}_p),\ V_1(\vec{R}_1) = V^p(\vec{R}_p),\ W_1(\vec{R}_1) = W^p(\vec{R}_p), \tag{6}$$

где U^p, V^p, W^p – перемещения точек пластинки вдоль осей *X*, *Y*, *Z* соответственно в глобальной системе координат;

б) стыковка по всем перемещениям и углам поворотов:

$$U_1(\vec{R}_1) = U^p(\vec{R}_p),\ V_1(\vec{R}_1) = V^p(\vec{R}_p),\ W_1(\vec{R}_1) = W^p(\vec{R}_p),$$

$$\frac{\partial W_1(\vec{R}_1)}{\partial y} = \frac{\partial W^p(\vec{R}_p)}{\partial y},\ \frac{\partial W_1(\vec{R}_1)}{\partial x} = \frac{\partial W^p(\vec{R}_p)}{\partial x},\ \frac{\partial V_1(\vec{R}_1)}{\partial x} = \frac{\partial V^p(\vec{R}_p)}{\partial x}. \tag{7}$$

Статические граничные условия

Типовыми нагрузками, которые воздействуют на деревянную каркасную конструкцию, такую как загородный дом, баня, сарай, иные хозяйственные постройки, являются: распределенные или сосредоточенные на малой площади нагрузки, действующие на горизонтально расположенные поверхности, межэтажные перекрытия и т.д.; собственный вес конструкции; снеговая нагрузка в зимний период. В рамках данной работы представляется достаточно сложным сформулировать обобщенные математические формулировки для приведенных выше типовых нагрузок в силу разнонаправленности конструктивных элементов рассматриваемых конструкций в глобальной системе координат. Вместо символьной записи приведем их словесное описание.

Внешние нагрузки, действующие на межэтажные и потолочные перекрытия, учитываются в виде соответствующей распределенной нагрузки $q(x,y)$ в уравнении (1). Аналогичным образом учитывается НДС, вызванное влиянием собственного веса конструкций. Однако если собственный вес в изначально выбранной глобальной системе координат действует по направлению ускорения свободного падения вдоль оси *OZ*, то в локальных системах координат, связанных с конкретными различно ориентированными в пространстве конструктивными элементами строения, сила тяжести будет раскладываться на две ортогональные компоненты, действующие вдоль элемента и перпендикулярно ему, входящие, например, в уравнения (2) и (3) в виде правой части.

Снеговая нагрузка, оказывающая существенное влияние на большие по площади пологие плоскости, входит в уравнение (1) в виде дополнительного слагаемого в правой части уравнения, величина которого задается исходя из следующих соображений. Согласно СНиП–2.01.07–85* [7] снеговая нагрузка относится к виду временных нагрузок. Полное расчетное значение снеговой нагрузки S_0 на горизонтальную проекцию покрытия следует определять по формуле

$$S_0 = S_g k ,$$

где S_g – расчетное значение веса снегового покрова на один квадратный метр горизонтальной поверхности земли, а k – коэффициент перехода от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на покрытие, учитывающий угол ската покрытия. Так, например, для покрытий, близких к горизонтальным, этот коэффициент принимается равным единице. Расчетное значение веса снегового покрова S_g на один метр горизонтальной поверхности земли следует выбирать в зависимости от снегового района, в котором установлено строение. Таблица с соответствующими данными приведена в [7]. На основании выбранных значений производится расчет общей весовой нагрузки, действующей на поверхность:

$$M = \eta \cdot S \cdot S_g \cdot k ,$$

где M – масса снежного покрова, приходящаяся на всю полную площадь рассматриваемой поверхности, S – полная площадь поверхности, покрытая снежной массой; η – поправочный коэффициент [7], учитывающий расположение постройки, например, находится она в обдуваемом открытом поле или же в лесном массиве, находится покрытие на солнечной стороне или же нет и т.д.

4. Создание конечно-элементной модели конструкции

Решение задачи о статическом деформировании каркасных конструкций будем искать численно с использованием метода конечных элементов, который основывается на нескольких последовательных шагах, а именно: дискретизация системы, создание конечно-элементной сетки конструкции; приложение к сетке нагрузок, начальных и граничных условий; решение системы линейных алгебраических уравнений с целью получения значений узловых неизвестных; нахождение по известным узловым перемещениям значений напряжений и деформаций.

Поскольку на сегодняшний день дискретизация пластин, стержней и балок, а также реализация метода конечных элементов для подобных систем описана в большом количестве источников, например в [13], то в рамках данной работы приведем лишь некоторые комментарии, касающиеся выбора конечных элементов и особенностей моделирования и стыковки отдельных элементов модели.

В случае применения программных пакетов в процессе создания конечно-элементной модели встает вопрос о выборе типа конечных элементов. Рекомендуется выбирать элементы с квадратичной аппроксимацией. Кроме того, как для пластин, так и для стержневых систем рекомендуется выбирать элементы, имеющие в качестве узловых неизвестных одновременно и перемещения и углы поворотов. Подобный подход позволит естественным образом без дополнительных усложнений стыковать в дальнейшем рассматриваемые конструктивные элементы между собой. Так, например, в случае жесткого соединения двух балок или балки и поверхности условия стыковки будут представляться так, как это показано в (5) или (7). Однако если стыковка элементов соответствует так называемому свободному опиранию или же конструкция представляет собой ферму, стержневые элементы которой работают только лишь на растяжение-сжатие, то в данном случае не производится стыковка по углам поворотов, что соответствует соотношениям (4) или (6). Стоит также отметить, что в силу физико-механических свойств древесины и по ряду иных причин изначально жесткая заделка элементов конструкции может со временем терять свою прочность, а это может привести к тому, что рассматриваемый узел конструкции перестанет сопротивляться изгибающим и скручивающим моментам, его необходимо будет рассматривать только лишь как шарнир, для описания использовать соотношения (4) или (6). Описанные выше различные типы стыковок осуществляются в пакете ANSYS посредством применения команд «CP» или «CE» встроенного языка APDL, что, по сути, соответствует включению дополнительных уравнений связи в систему линейных алгебраических уравнений, получаемую при дискретизации рассматриваемой конструкции в соответствии с методом конечных элементов.

При использовании пакета ANSYS в качестве конечных элементов можно выбирать элементы BEAM189 для дискретизации стержней (балок) и SHELL63 для описания деформирования пластин. Оба являются элементами с квадратичной аппроксимацией, имеют в качестве узловых неизвестных 3 компоненты вектора перемещения и 3 угла поворота, позволяют включать учет больших деформаций. Кроме того, элемент SHELL63 позволяет рассчитывать не только классические прогибы пластин, направленные перпендикулярно ее поверхности, но и, в соответствии с соотношениями (1), учитывать перемещения и деформации точек пластин в плане, что позволяет применять его при построении конечно-элементной сетки на вертикальных и наклонных плоскостях конструкции.

Отдельного рассмотрения требуют вопросы верификации создаваемой конечно-элементной модели. Универсальных рецептов здесь быть не может, однако представляется разумным проведение ряда численных экспериментов по установлению сходимости численного счета для конкретной модели при различных параметрах конечно-элементной сетки. Кроме того, возможна предварительная оценка степени дискретизации отдельных конструктивных элементов, полученная на основе сравнения результатов тестовых задач об изгибе балок и пластин с заданными условиями закрепления под действием различных силовых факторов с известными аналитическими решениями, полученными методами сопротивления материалов, с применением теорий пластин и оболочек и т.д. В случае рассмотрения конструкций с наглядно выраженным деформированием элементов и визуально определяемыми полями перемещений, представляется возможным сравнение измеренных полей перемещений реальной конструкции с результатами численных экспериментов. Напомним, что свойства древесины сильно зависят от ряда факторов, правильный их выбор является достаточно серьезной проблемой, требующей решения при моделировании деревянных строений. В ряде случаев возможно визуальное определение отдельных точек конструкции, в которых реализуются предельные напряжения. В таких точках будет наблюдаться разрушение материала, образование трещин и расслоение волокнистой структуры древесины в зоне сжатия. Подобная информация при известных значениях предельных напряжений для древесины может быть использована для настройки конечно-элементной модели и уточнения используемых в ней физико-механических параметров материала, например модуля Юнга.

Заключение

В работе дано общее описание прикладных проблем механики в области каркасного строительства. Кратко описаны методики расчета деревянных конструкций. Представлена математическая постановка задачи о статическом деформировании каркасной конструкции, элементами которой являются стержневые системы и пластины. Описана методика расчета воздействия на строение снеговой нагрузки. Дан ряд рекомендации, применимых при конечно-элементном моделировании деревянных каркасных строений, в частности при использовании прикладного инженерного пакета ANSYS.

Несмотря на то, что в п. 3 приведена математическая постановка для задачи только о статическом деформировании каркасной конструкции в линейной постановке, в случае использования компьютерного моделирования и специализированного инженерного ПО, например ANSYS, созданная средствами пакета или внедренная в него конечно-элементная модель обладает большими возможностями и может быть подвергнута различным типам анализа, таким как исследование динамических воздействий, анализ сейсмоопасности постройки, расчет каркасных сооружений на потерю устойчивости и т.д., для чего не понадобится коренных изменений модели, а потребуется всего лишь включение дополнительных опций, предусмотренных разработчиком ПО. На сегодняшний день применение численных экспериментов при решении прикладных проблем механики в области строительства, в частности проектирования каркасных конструкций и оценки их эксплуатационных свойств, является нормой в силу гибкости, разноплановости и универсальности данного подхода.

Библиографический список

1. Деревянные конструкции: справочник проектировщика промышленных сооружений / под ред. Г.Ф. Кузнецова. – М.–Л.: Промстройпроект, 1937. – 915с.

2. Иванов В.Ф. Конструкции из дерева и пластмасс. – М.–Л., 1988. – 352с.

3. Калинин В.М., Сокова С.Д. Оценка технического состояния зданий: учебник. – М.: ИНФРА-М, 2006. – 268 с.

4. Комков В.А., Рощина. С.И., Тимахова Н.С. Техническая эксплуатация зданий и сооружений. – М.: ИНФРА-М, 2005. – 288 с.

5. Техническое обслуживание и ремонт зданий и сооружений / под ред. М.Д. Бойко. – М.: Стройиздат, 1993. – 208 с.

6. Строительные нормы и правила: СНиП 2.25.80. Деревянные конструкции: нормативно-технический материал. – М., 1996. – 35 с.

7. Строительные нормы и правила: СНиП 2.01.07–85. Нагрузки и воздействия: нормативно-технический материал. – М., 1987. – 36 с.

8. Демидов С.П. Теория упругости. – М.: Высш. шк., 1972 – 416 с.

9. Строительная механика. Стержневые системы / А.Ф. Смирнов [и др.]. – М. Стройиздат, 1981. – 512 с.

10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М., 1966. – 636 с.

11. Максимов П.В. О некоторых подходах к построению моделей вынужденного движения микроакселерометра // Вестник ПГТУ. Механика. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – № 1. – С. 55–71.

12. Филин А.П. Элементы теории оболочек. – Л.: Стройиздат, Ленингр. отд-ние, 1975. – 256 с.

13. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.

References

1. Wooden structures. Guide the designer of industrial buildings [*Derevyannye konstruktsii. Spravochnik proektirovshchika promyshlennykh sooruzheniy*]. Moscow– Leningrad: Promstroyproekt, 1937, 915 p.

2. Ivanov V.F. Structures made of wood and plastic [*Konstruktsii iz dereva i plastmass*]. Leningrad–Moscow, 1988, 352 p.

3. Kalinin V.M., Sokova S.D. Assessment of technical condition of buildings [*Otsenka tekhnicheskogo sostoyaniya zdaniy*]. Moscow: INFRA-M, 2006, 268 p.

4. Komkov V.A., Roshchina. S.I., Timakhova N.S. Technical operation of buildings and structures [*Tekhnicheskaya ekspluatatsiya zdaniy i sooruzheniy*]. Moscow: INFRA-M, 2005, 288 p.

5. Technical maintenance and repair of buildings and structures [*Tekhnicheskoe obsluzhivanie i remont zdaniy i sooruzheniy*]. Moscow: Stroyizdat, 1993, 208 p.

6. Stroitelnye normy i pravila: SNiP 2.25.80. Derevyannye konstruktsii: normativno-tekhnicheskiy material [*Wooden structures: regulatory and technical material*]. Moscow, 1996, 35 p.

7. Stroitelnye normy i pravila: SNiP 2.01.07–85. Nagruzki i vozdeystviya: normativno-tekhnicheskiy material [*Loads and effects: regulatory and technical material*]. Moscow, 1987, 36 p.

8. Demidov S.P. Theory of elasticity [*Teoriya uprugosti*]. Moscow: Vyssh. Shk., 1972, 416 p.

9. Smirnov A.F., Aleksandrov A.V., Lashcheninkov B.Ya., Shaposhnikov N.N. Building Mechanics. The core of the system [*Stroitelnaya mekhanika. Sterzhnevye sistemy*]. Moscow: Stroyizdat, 1981, 512 p.

10. Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S. Plates and capsules [*Plastinki i obolochki*]: Transl. from eng. Under. ed. Shapiro G.S. Moscow: Nauka, 1966, 636 p.

11. Maksimov P.V. The Models of Forced Motion of Micro Accelerometer [O nekotorykh podkhodakh k postroeniyu modeley vynuzhdennogo dvizheniya mikroakselerometra]. *PSTU Mechanics Bulletin – Vestnik PGTU. Mekhanika*, 2011, No. 1, pp. 55–71.

12. Filin A.P. Elements of theory of shells [Elementy teorii obolochek]. Leningrad: Stroyizdat, Leningr. otd-nie, 1975, 256 p.

13. Zenkevich O. The finite element method in engineering [*Metod konechnykh elementov v tekhnike*]: Transl. from eng. Moscow: Mir, 1975, 541 p.

Об авторах

Максимов Петр Викторович (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: pvmperm@mail.ru).

Волков Антон Игоревич (Пермь, Россия) – студент кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: pvmperm@mail.ru).

About the authors

Maksimov Petr Victorovich (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Science, Ass.Professor, Department of Computational Mathematics and Mechanics, State National Research Polytechnic University of Perm (614990, 29, Komsomolsky prospect, Perm, Russian Federation, e-mail: pvmperm@mail.ru).

Volkov Anton Igorevich (Perm, Russian Federation) – Student of Department of Computational Mathematics and Mechanics, State National Research Polytechnic University of Perm (614990, 29, Komsomolsky prospect, Perm, Russian Federation, e-mail: pvmperm@mail.ru).

Получено 19.02.2012