DOI: 10.15593/2224-9982/2020.60.04
УДК 621.454.3.054.4

Н.Н. Зайцев[1], А.С. Бондаренко[2], Д.А. Пьянков[1,2]

[1]Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия
[2]ПАО «Научно-производственное объединение “Искра”», Пермь, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПОВОРОТНОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО СОПЛА С ДВОЙНЫМ ЭЛАСТИЧНЫМ ШАРНИРОМ

Для создания управляющих моментов на ракету в конструкции современных ракетных двигателей на твердом топливе используют поворотные управляющие сопла с эластичным опорным шарниром. Недостатком такого шарнира, как узел подвеса сопла, является большой шарнирный момент, что обусловливает высокие требования к мощности и усилию рулевых машин. Для снижения этих требований возможно использование конструкции поворотного управляющего сопла с двойным эластичным шарниром, известного как сопло с двойным упругим уплотнением. Такое сопло не находит применения ввиду конструктивной и эксплуатационной сложности, в частности из-за склонности к колебательным процессам, так как является динамической системой с двумя степенями свободы. Рассматривается численное моделирование динамики переходных режимов при отклонениях на требуемые углы поворотного управляющего сопла с двойным эластичным шарниром. Для этого используется построенная методом Лагранжа приближенная нелинейная математическая модель динамики данного сопла. Приводятся результаты численного моделирования переходных процессов в разомкнутом канале управления движением сопла при ступенчатом задании усилия рулевой машины. Дается методика определения по требуемому углу отклонения сопла соответствующих ему значений углов поворота подвижных частей сопла и усилия рулевой машины. Для заданных значений проектных характеристик сопла и компоновочных параметров системы сопло–рулевая машина численным моделированием установлено, что приемлемая колебательность переходных процессов у сопла с двойным эластичным шарниром может быть достигнута увеличением коэффициентов вязкого сопротивления в его подвесе. Также показано существенное влияние на демпфирование колебаний в переходных режимах динамики поворотного управляющего сопла демпфирующих составляющих его шарнирных моментов.

Ключевые слова: поворотное управляющее сопло, эластичный опорный шарнир, сопло с двойным упругим уплотнением, рулевая машина, двойной эластичный шарнир, численное моделирование переходных процессов, вязкое сопротивление подвеса сопла, демпфирующий шарнирный момент, динамика переходных режимов.

N.N. Zaytsev[1], A.S. Bondarenko[2], D.A. Pyankov[1,2]

[1] Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation
[2] PJSC “Research and Production Association "Iskra", Perm, Russian Federation

SIMULATION OF DYNAMICS OF THE SWIVEL CONTROL NOZZLE WITH DOUBLE ELASTIC JOINT

In order to create control moments for the rocket, the design of modern solid propellant rocket engines uses swivel control nozzles with elastic support joint. The disadvantage of such a joint as the nozzle suspension is the high joint torque, which determines the high requirements for power and effort of steering actuators. In order to reduce these requirements, it is possible to use the design of a swivel control nozzle with a double elastic joint, known as a nozzle with double elastic seal. This nozzle is not used due to its design and operational complexity, particularly due to its tendency to oscillatory processes, as it is a dynamic system with two degrees of freedom. In the article numerical simulation of dynamics of transient modes at deviations on demanded angles of a swivel control nozzle with double elastic joint is considered. For this purpose the approximate nonlinear mathematical model of dynamics of this nozzle constructed by the Lagrange method is used. The results of numerical simulation of transients in the open loop channel of nozzle movement control at abruptly apply the constant effort of steering actuator are given. It is given the method of determination the values of rotation angles of the moving parts of a nozzle and the effort of a steering actuators corresponding to the required angle of rotation of the nozzle. For the given values of the design characteristics of the nozzle and the layout parameters of the nozzle-steering actuators system by numerical simulation it is established that an acceptable oscillation of transients for the nozzle with a double elastic joint can be achieved by increasing the viscosity resistance coefficients in its suspension. Significant influence on damping of oscillations in transient modes of dynamics of the swivel control nozzle of its damping joint moments is also shown.

Keywords: swivel control nozzle, elastic support joint, nozzle with double elastic seal, steering actuator, double elastic joint, numerical simulation of transients, viscous resistance of the nozzle suspension, damping torque of joint, dynamics of transient modes.

Для создания управляющих моментов по каналам тангажа и рыскания современных твердотопливных ракет-носителей находят широкое применение поворотные управляющие сопла (ПУС) с эластичным опорным шарниром (ЭОШ) [1–5]. Преимущество использования ЭОШ в качестве узла подвеса ПУС в том, что он совмещает функции шарнирного узла и герметизирующего уплотнения между подвижной и неподвижной частями сопла. Конструктивно ЭОШ представляет собой заключенный между подвижным и неподвижным опорными фланцами кольцевой пакет из чередующихся эластомерных слоев и жестких тарелей с единым центром сферических контактирующих поверхностей [6]. При этом ЭОШ способен выдерживать высокую нагрузку от камерного давления при незначительных величинах осевой просадки, а требуемый поворот ПУС обеспечивается за счет малых сдвиговых деформаций в каждом эластомерном слое. Существенным недостатком ЭОШ как узла подвеса ПУС является большой шарнирный момент, превалирующими составляющими которого являются инерционный и позиционный моменты [6, 7]. Это обусловливает высокие требования к мощности и усилию рулевых машин (РМ), используемых для отклонения ПУС [7, 8]. Поскольку в современных твердотопливных ракетных двигателях масса ПУС с рулевыми приводами составляет значительную часть массы неснаряженного двигателя [7], одной из актуальных задач является снижение массы рулевых машин за счет уменьшения инерционной и позиционной составляющих шарнирного момента сопла. При этом если инерционный момент может быть снижен применением композиционных материалов в конструкции сопла, то снижение позиционного момента уменьшением коэффициента угловой жесткости ЭОШ ограничивается обеспечением условий работоспособности шарнира и требований к его собственной частоте со стороны системы управления полетом [9].

Для уменьшения требуемых для отклонения ПУС усилий и мощности рулевых машин привода сопла в работе [10] предложена конструкция сопла с двойным упругим уплотнением, далее по тексту – ПУС с двойным эластичным шарниром (ДЭШ). Схематично ПУС с ДЭШ изображено на рис. 1. Принцип работы такого сопла описан в работах [10–12] и заключается в том, что усилием РМ благодаря большему плечу приложения осуществляется поворот сопла относительно соединительного кольца в эластичном шарнире (ЭШ) с передним центром поворота (точки *C* на рис. 1). При этом вектор газодинамической силы, действующей на сопло, смещается относительно заднего центра поворота (точки *O* на рис. 1), создавая момент, поворачивающий соединительное кольцо вместе с соплом в ЭШ с задним центром поворота. Результирующий угол поворота сопла является суммой углов поворота относительно переднего (ПЦП) и заднего (ЗЦП) центров поворота. Поскольку создаваемый газодинамической силой момент по величине и направлению равен произведению силы тяги сопла на смещение его оси относительно ЗЦП [10, 11], считается, что в данной конструкции будут иметь место меньшие требуемые значения усилия и перемещения штока РМ [10, 12].

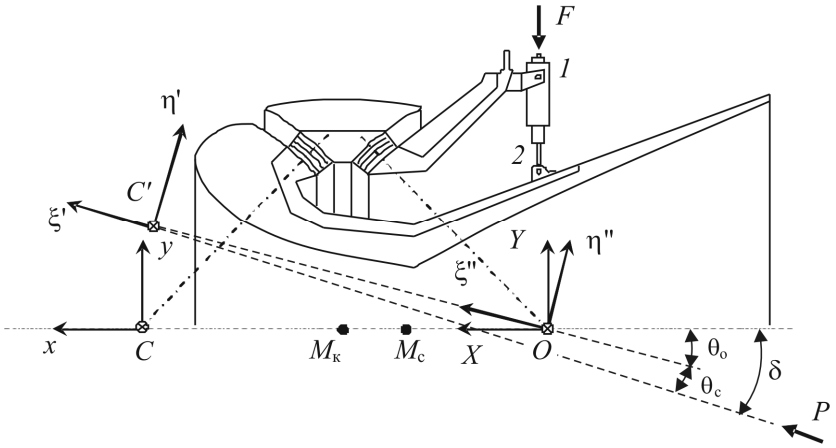

Рис. 1. Расчетная схема

В данной работе рассматривается построение математической модели динамики ПУС с ДЭШ и приводятся результаты численного моделирования его переходных режимов с использованием этой модели.

Построение математической модели

Построение математической модели осуществляется согласно расчетной схеме на рис. 1 при следующих допущениях:

– при нагружении ПУС силами внутрикамерного давления и усилиями РМ продольные и радиальные деформации в эластичных шарнирах пренебрежимо малы, вследствие чего ПЦП всегда располагается в центре кривизны опорной поверхности кольца, через который проходит ось поворачивающегося относительно него сопла, а ЗЦП (центр поворота кольца) всегда располагается на оси двигателя в центре кривизны опорной поверхности неподвижного опорного фланца;

– рассматриваются угловые движения сопла и подвижного соединительного кольца только в тангажной плоскости от усилия одной РМ поступательного действия;

– влияние на динамику ПУС массово-инерционных характеристик РМ, движущейся вместе с соплом, в явном виде не учитывается;

– конструкции сопла, подвижного кольца, неподвижного опорного фланца, рулевой машины, ее узлов крепления и кинематической передачи усилия считаются абсолютно жесткими;

– шарнирные моменты от сухого трения предполагаются приведенными к моментам вязкого сопротивления.

Вводятся в рассмотрение (см. рис. 1) следующие прямоугольные системы координат (СК):

– неподвижная СК Cxy с началом в точке C на оси двигателя (начальное нахождение ПЦП при нейтральном положении ПУС) и неподвижная СК OXY с началом в точке O на оси двигателя (расположение ЗЦП, являющегося центром поворота кольца вместе с соплом). Оси этих СК сонаправлены с осями связанной с ракетой СК [13]. Оси Cx и OX находятся на оси двигателя (ракеты);

– подвижная, жестко связанная с поворотным соплом СК $C'\xi'\eta'$ с началом в точке C' на оси сопла (положение ПЦП при повороте кольца вокруг центра O) и подвижная, жестко связанная с кольцом СК $O\xi''\eta''$ с началом в центре O. При нейтральном положении ПУС (при отсутствии поворотов сопла и кольца) эти СК совпадают с соответствующими неподвижными СК (см. рис. 1).

Принимается, что все введенные СК являются правыми.

Пересчет координат введенных СК осуществляется следующими зависимостями (см. рис. 1):

– между Cxy и OXY:

$$X = x + L;\ Y = y, \tag{1}$$

где L – расстояние между центрами C и O;

– между Cxy и $C'\xi'\eta'$ [14]:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{c'} \\ y_{c'} \end{bmatrix} + M \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix};\quad \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} x - x_{c'} \\ y - y_{c'} \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \cos\delta & -\sin\delta \\ \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где

$$x_{c'} = -(L - L\cos\theta_{\text{o}});\quad y_{c'} = L\sin\theta_{\text{o}};$$

– между OXY и $O\xi''\eta''$ [14]:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} \xi'' \\ \eta'' \end{bmatrix};\quad \begin{bmatrix} \xi'' \\ \eta'' \end{bmatrix} = N^{-1} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix};$$

$$N = \begin{bmatrix} \cos\theta_{\text{o}} & -\sin\theta_{\text{o}} \\ \sin\theta_{\text{o}} & \cos\theta_{\text{o}} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Уравнения динамики ПУС с ДЭШ находятся из уравнений Лагранжа, записанных в общем виде как

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} = Q_{qi}, \tag{4}$$

где q_i и $\dot{q}_i$ – обобщенные координаты и их производные по времени; T и U – соответственно кинетическая и потенциальная энергия; W – диссипативная функция Релея, учитывающая влияние сил вязкого сопротивления; Q_{qi} – обобщенные силы.

Обобщенными координатами принимаются углы поворота: θ_{c} – поворот сопла отно-

сительно ПЦП и $\theta_о$ – поворот кольца относительно ЗЦП.

Выражение кинетической энергии в неподвижной СК *OXY*, принимаемой за абсолютную, имеет вид

$$T = 0,5m_с\dot{X}^2_{мс} + 0,5m_с\dot{Y}^2_{мс} + 0,5m_к\dot{X}^2_{мк} + \\ +0,5m_к\dot{Y}^2_{мк} + 0,5J_{мс}\dot{\theta}^2_с + 0,5J_{мк}\dot{\theta}^2_о, \quad (5)$$

где точка означает производную по времени; $\dot{X}_{мс}$, $\dot{Y}_{мс}$ и $\dot{X}_{мк}$, $\dot{Y}_{мк}$ – абсолютные скорости перемещений центров масс соответственно сопла и кольца; $\dot{\theta}_с$ и $\dot{\theta}_о$ – угловые скорости поворота соответственно сопла и кольца; $m_с$, $m_к$ – масса сопла и кольца; $J_{мс}$, $J_{мк}$ – моменты инерции сопла и кольца относительно их центров масс.

Координаты $X_{мс}$ и $Y_{мс}$ определяются преобразованиями (1) и (2) с учетом, что координаты центра масс сопла, определенные в неподвижной СК *Cxy* при нейтральном положении ПУС, в подвижной СК $C'\xi'\eta'$ остаются неизменными, т.е.

$$\xi'_{мс} = x_{мс}; \quad \eta'_{мс} = y_{мс} = 0,$$

где $x_{мс}$, $y_{мс}$ – координаты центра масс сопла в СК *Cxy* (точки $M_с$ на рис. 1) при нейтральном положении сопла и кольца. Соответственно, координаты определяются выражениями

$$X_{мс} = -(L - L\cos\theta_о) + \\ +x_{мс}\cos\delta + L = L\cos\theta_о + x_{мс}\cos\delta; \\ Y_{мс} = L\sin\theta_о + x_{мс}\sin\delta,$$

а их производные по времени

$$\dot{X}_{мс} = -L\sin\theta_о\dot{\theta}_о - x_{мс}\sin\delta\dot{\delta}; \\ \dot{Y}_{мс} = L\cos\theta_о\dot{\theta}_о + x_{мс}\cos\delta\dot{\delta}. \quad (6)$$

Аналогичным образом определяются координаты центра масс кольца ($X_{мк}$, $Y_{мк}$), с учетом, что

$$\xi''_{мк} = X_{мко}, \quad \eta''_{мк} = Y_{мко} = 0,$$

где $X_{мко}$, $Y_{мко}$ – координаты центра масс кольца в СК *OXY* (точки $M_к$ на рис. 1) при нейтральном положении кольца. Соответственно, согласно формуле (3), координаты определяются как

$$X_{мк} = X_{мко}\cos\theta_о - Y_{мко}\sin\theta_о = X_{мко}\cos\theta_о; \\ Y_{мк} = X_{мко}\sin\theta_о + Y_{мко}\cos\theta_о = X_{мко}\sin\theta_о,$$

а их производные по времени

$$\dot{X}_{мк} = -X_{мко}\sin\theta_о\dot{\theta}_о; \\ \dot{Y}_{мк} = X_{мко}\cos\theta_о\dot{\theta}_о. \quad (7)$$

Подстановкой формул (6) и (7) в формулу (5), после преобразований, с учетом, что $\delta = \theta_с + \theta_о$ и $\dot{\delta} = \dot{\theta}_с + \dot{\theta}_о$, выражение для кинетической энергии принимает вид

$$T = 0,5\{m_с[L^2\theta^2_о + x^2_{мс}(\dot{\theta}_c + \dot{\theta}_о)^2 + \\ +2Lx_{мс}\cos\theta_с(\dot{\theta}_с + \dot{\theta}_о)\dot{\theta}_о] + \\ +m_кX^2_{мко}\dot{\theta}^2_о + J_{мс}\dot{\theta}^2_с + J_{мк}\dot{\theta}^2_о\}. \quad (8)$$

Потенциальная энергия упругих сил определяется выражением

$$U = 0,5\gamma_к\theta^2_о + 0,5\gamma_с\theta^2_с, \quad (9)$$

где $\gamma_с$, $\gamma_к$ – коэффициенты угловой жесткости ЭШ соответственно с ПЦП и ЗЦП.

Диссипативная функция Релея, учитывающая моменты вязкого сопротивления при поворотах сопла и кольца, запишется в виде

$$W = 0,5\mu_с\dot{\theta}^2_с + 0,5\mu_к\dot{\theta}^2_о, \quad (10)$$

где $\mu_с$ и $\mu_к$ – коэффициенты вязкого сопротивления при поворотах соответственно сопла и кольца.

Подстановкой формул (8), (9), (10) в формулу (4) после преобразований находят уравнения динамики ПУС с ДЭШ:

$$(J_{мс} + m_сx^2_{мс})\ddot{\theta}_с + m_с(x^2_{мс} + Lx_{мс}\cos\theta_с)\ddot{\theta}_о + \\ +m_сx_{мс}L\sin\theta_с\cdot\dot{\theta}^2_о + \mu_с\dot{\theta}_с + \gamma_с\theta_с = Q_{\theta с}; \quad (11)$$

$$[(J_{мк} + m_кX^2_{мко}) + m_с(L^2 + x^2_{мс} + 2x_{мс}L\cos\theta_с)]\ddot{\theta}_о + \\ +m_с(x^2_{мс} + x_{мс}L\cos\theta_с)\ddot{\theta}_с - \\ -m_сx_{мс}L\sin\theta_с(\dot{\theta}^2_с + 2\dot{\theta}_с\dot{\theta}_о) + \mu_к\dot{\theta}_о + \gamma_к\theta_о = Q_{\theta о}.$$

Обобщенные силы

Обобщенные силы $Q_{\theta c}$ и $Q_{\theta o}$ определяются через элементарные работы ($A_{\theta c}$, $A_{\theta o}$), совершаемые активными силами и реакциями на возможных перемещениях ($\delta\theta_c$, $\delta\theta_o$) при произвольном положении ПУС, т.е. отличных от нуля θ_c и θ_o. Если записать для рассматриваемой задачи $A_{\theta c} = M^{\Sigma}_{\zeta'}\delta\theta_c$ и $A_{\theta o} = M^{\Sigma}_{Z}\delta\theta_o$, то обобщенные силы

$$Q_{\theta c} = M^{\Sigma}_{\zeta'};\ \ Q_{\theta o} = M^{\Sigma}_{Z},$$

где M^{Σ}_{Z}, $M^{\Sigma}_{\zeta'}$ – суммарные моменты активных сил и реакций относительно ЗЦП (центра O на рис. 1) и ПЦП (центра C в положении C') соответственно. Знаки этих моментов определяются относительно осей $C'\zeta'$ и OZ, направления которых соответствуют правым системам координат.

Момент $M_{\zeta'}(F)$ усилия F на штоке РМ относительно ПЦП определяется выражением [14]

$$M_{\zeta'}(F) = Fl^{-1}(\xi'_1\eta'_2 - \xi'_2\eta'_1) = \\ = Fl^{-1}(\xi'_1 y_2 - x_2\eta'_1),$$

где

$$l = \sqrt{(x_2 - \xi'_1)^2 + (y_2 - \eta'_1)^2}, \qquad (12)$$

а координаты в СК $C'\xi'\eta'$ шарниров *1* и *2* крепления РМ определяются в соответствии с преобразованиями (2) как

$$\xi'_1 = x_1\cos\delta + y_1\sin\delta + L(\cos\delta - \cos\theta_c);$$

$$\eta'_1 = -x_1\sin\delta + y_1\cos\delta - L(\sin\delta - \sin\theta_c),$$

где x_i, y_i, i = 1,2 – координаты шарниров *1* и *2* в СК Cxy при нейтральном положении ПУС. Расстояние между шарнирами *1* и *2*, определяемое по выражению (12), сохраняет свое значение и в других используемых СК.

Поворот кольца вместе с соплом осуществляется под действием момента $M_Z(F)$ от усилия РМ и момента $M_Z(P)$ от силы тяги сопла двигателя P. Момент $M_Z(F)$ определяется как [14]

$$M_Z(F) = Fl^{-1}(X_1Y_2(\delta) - X_2(\delta)Y_1),$$

где

$$X_2(\delta) = L\cos\theta_o + x_2\cos\delta - y_2\sin\delta;$$
$$Y_2(\delta) = L\sin\theta_o + x_2\sin\delta + y_2\cos\delta,$$

а координаты X_1, Y_1, x_2, y_2 – координаты шарниров *1* и *2* в соответствующих СК при нейтральном положении кольца и сопла.

Момент $M_Z(P)$ находится из векторного произведения для момента вектора силы тяги сопла относительно начала системы координат $OXYZ$

$$\vec{M}(\vec{P}) = \vec{\rho}_{C'} \times \vec{P} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \rho_{C'X} & \rho_{C'Y} & \rho_{C'Z} \\ P_X & P_Y & P_Z \end{vmatrix} = \\ = (\rho_{C'Y}P_Z - \rho_{C'Z}P_Y)i + (\rho_{C'Z}P_X - \rho_{C'X}P_Z)j + \\ + (\rho_{C'X}P_Y - \rho_{C'Y}P_X)k,$$

где $\vec{P}$ – вектор силы тяги сопла с проекциями $P_X = P\cos\delta$, $P_Y = \sin\delta$, $P_Z = 0$; $\vec{\rho}_{C'}$ – радиус-вектор точки C' (см. рис. 1) с проекциями $\rho_{C'X} = L\cos\theta_o$, $\rho_{C'Y} = L\sin\theta_o$, $\rho_{C'Z} = 0$. Соответственно,

$$M_Z(P) = LP\sin\theta_c.$$

Таким образом, составляющие искомых обобщенных сил, обусловленные силами F и P, принимают вид

$$Q_{\theta c}(F) = Fl^{-1}(\xi'_1 y_2 - x_2\eta'_1);$$

$$Q_{\theta o}(F,P) = Fl^{-1}(X_1Y_2(\delta) - X_2(\delta)Y_1) + LP\sin\theta_c.$$

Если в структуре обобщенных сил учесть такие шарнирные моменты эластичных шарниров [15], как демпфирующий, асимметрии и дисбаланса, то результирующие выражения обобщенных сил после соответствующих координатных преобразований принимают вид

$$Q_{\theta c} = Fl^{-1}(\xi'_1 y_2 - x_2\eta'_1) - y_P P - \\ -\dot{m}(x_a^2 - x_{вх}^2)(\dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o) + \\ +G_c x_{мс}[n_x\sin(\theta_c + \theta_o) - n_y\cos(\theta_c + \theta_o)];$$

$$Q_{\theta o} = Fl^{-1}(X_1Y_2(\delta) - X_2(\delta)Y_1) + LP\sin\theta_c - y_P P - \\ -\dot{m}(X_a^2 - X_{вх}^2)(\dot{\theta}_c + \dot{\theta}_o) + \\ +G_к X_{мко}(n_X\sin\theta_o - n_Y\cos\theta_o), \qquad (13)$$

где y_P – линейный эксцентриситет силы тяги сопла двигателя P относительно оси сопла (задается в СК Cxy при нейтральном положении ПУС с учетом знака); $\dot{m}$ – секундный массовый расход через сопло; $G_{\text{с}}$ и $G_{\text{к}}$ – сила тяжести соответственно сопла и кольца; n_x, n_y и n_X, n_Y – осевые и нормальные перегрузки, действующие в центрах масс соответственно $M_{\text{с}}$ и $M_{\text{к}}$; x_a, $x_{\text{вх}}$ и X_a, $X_{\text{вх}}$ – координаты выходного и входного сечений сопла в соответствующих системах координат при нейтральном положении ПУС.

Математическая модель

Математической моделью динамики ПУС с ДЭШ является система дифференциальных уравнений (11), правые части которых равны выражениям (13). Методом исключений эта система приводится к канонической форме

$$\begin{gathered}\ddot{\theta}_{\text{с}} = (J_{\text{пр}}J_{\text{с}} - J_{\text{со}}^2)^{-1}\{-J_{\text{пр}}[m_{\text{с}}x_{\text{мс}}L\sin\theta_{\text{с}}\dot{\theta}_{\text{о}}^2 + \gamma_{\text{с}}\theta_{\text{с}} + \\ +\mu_{\text{с}}\dot{\theta}_{\text{с}}] + J_{\text{со}}[-m_{\text{с}}x_{\text{мс}}L\sin\theta_{\text{с}}(\dot{\theta}_{\text{с}}^2 + 2\dot{\theta}_{\text{с}}\dot{\theta}_{\text{о}}) + \gamma_{\text{к}}\theta_{\text{о}} + \\ +\mu_{\text{к}}\dot{\theta}_{\text{о}}] + (J_{\text{пр}}R_{FC} - J_{\text{со}}R_{FO})F + J_{\text{пр}}[-y_P P - \\ -\dot{m}(x_a^2 - x_{\text{вх}}^2)(\dot{\theta}_{\text{с}} + \dot{\theta}_{\text{о}}) + G_{\text{с}}x_{\text{мс}}(n_x\sin(\theta_{\text{с}} + \theta_{\text{о}}) - \\ -n_y\cos(\theta_{\text{с}} + \theta_{\text{о}}))] - J_{\text{со}}[LP\sin\theta_{\text{с}} - y_P P - \\ -\dot{m}(X_a^2 - X_{\text{вх}}^2)(\dot{\theta}_{\text{с}} + \dot{\theta}_{\text{о}}) + G_{\text{к}}X_{\text{мко}}(n_X\sin\theta_{\text{о}} - \\ -n_Y\cos\theta_{\text{о}})]\}; \qquad (14)\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\ddot{\theta}_{\text{о}} = (J_{\text{пр}}J_{\text{с}} - J_{\text{со}}^2)^{-1}\{-J_{\text{с}}[-m_{\text{с}}x_{\text{мс}}L\sin\theta_{\text{с}}(\dot{\theta}_{\text{с}}^2 + 2\dot{\theta}_{\text{с}}\dot{\theta}_{\text{о}}) + \\ +\gamma_{\text{к}}\theta_{\text{о}} + \mu_{\text{к}}\dot{\theta}_{\text{о}}] + J_{\text{со}}[m_{\text{с}}x_{\text{мс}}L\sin\theta_{\text{с}}\cdot\dot{\theta}_{\text{о}}^2 + \gamma_{\text{с}}\theta_{\text{с}} + \mu_c\dot{\theta}_{\text{с}}] + \\ +(J_{\text{с}}R_{FO} - J_{\text{со}}R_{FC})F + J_{\text{с}}[LP\sin\theta_{\text{с}} - y_P P - \\ -\dot{m}(X_a^2 - X_{\text{вх}}^2)(\dot{\theta}_{\text{с}} + \dot{\theta}_{\text{о}}) + G_{\text{к}}X_{\text{мко}}(n_X\sin\theta_{\text{о}} - \\ -n_Y\cos\theta_{\text{о}})] - J_{\text{со}}[-y_P P - \dot{m}(x_a^2 - x_{\text{вх}}^2)(\dot{\theta}_{\text{с}} + \dot{\theta}_{\text{о}}) + \\ +G_{\text{с}}x_{\text{мс}}(n_x\sin(\theta_{\text{с}} + \theta_{\text{о}}) - n_y\cos(\theta_{\text{с}} + \theta_{\text{о}}))]\};\end{gathered}$$

где
$$\begin{gathered}J_{\text{с}} = J_{\text{мс}} + m_{\text{с}}x_{\text{мс}}^2; \\ J_{\text{со}} = m_{\text{с}}(x_{\text{мс}}^2 + Lx_{\text{мс}}\cos\theta_{\text{с}}); \\ R_{FC} = l^{-1}(\xi'_1 y_2 - x_2\eta'_1); \\ J_{\text{о}} = J_{\text{мк}} + m_{\text{к}}X_{\text{мко}}^2; \\ J_{\text{пр}} = J_{\text{о}} + m_{\text{с}}(L^2 + x_{\text{мс}}^2 + 2x_{\text{мс}}L\cos\theta_{\text{с}}); \\ R_{FO} = l^{-1}(X_1Y_2(\delta) - X_2(\delta)Y_1).\end{gathered}$$

Методика численного моделирования

Задачей численного исследования динамики ПУС с ДЭШ являлось рассмотрение возможности обеспечения отклонений ПУС на требуемые углы с приемлемым качеством переходных процессов. Для этого моделировался разомкнутый канал управления отклонением ПУС на желаемый угол $\delta° = \overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} + \overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}$ заданием ступенчатого закона изменения усилия РМ $F(t) = F_0 1(t)$, где 1 (t) – единичная ступенчатая функция; F_0 – величина усилия; $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}$ и $\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}$ – установившиеся после завершения переходных процессов значения улов поворота соответственно сопла и кольца.

Ввиду нелинейности математической модели значения F_0, $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}$ и $\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}$ для требуемого угла отклонения $\delta°$ определялись последовательным приближением. Для этого из уравнений для установившегося режима, получаемых обнулением в дифференциальных уравнениях всех производных по времени, рассчитывались углы $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}$ и $\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}$ в предположении малости угла отклонения ($\sin\delta° \approx \delta°$) и $n_x = n_X$, $n_y = n_Y$:

$$\begin{gathered}\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} = (G_{\text{к}}X_{\text{мко}}n_X - LP - R_{FO}R_{FC}^{-1}\gamma_{\text{с}} - \gamma_{\text{к}})^{-1} \\ \{[(G_{\text{к}}X_{\text{мко}} - R_{FO}R_{FC}^{-1}G_{\text{с}}x_{\text{мс}})n_X - \gamma_{\text{к}}]\delta° + \\ +(R_{FO}R_{FC}^{-1} - 1)y_P P + \\ +(R_{FO}R_{FC}^{-1}G_{\text{с}}x_{\text{мс}} - G_{\text{к}}X_{\text{мко}})n_Y\}; \qquad (15) \\ \overset{\circ}{\theta}_{\text{о}} = \delta° - \overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}.\end{gathered}$$

С учетом нелинейной зависимости плеч приложения усилия РМ (R_{FC}, R_{FO}) от углов $\theta_{\text{с}}$ и $\theta_{\text{о}}$ определение $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}$ по выражению (15) производилось методом итераций с начальными значениями $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} = \overset{\circ}{\theta}_{\text{о}} = 0$.

После определения $\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}}$ и $\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}$ рассчитывалась требуемая величина F_0 усилия РМ:

$$\begin{gathered}F_0 = (J_{\text{с}}R_{FO} - J_{\text{со}}R_{FC})^{-1}\{J_{\text{с}}\gamma_{\text{к}}\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}} - J_{\text{со}}\gamma_{\text{с}}\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} - \\ -J_{\text{с}}[LP\sin\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} - y_P P + G_{\text{к}}X_{\text{мко}}(n_X\sin\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}} - n_Y\cos\overset{\circ}{\theta}_{\text{о}})] + \\ +J_{\text{со}}[-y_P P + G_{\text{с}}x_{\text{мс}}(n_x\sin(\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} + \overset{\circ}{\theta}_{\text{о}}) - n_y\cos(\overset{\circ}{\theta}_{\text{с}} + \overset{\circ}{\theta}_{\text{о}})]\}.\end{gathered}$$

Скорость перемещения штока РМ рассчитывалась по выражению, полученному дифференцированием зависимости (12):

$$\dot{l} = l^{-1}\{-(x_2 L\sin\theta_c + y_2 L\cos\theta_c)\dot{\theta}_c + \\ +[(x_2x_1 + y_2y_1 + x_2L)\sin(\theta_c+\theta_o) + \\ +(y_2x_1 - x_2y_1 + y_2L)\cos(\theta_c+\theta_o)](\dot{\theta}_c+\dot{\theta}_o) + \\ +[L(x_1+L)\sin\theta_o - y_1L\cos\theta_o]\dot{\theta}_o\}.$$

Численное моделирование

Моделирование динамики ПУС с ДЭШ для принятого варианта проектных характеристик сопла и компоновочных параметров системы ПУС–РМ осуществлялось численным интегрированием системы уравнений (14) методом Рунге – Кутты 4-го порядка при нулевых начальных условиях $\theta_c(0) = \theta_o(0) = 0$. Рассматривался случай огневых испытаний на вертикальном стенде, для чего задавались $n_x = n_X = 1$, $n_y = n_Y = 0$. Предполагалось отсутствие эксцентриситета вектора тяги, $y_P = 0$.

На рис. 2–5 представлены рассчитанные указанным выше способом графики зависимости установившихся после переходных процессов значений углов $\overset{\circ}{\theta}_c$ и $\overset{\circ}{\theta}_o$, эффективных плеч усилия РМ, величины усилия F_0 и хода штока РМ от требуемых значений угла поворота δ° ПУС.

Как следует из приведенных графиков, зависимость плеч приложения усилия РМ от углов поворота ПУС приводит к различным требуемым значениям усилия и хода штока РМ для положительных и отрицательных углов отклонения ПУС.

При численном моделировании рассматривалось демпфирование колебаний в переходных процессах отклонения ПУС при различных коэффициентах (μ_c, $\mu_к$) моментов вязкого сопротивления в шарнирах исследуемого подвеса сопла. На рис. 6 и 7 показаны графики

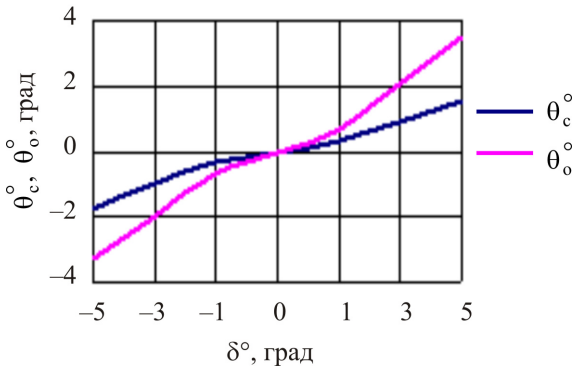

Рис. 2. Углы поворота сопла ($\overset{\circ}{\theta}_c$) и кольца ($\overset{\circ}{\theta}_o$) при требуемых значениях (δ^o) угла отклонения ПУС

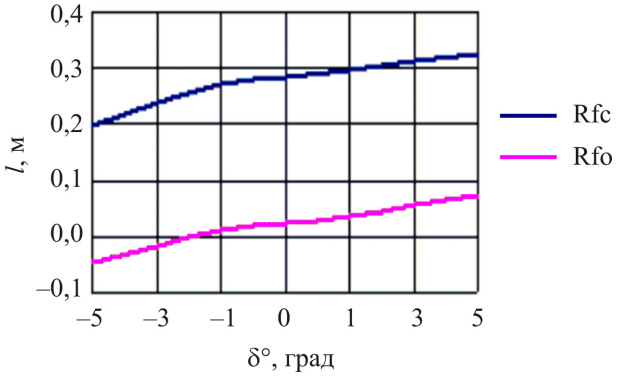

Рис. 3. Изменение плеча (l) усилия РМ относительно ПЦП (Rfc) и ЗЦП (Rfo) после отклонения ПУС на требуемые углы (δ^o)

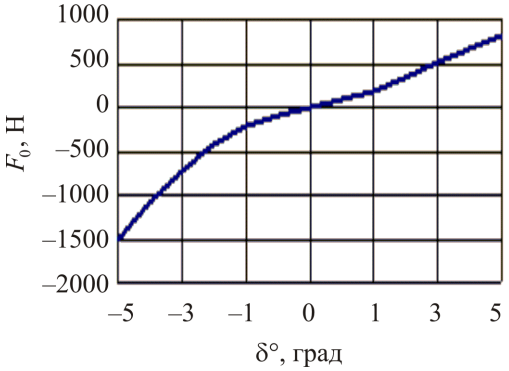

Рис. 4. Необходимые значения (F_0) усилия РМ для отклонения ПУС на требуемые углы (δ^o)

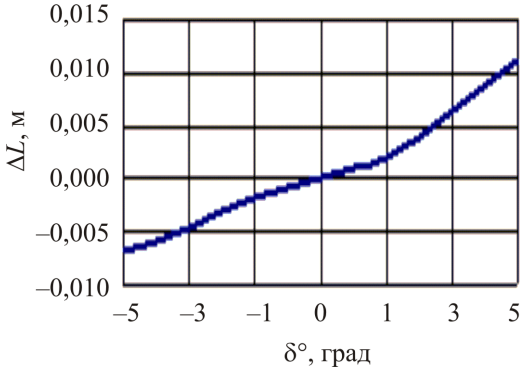

Рис. 5. Значения хода (ΔL) штока РМ при отклонениях ПУС на требуемые углы (δ^o)

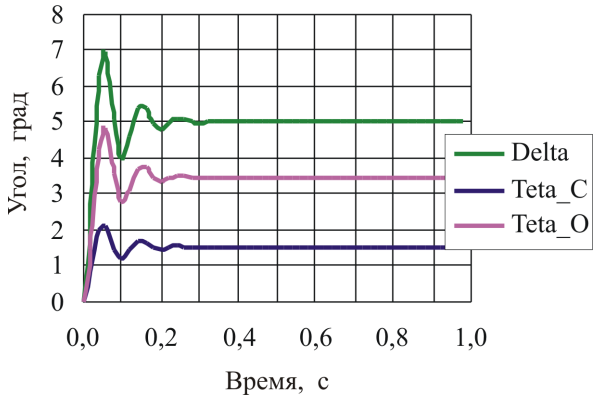

Рис. 6. Переходные процессы при отклонении ПУС с ДЭШ при $\mu_c = \mu_к = 30$ Нмс: Delta – угол отклонения δ; Teta_C – угол поворота сопла θ_c; Teta_O – угол поворота кольца θ_o

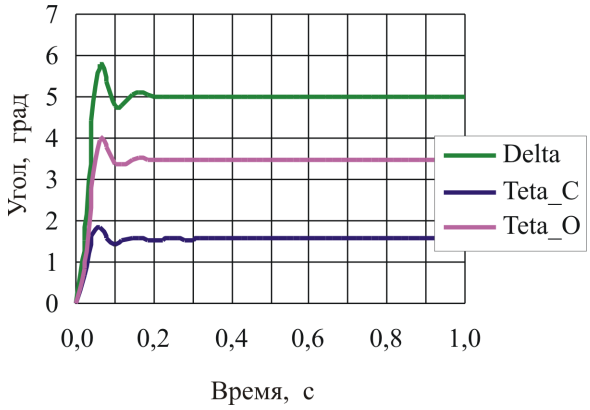

Рис. 7. Переходные процессы при отклонении ПУС с ДЭШ при $\mu_c = \mu_к = 100$ Нмс: Delta – угол отклонения δ; Teta_C – угол поворота сопла θ_c; Teta_O – угол поворота кольца θ_o

изменений углов δ, θ_c и θ_o (на рисунках соответственно Delta, Teta_C и Teta_O) при ступенчатом приложении усилия РМ F_0 = = 816,6 Н, что обеспечивало отклонение ПУС на требуемый угол $\delta° = 5$ град (см. рис. 4). Как видно, приемлемая колебательность переходных процессов достигается значительным увеличением коэффициентов вязкого сопротивления (см. рис. 7). При этом вид полученных переходных процессов качественно подобен переходным режимам динамики традиционных ПУС с ЭОШ.

На рис. 8 и 9 приведены изменения в переходном процессе хода штока РМ и его скорости. Ход штока $\Delta L_{рм}$ определялся как разность значений, рассчитываемых по выражению (12) в отклоненном и нейтральном состояниях ПУС.

Поскольку двойной эластичный шарнир функционирует только при работающем двигателе, представляет интерес влияние на переходные процессы при отклонении ПУС демпфирующих составляющих его шарнирных моментов. С этой целью искусственно моделировались ситуации, показанные на рис. 10 и 11. На рис. 10 представлены переходные процессы при отсутствии вязкого сопротивления в шарнирах ДЭШ, а на рис. 11 этот же случай, но при отсутствии еще и демпфирующего шарнирного момента. Как можно видеть, демпфирующие составляющие шарнирных моментов в ДЭШ, обусловленные воздействием силы Кориолиса

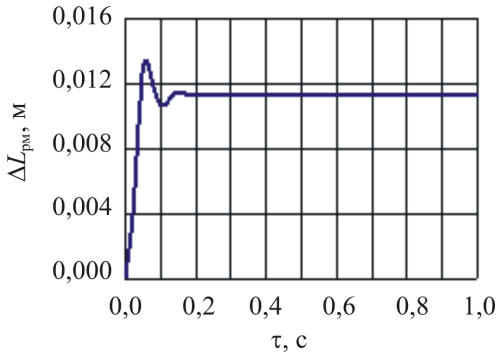

Рис. 8. Ход ($\Delta L_{рм}$) штока РМ в переходном процессе при $\mu_c = \mu_к = 100$ Нмс

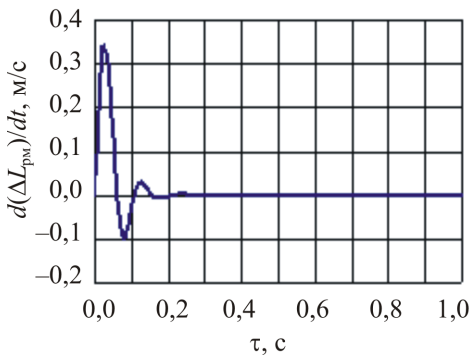

Рис. 9. Скорость штока в переходном процессе при $\mu_c = \mu_к = 100$ Нмс

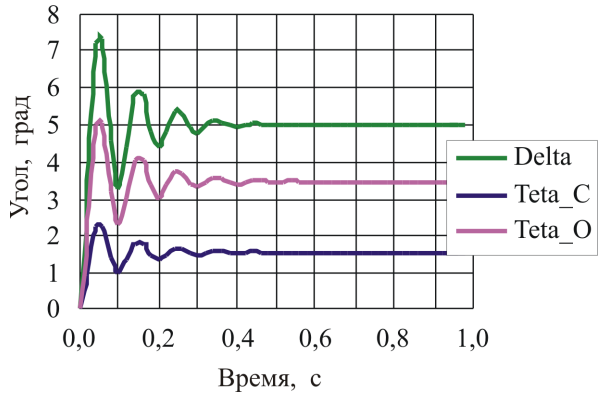

Рис. 10. Переходные процессы ПУС с ДЭШ при $\mu_c = \mu_к = 0$ и наличии демпфирующего шарнирного момента

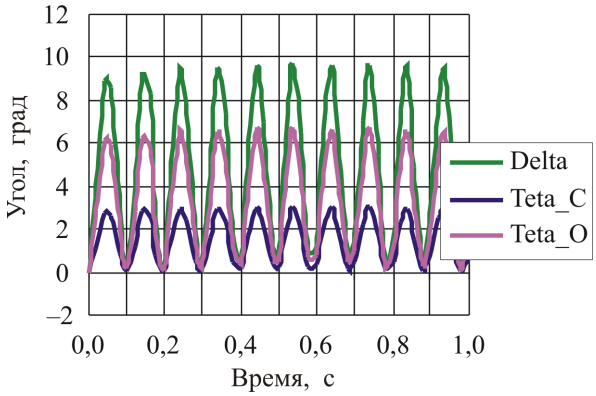

Рис. 11. Динамика ПУС с ДЭШ при $\mu_c = \mu_к = 0$ и отсутствии демпфирующего шарнирного момента

на истекающий через поворачивающееся сопло поток продуктов сгорания, оказывают существенное влияние на динамику ПУС.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно констатировать следующее:

1. Полученная методом Лагранжа при указанных допущениях нелинейная математическая модель динамики поворотного управляющего сопла с двойным эластичным шарниром позволяет в начальном приближении численно моделировать переходные режимы в разомкнутой системе управления отклонениями сопла на требуемые углы.

2. Численным моделированием динамики ПУС с ДЭШ для выбранного варианта проектных характеристик сопла и компоновочных параметров системы ПУС–РМ установлено, что приемлемая колебательность переходных процессов обеспечивается увеличением коэффициентов вязкого сопротивления в подвесе сопла. Однако это может требовать внесения дополнительных конструктивных решений в подвес с ДЭШ.

Моделированием также показано существенное влияние на демпфирование колебаний в переходных режимах динамики ПУС демпфирующих составляющих его шарнирных моментов.

3. В процессе исследований также наблюдалось влияние на динамику ПУС с ДЭШ проектных характеристик сопла, компоновочных параметров системы ПУС–РМ и ориентации двигателя. В частности, наличие эксцентриситета вектора силы тяги, изменения значений координат шарниров крепления РМ и проекций действующих перегрузок приводило к изменению графиков зависимостей, приведенных на рис. 2–5, и, соответственно, характеристик переходных процессов, что, впрочем, характерно и для традиционных ПУС с ЭОШ.

4. Чтобы составить полное представление об эффективности применения ПУС с ДЭШ, необходимы дополнительные исследования, в частности моделирование динамики углового движения ракеты с учетом динамики ПУС с ДЭШ.

Библиографический список

1. Твердотопливные регулируемые двигательные установки / Ю.С. Соломонов [и др.]; под ред. А.М. Липанова, Ю.С. Соломонова. – М.: Машиностроение, 2011. – 416 с.

2. Sutton G.P., Biblarz O. Rocket propulsion elements. – New York: John Wiley & Sons, inc., 2001. – 751 p. – URL: https: //www.academia.edu/13290390/Sutton-Biblarz-Rocket _Propulsion_Elements (available at 29 November 2019).

3. Первов М.А. Развитие отечественной ракетно-космической науки и техники. Т. 1. История развития отечественного ракетостроения. – М.: ЗАО ИД «Столичная энциклопедия», 2014. – 920 с.

4. Голубенко Н.С., Кушнир Б.И., Зензеров В.А. Опыт отработки органов управления вектором тяги РДТТ // Космическая техника. Ракетное вооружение. – 2016. – Вып. 1 (111). – С. 13–18.

5. Поворотные управляющие сопла РДТТ. Конструкция, расчет и методы отработки / Ю.С. Соломонов, А.М. Евгеньев, В.И. Петрусев, М.Г. Смирнов. – М.: Физматлит, 2019. – 144 с.

6. Конструкция ракетных двигателей на твердом топливе / Л.Н. Лавров [и др.]; под ред. Л.Н. Лаврова. – М.: Машиностроение, 1993. – 215 с.

7. Антонов Р.В. Органы управления вектором тяги твердотопливных ракет: расчет и конструктивные особенности, эксперимент / Р.В. Антонов, В.И. Гребенкин [и др.]; под ред. Н.П. Кузнецова. – М.; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 552 с.

8. Костиков Ю.В., Сумнительный Н.В., Рязанов Р.С. Алгоритм расчета кинематических характеристик эластично-опорного шарнира поворотного сопла ракетного двигателя твердого топлива [Электронный ресурс] // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2018. – Вып. 6. – С. 1–11. – URL: http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-6-1768 (дата обращения: 29.11.2019).

9. Бондаренко А.С., Деменев Д.Н., Зайцев Н.Н. Учет требований системы управления полетом при анализе конструктивных вариантов поворотного управляющего сопла // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2013. – № 34. – С. 64–77.

10. Уилсон Дж.В., Джонсон В.О., Соттосанти П.С. Сопло с двойным упругим уплотнением // Вопросы ракетной техники. – 1972. – № 1. – С. 42–58.

11. Конструкция и отработка РДТТ / А.М. Виницкий, В.Т. Волков, И.Г. Волковицкий, С.В. Холодилов; под ред. А.М. Виницкого. – М.: Машиностроение, 1980. – 230 с.

12. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н. Управление и стабилизация в аэродинамике: учеб. пособие для втузов / под ред. Н.Ф. Краснова. – М.: Высшая школа, 1978. – 480 с.

13. Абгарян К.А., Рапопорт И.М. Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 1969. – 378 с.

14. Зайцев Н.Н., Наберухин Д.Г., Пьянков Д.А. Перемещение штока и изменение момента усилия рулевых машин при отклонениях поворотного управляющего сопла // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2016. – № 46. – С. 108–125.

15. Зайцев Н.Н., Бондаренко А.С. Математическое моделирование нагрузочных характеристик поворотного управляющего сопла // Наука и технологии: материалы XXXII Всерос. конф. по проблемам науки и технологий, г. Миасс, 12–14 июня 2012 г. / МСНТ. – Миасс, 2012. – С. 187–190.

References

1. Solomonov Yu.S. and others. Tverdotoplivnye reguliruemye dvigatelnye ustanovki [Regulable Solid-propellant Rocket Engines]. Ed. A.M. Lipanov, S. Solomonov. Moscow: Mashinostroenie, 2011, 416 p.

2. Rocket Propulsion Elements / G.P. Sutton, O. Biblarz. – New York: John Wiley & Sons, inc., 2001. – 751 p. URL: http:// booksee.org/dl/1471383 (Application date: 29.11.2019)

3. M.A. Pervov. Razvitie otechestvennoy raketno-kosmicheskoy nauki i tekhniki. T. 1: Istoriya razvitiya otechestvennogo raketostroeniya [Development of domestic rocket and space science and technology. T. 1: History of development of domestic rocket engineering]. Moscow: ZAO ID «Stolichnaya entsiklopediya», 2014, 920 p.

4. Golubenko N.S., Kushnir B.I., Zenzerov V.A. Opyt otrabotki organov upravleniya vektorom tyagi RDTT [Experience of testing solid propellant rocket motor thrust vector controls]. *Kosmicheskaya tekhnika. Raketnoe vooruzhenie*, 2016, no. 1 (111), pp. 13-18

5. Solomonov Yu.S., Evgenev A.M., Petrusev V.I., Smirnov M.G. Povorotnye upravlyayushchie sopla RDTT. Konstruktsiya, raschet i metody otrabotki [Swivel control nozzle of solid propellant rocket engine. Design, calculation and testing methods]. Moscow: FIZMATLIT, 2019, 144 p.

6. Lavrov L.N. and others. Konstruktsiya raketnykh dvigateley na tverdom toplive [The design of solid propellant rocket motors]. Moscow: Mashinostroenie, 1993, 215 p.

7. Antonov R.V., Grebenkin V.I. and others. Organy upravleniya vektorom tyagi tverdotoplivnykh raket: raschet I konstruktivnye osobennosti, eksperiment [Trust vector control elements of solid propellant rockets: calculation and constructive features, experiment]. Moscow; Izhevsk: Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika, 2006, 552 p.

8. Kostikov Yu.V., Sumnitelnyy N.V., Ryazanov R.S. Algoritm rascheta kinematicheskikh kharakteristik elastichno-opornogo sharnira povorotnogo sopla raketnogo dvigatelya tverdogo topliva [Algorithm for calculating the kinematical characteristics of the elastic support joint of the solid propellant engine swivel nozzle]. Engineering Journal: Science and Innovation, 2018, no. 6, pp. 1-11. URL: http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-6-1768 (Application date: 29.11.2019)

9. Bondarenko A.S., Demenev D.N., Zaytsev N.N. Uchet trebovaniy sistemy upravleniya poletom pri analize konstruktivnykh variantov povorotnogo upravlyayushchego sopla [Taking into consideration the requirements of the flight control system in the analysis of constructive variants for swivel control nozzle]. PNRPU Aerospace Engineering Bulletin, 2013, no. 34, pp. 64-77.

10. Uilson Dzh.V., Dzhonson V.O., Sottosanti P.S. Soplo s dvoynym uprugim uplotneniem [Nozzle with double elastic seal]. *Voprosy raketnoy tekhniki*, 1972, no. 1, pp. 42-58.

11. Vinitskiy A.M., Volkov V.T., Volkovitskiy I.G., Kholodilov S.V. Konstruktsiya i otrabotka RDTT [Design and testing methods solid propellant rocket engines]. Moscow: Mashinostroeniye, 1980, 230 p.

12. Krasnov N.F., Koshevoy V.N. Upravlenie i stabilizatsiya v aerodinamike: Ucheb. posobie dlya vtuzov [Control and stabilization in aerodynamics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1978, 480 p.

13. Abgaryan K.A., Rapoport I.M. Dinamika raket. [Missile dynamics]. Moscow: Mashinostroeniye, 1969, 378 p.

14. Zaytsev N.N., Naberukhin D.G., Pyankov D.A. Peremeshchenie shtoka i izmenenie momenta usiliya rulevykh mashin pri otkloneniyakh povorotnogo upravlyayushchego sopla [Movement of the rod and change of the moment of effort steering gears in case of deviations of a swivel control nozzle]. PNRPU Aerospace Engineering Bulletin, 2016, no. 46, pp. 108-125.

15. Zaytsev N.N., Bondarenko A.S. Matematicheskoe modelirovanie nagruzochnykh kharakteristik povorotnogo upravlyayushchego sopla [Mathematical simulation of the load characteristics of the swivel control nozzle]. *Nauka i tekhnologii.* Materials of the XXXII All-Russian Conference on Science and Technology, Miass: MSNT, 2012, pp. 187-190.

Об авторах

Зайцев Николай Николаевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: znn@perm.ru).

Бондаренко Андрей Сергеевич (Пермь, Россия) – начальник сектора ПАО «НПО “Искра”» (614038, г. Пермь, ул. Академика Веденеева, д. 28, e-mail: bond0406@yandex.ru).

Пьянков Дмитрий Александрович (Пермь, Россия) – инженер-конструктор ПАО «НПО “Искра”» (614038, г. Пермь, ул. Академика Веденеева, д. 28); аспирант кафедры «Ракетно-космическая техника и энергетические системы» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: zevs18_1988@mail.ru).

About the authors

Nikolay N. Zaytsev (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems Department, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: znn@perm.ru).

Andrey S. Bondarenko (Perm, Russian Federation) – Design Engineer, PJSC “Research and Production Association “Iskra” (28, Academica Vedeneeva st., Perm, 614038, Russian Federation, e-mail: bond0406@yandex.ru).

Dmitriy A. Pyankov (Perm, Russian Federation) – Design Engineer, PJSC “Research and Production Association “Iskra” (28, Academica Vedeneeva st., Perm, 614038, Russian Federation); Postgraduate Student of Rocket and Space Engineering and Power Generating Systems Department, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: zevs18_1988@mail.ru).

Получено 14.11.2019