

В.А. Малышев¹, К.Г. Пугин^{2,3}, Р.Ф. Шаихов¹

¹Пермский государственный аграрно-технологический университет

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет

³Волжский государственный университет водного транспорта, Пермский филиал

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА НА КОНСТРУКЦИЮ АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

Рассмотрены основные аспекты математического моделирования динамического воздействия двухосного транспортного средства на дорожное покрытие. Обоснована и построена расчетная модель взаимодействия транспортного средства и дорожной конструкции. При построении математических моделей транспортного средства и профиля автомобильной дороги были приняты следующие допущения: транспортное средство имеет симметричное расположение масс относительно продольной оси; деформация рамы транспортного средства не учитывается; центр тяжести рамы и груза транспортного средства расположен в продольной плоскости; контакт шины с дорогой точечный; отрыв колеса от дороги отсутствует. Анализ теорий динамической устойчивости дорожных одежд позволил разработать собственную модель взаимодействия транспортного средства и поверхности дороги. Предложенная динамическая система транспортного средства имеет семь степеней свободы. Были использованы математические преобразования Лагранжа второго рода и диссипативная функция Релея. Полученные уравнения показывают связанность колебаний поддрессоренной и неподдрессоренной масс транспортного средства при его движении по дороге с текущей высотой ординат микропрофиля автомобильной дороги. Колебания поддрессоренной массы будут сопровождаться колебаниями неподдрессоренной массы, и наоборот. Были получены динамические контактные усилия на дорогу в зависимости от жесткости шины и ее радиальной деформации, определяемой как разность высот неровностей дороги и перемещения оси колеса транспортного средства по нормали к плоскости дороги. Представлена математическая модель взаимодействия транспортного средства и профиля дороги, позволяющая рассчитывать динамические нагрузки на дорожное покрытие.

Ключевые слова: автомобильная дорога, математическое моделирование, динамическое воздействие, расчетная модель, продольный профиль.

Малышев В.А., Пугин К.Г., Шаихов Р.Ф. Математическое моделирование воздействия транспортного средства на конструкцию автомобильной дороги // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Прикладная экология. Урбанистика. – 2019. – № 4. – С. 34–44. DOI: 10.15593/2409-5125/2019.04.04

Malyshev V., Pugin K., Shaihov R. Mathematical modeling of the influence of a vehicle on the construction of a motorroad. PNRPU. Applied Ecology. Urban Development. 2019. No. 4. Pp. 34-44. DOI: 10.15593/2409-5125/2019.04.04

Увеличение скорости движения транспортных средств приводит к возрастанию динамических нагрузок на элементы дорожной одежды автомобильных дорог. Сопутствующие этому шум и вибрация дополнительно оказывают негативное воздействие на человека и объекты окружающей среды. Федеральный закон «О техническом регулировании» № 184-ФЗ требует совершенствования номенклатуры показателей, используемых при оценке качества дорожного строительства и условий эксплуатации автомобильных дорог. При их эксплуатации требуется обеспечить эффективную диагностику состояния дорожной одежды с использованием прогнозных моделей, которые позволили бы не только показать существующее состояние, но и производить оценку остаточного ресурса на заданный промежуток времени с учетом возрастающей нагрузки, формируемой при появлении элементов разрушения дорожной одежды. При проектировании дорожной одежды используют нагрузки транспортного средства на ось или на колесо, которые формируют статическое давление колеса в виде нормали к поверхности дорожного покрытия. Однако при движении транспорта дополнительно возникают касательные и вертикальные воздействия на конструкцию дороги, которые имеют динамический характер. По мере накопления неровностей на поверхности дорожной одежды, при изменении профиля дороги происходит увеличение динамических нагрузок при одной и той же массе транспортных средств и их интенсивности. В настоящее время в нормативных документах, в частности в отраслевых методических рекомендациях ОДМ 218.2.020–2012, регламентирующих проектирование и ремонт дорожных одежд, увеличение нагрузки оценивается с использованием коэффициента прироста интенсивности движения транспортных средств. При этом рост динамического воздействия транспортных средств при появлении элементов разрушения дорожной одежды не учитывается, что формирует занижение расчетной (проектной) величины прочности конструктивных элементов автомобильной дороги. В этой связи поиск научно обоснованных решений, позволяющих осуществить точный расчет прочности конструкции автомобильных дорог, а также контроль параметров технического состояния дорожных одежд в период их эксплуатации с учетом изменения динамических нагрузок от транспортных средств, является актуальной задачей.

Из смежных областей науки и техники известно, что математическое моделирование позволяет решать задачи разного уровня, связанные с динамическим взаимодействием объектов разной природы. Представляя взаимодействие транспортного средства и дорожной одежды в качестве взаимодействия математически описанных систем, возможно создать ин-

струмент для проектирования автомобильных дорог, оценки остаточного ресурса дорожной одежды, а также произвести расчет причиненного ущерба при проезде транспорта.

Решением данного вопроса занимались ученые России и зарубежных стран [1–5]. Значительный вклад в развитие теории динамической устойчивости дорожных одежд внесли С.К. Илиополов и Е.В. Углова [6–9]. Авторами показано влияние неровностей дорожной одежды на формирование повышенного динамического воздействия.

Значительный вклад в развитие теории колебания транспортных средств внесли Р.В. Ротенберг, И.Н. Успенский, А.А. Мельников. Авторы разработали основные принципы расчета подвески и амортизаторов транспортного средства на основе плоской модели на нескольких опорах различной жесткости [10–12].

В трудах А.А. Хачатурова дан анализ колебаний элементов транспортного средства на основе теории колебания плоских систем (одномассовых и двухмассовых) [13–14].

Согласно определению коэффициентом динамичности нагрузки называют отношение напряжения (деформации), вызванного динамическим действием нагрузки, к напряжению (деформации), вызванному статическим действием той же нагрузки [15–16].

При построении модели был сделан ряд допущений. Транспортное средство является системой, имеющей распределенную массу, которая состоит из подрессоренной части и неподрессоренной. В процессе движения указанные массы совершают вертикальные и сложные продольные и поперечные колебания на нескольких упругих опорах, в зависимости от количества осей транспортного средства и конструкции ее подвески.

Колебания подрессоренных и неподрессоренных частей вызывают изменение осевых нагрузок на дорожное покрытие. Основной вклад в виброн нагруженность несущей конструкции транспортного средства вносят низкочастотные вертикальные и продольно-угловые колебания [17].

Характер изменения осевых нагрузок во времени в дорожных условиях определяется частотным спектром (собственными частотами и формами колебаний) и параметрами дорожного профиля. Для оценки взаимодействия транспортного средства и дорожной одежды была разработана расчетная модель, включающая в себя математическую модель транспортного средства и модель поверхности дорожной одежды.

При составлении модели транспортного средства расчетная модель включает в себя опорные i -элементы (где $i = 1 \dots 2n$, n – число осей). Демпфи-

рование в шинах в связи с его малым значением не учитывается. Масса поддрессоренных частей M_n включает в себя массу перевозимого груза.

Для расчетной модели был принят ряд допущений: транспортное средство имеет симметричное расположение масс относительно продольной оси; деформация рамы транспортного средства не учитывается; центр тяжести (ЦТ) рамы транспортного средства расположен в продольной плоскости; ЦТ равномерно распределенного груза соответствует его геометрическому ЦТ; центр масс осей транспортного средства движется строго вертикально, моменты инерции относительно осей вращения колес равны нулю; контакт шины с дорогой точечный; отрыв колеса от дороги отсутствует; параметры жесткостей подвесок и радиальные жесткости шин линеаризуются.

Рассматриваемая динамическая система транспортного средства имеет семь степеней свободы:

- поддрессоренная часть транспортного средства:
 - первая степень свободы – вертикальное движение кузова на рессорах вместе с центром масс;
 - вторая степень свободы – продольно-угловые колебания;
 - третья степень свободы – поперечно-угловые колебания кузова;
- неподдрессоренные части транспортного средства:
 - четыре степени свободы – вертикальные колебания осей и колес в сборе.

Учитывая принятое допущение о симметричности транспортного средства относительно продольной оси, колебания в продольной и в поперечной плоскости рассматривали независимо друг от друга.

Более того, профиль дорожного покрытия на левой и правой полосе наката допускается принимать одинаковым, что исключает возможность поперечных колебаний автомобиля и позволяет перейти от пространственной расчетной модели транспортного средства к плоской с четырьмя степенями свободы (рисунок).

Применительно к данной расчетной модели транспортного средства приняты следующие обозначения:

- m_n – поддрессоренная масса транспортного средства;
- m_{n1}, m_{n2} – неподдрессоренные массы мостов;
- c_{p1}, c_{p2} – коэффициенты жесткости подвески;
- k_1, k_2 – коэффициенты демпфирования подвески;
- $c_{ш1}, c_{ш2}$ – радиальная жесткость шин;
- a – расстояние от первой оси до ЦТ (точка 0);
- b – расстояние от второй оси до ЦТ (точка 0).

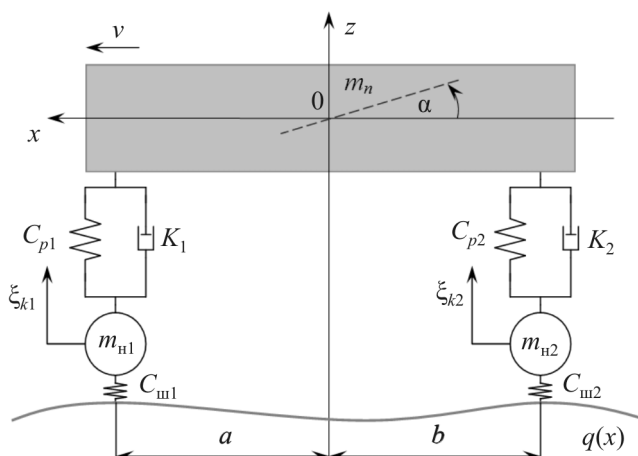


Рис. Расчетная модель взаимодействия транспортного средства и дорожной одежды с четырьмя степенями свободы

Рассматриваемая динамическая система имеет четыре степени свободы:

- подрессоренная масса m_n имеет две степени свободы: колебания в вертикальной плоскости – перемещение z и вращение вокруг поперечной оси OY – поворот α ;

- неподдресоренные массы мостов m_{n1} , m_{n2} имеют степень свободы по дополнительной координате ζ_{k1} , ζ_{k2} ,

Введем коэффициент распределения подрессоренных масс

$$\varepsilon_y = \frac{\rho_y^2}{a \cdot b},$$

где ρ_y – радиус инерции подрессоренной массы относительно поперечной оси OY .

При условии $\varepsilon_y \approx 1$, когда взаимное влияние подрессоренных масс незначительно, представленную на рисунке систему можно разбить на две независимые системы с двумя степенями свободы каждая. Линейная постановка задачи позволяет получить относительно простое аналитическое решение задачи с применением обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Рассмотрим колебания системы без учета демпфирующей способности шины, отсчитывая координаты z и ξ от положения статического равновесия соответственно подрессоренной m_n и неподдресоренной m_n масс, а координату q от среднего значения неровностей микропрофиля поверхности дороги.

Если воспользоваться уравнениями Лагранжа второго рода, то для рассматриваемой системы имеем

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_k} \quad (k = 1, 2, \dots, N),$$

где N – число степеней свободы динамической системы; T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; R – диссипативная функция Релея; q_k – обобщенная координата.

В нашем случае $N = 2$, $q_1 = \xi$, $q_2 = z$. Кинетическая энергия, потенциальная энергия и диссипативная функция Релея определяются как

$$T = \frac{1}{2} (m_n \cdot \dot{z}^2 + m_n \cdot \dot{\xi}^2), \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} [c_p (\zeta - z)^2 + c_w (q - \zeta)^2], \quad (2)$$

$$R = \frac{1}{2} k (\dot{\zeta} - \dot{z})^2. \quad (3)$$

Дифференцируя уравнения (1)–(3) по обобщенным координатам и подставляя значения полученных производных в исходные уравнения Лагранжа, получаем дифференциальные уравнения рассматриваемой динамической системы:

$$\begin{cases} m_n \ddot{z} + k(\dot{z} - \dot{\zeta}) + c_p(z - \zeta) = 0, \\ m_n \ddot{\zeta} + k(\dot{\zeta} - \dot{z}) + c_p(\zeta - z) + c_w \zeta = c_w q. \end{cases} \quad (4)$$

Уравнения (4) показывают связанность колебаний подрессоренной и непрорессоренной масс при движении автомобиля по дороге с текущей высотой ординат микропрофиля автомобильной дороги q , т.е. колебания подрессоренной массы будут сопровождаться колебаниями непрорессоренной массы, и наоборот.

Математическое описание продольного профиля дороги $q(x)$ при подстановке ее в правую часть уравнения, описывающего колебания непрорессоренной части транспортного средства в системе (4), позволяет определить величины ускорений \ddot{z} и $\ddot{\zeta}$, скоростей \dot{z} и $\dot{\zeta}$ и перемещений z и ζ во временной области.

Для построения математической модели также воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода и диссипативной функцией Релея: получаем систему дифференциальных уравнений вынужденных колебаний транспортного средства:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_n \ddot{z} + \dot{z}(k_1 + k_2) + z(c_{p1} + c_{p2}) + \dot{\alpha}(k_1 a - k_2 b) + \alpha(c_{p1} a - c_{p2} b) = \\ \quad = k_1 \dot{\zeta}_{k1} + k_2 \dot{\zeta}_{k2} + c_{p1} \zeta_{k1} + c_{p2} \zeta_{k2}, \\ J_y \ddot{\alpha} + \dot{\alpha}(k_1 a^2 + k_2 b^2) + \alpha(c_{p1} a^2 + c_{p2} b^2) + \dot{z}(k_1 a - k_2 b) + z(c_{p1} a - c_{p2} b) = \\ \quad = a(k_1 \dot{\zeta}_{k1} + c_{p1} \zeta_{k1}) - b(k_2 \dot{\zeta}_{k2} + c_{p2} \zeta_{k2}), \\ m_{n1} \ddot{\zeta}_{k1} + k_1(\dot{\zeta}_{k1} - \dot{z} - a\dot{\alpha}) + c_{p1}(\zeta_{k1} - z - a \cdot \alpha) + c_{m1} \zeta_{k1} = c_{m1} q_1, \\ m_{n2} \ddot{\zeta}_{k2} + k_2(\dot{\zeta}_{k2} - \dot{z} + b\dot{\alpha}) + c_{p2}(\zeta_{k2} - z + b \cdot \alpha) + c_{m2} \zeta_{k2} = c_{m2} q_2. \end{array} \right. \quad (5)$$

Полученные уравнения описывают вынужденные колебания транспортного средства при движении по дорожному покрытию и доказывают связанность всех колебаний.

Если возбудить вертикальные колебания подрессоренной массы, то возникнут продольно-угловые колебания и колебания неподрессоренных масс. Третье и четвертое уравнения системы (5) наглядно показывают, что кинематическое воздействие микропрофиля дороги $q(x)$ не только возбуждает колебания неподрессоренных масс, но и вызывает вертикальные и продольно-угловые колебания подрессоренной массы.

Результаты моделирования динамического поведения транспортного средства существенно зависят от точности математического описания продольного профиля дорожного покрытия. В первом приближении представим неровности дороги в синусоидальном виде (как правило, горизонтальные участки). Тогда текущая координата профиля дороги, в которой происходит контакт колеса с дорогой, имеет вид

$$q(x) = q_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right], \quad x \in [-\infty; +\infty],$$

где q_0 – амплитуда волны неровностей дороги; x – абсцисса точки с вертикальной координатой q ; l – длина волны дорожной неровности.

Моделирование единичной неровности с длиной волны l , расположенной посередине наблюдаемого участка длиной L , можно представить в синусоидальном виде:

$$q(x) = q_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right], \quad x \in \left[\frac{L-l}{2}; \frac{L+l}{2} \right].$$

При движении транспортного средства вертикальные воздействия от колес на дорожную конструкцию имеют динамический характер и переменны по величине и направлению. Динамические контактные усилия на

дорогу зависят от жесткости шины $c_{ш}$ и ее радиальной деформации, определяемой как разность высот неровностей дороги q и перемещения оси ζ_k колеса по нормали к плоскости дороги:

$$\tilde{N}_k = c_{ш}(q - \zeta_k). \quad (6)$$

С другой стороны, от транспортного средства на ось с колесом действует сила, обусловленная разностью ускорений \ddot{z} и $\ddot{\zeta}_k$ поддрессоренной m_n и неподрессоренной m_n масс:

$$\tilde{N}_k = m_n \ddot{z} - m_n \cdot \ddot{\zeta}_k. \quad (7)$$

Собственно, уравнения (6) или (7) позволяют определить динамические осевые нагрузки в виде временных рядов $N_k(t)$.

Математическое моделирование динамического воздействия транспортного средства на дорожное покрытие позволяет рассчитывать динамические нагрузки на конструктивные слои автомобильной дороги. Получены закономерности колебаний двухосного транспортного средства применительно к различным типам дорожных покрытий.

Список литературы

1. Benaziz M., Nacivet S., Thouverez F. A shock absorber model for structure-borne noise analyses // Journal of Sound and Vibration. – 2015. – Vol. 349. – P. 177–194.
2. Georgiev Z., Kunchev L. Study of the vibrational behaviour of the components of a car suspension // MATEC Web of Conferences. – Vol. 234 (1). – BulTrans-2018. Sozopol, Bulgaria. – P. 1–6.
3. Vibration Analysis of Rotating Tires Focused on Effect of Rotation Using a Three – Dimensional Flexible Ring Model / M. Matsubara, N. Tsujiuchi, T. Ise, S. Kawamura // SAE Technical Paper. – 2017-01-1903. – 2017. – URL: <https://doi.org/10.4271/2017-01-1903> (accessed 20 September 2019).
4. Measurement of the tire dynamic transfer stiffness at operational excitation levels / P. Kindt, F. De Coninck, P. Sas, W. Desmet // Proceedings of ISMA 2010. International Conference on Noise and Vibration Engineering. – 2010. – P. 3991–4002.
5. Xinguo J., Yanjun Q., Sheng R. An approach to optimize the settings of actuated signals // Journal of Modern Transportation. – 2011. – Vol. 19, № 1. – P. 68–74.
6. Углова Е.В. Прогнозирование усталостной долговечности асфальтобетонных покрытий // Транспортное строительство. – 2008. – № 11. – С. 13–15.
7. Углова Е.В., Илиополов С.К. Выбор стратегии ремонта автомобильных дорог на основе динамического мониторинга их состояния // Автомобильные дороги. – 2007. – № 2. – С. 71–74.
8. Углова Е.В., Тиратурян А.Н., Ляпин А.А. Комплексный подход к исследованию характеристик динамического деформирования на поверхности нежестких дорожных одежд с использованием методов неразрушающего контроля // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 2. – С. 111–130.
9. Регулируемые пневматические и пневмогидравлические рессоры подвесок автотранспортных средств: монография / А.В. Поздеев, В.В. Новиков, А.С. Дьяков [и др.]. – Волгоград: Изд-во ВолгГТУ. – 2013. – 244 с.
10. Жилейкин М.М. Теоретические основы повышения показателей устойчивости и управляемости колесных машин на базе методов нечеткой логики: монография. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. – 239 с.

11. Серова Е.Ю., Сапожкова Н.В. Оценка состояния организации движения транспорта на улично-дорожной сети Волгограда // Вестник Волгогр. гос. архит.-строит. ун-та. Сер. Строительство и архитектура. – 2015. – Вып. 40 (59). – С. 208–217.
12. Стрелков М.Н. Разработка методики исследования взаимосвязанных колебаний подвески и трансмиссии легкового автомобиля: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Ижевск, 2007. – 26 с.
13. Рыков С.П. Методы моделирования и оценки поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин в расчетах подвески и колебаний колесных машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. – Братск, 2005. – 430 с.
14. Подрубалов В.К., Никитенко А.Н., Подрубалов М.В. Вибронагруженность трактора при случайном кинематическом возбуждении // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. – 2013. – Т. 1, № 2 (16). – С. 221–226.
15. Михайлов В.Г. Анализ методов получения продольных профилей дорог // Системный анализ и прикладная информатика. – 2018. – № 2. – С. 13–21.
16. Колесников Ю.И., Федин К.В., Нгомайезве Л. Диагностика основания твердого дорожного покрытия по упругим стоячим волнам // Инженерные изыскания. – 2018. – Т. 12, № 7–8. – С. 84–91.
17. Петько В.И., Куконин В.Е., Самута А.М. Моделирование профиля дороги и его составляющих // Автомобильная промышленность. – 2009. – № 4. – С. 25–27.

References

1. Benaziz M., Nacivet S., Thouvez F. A shock absorber model for structure-borne noise analyses, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 349, 2015, pp. 177-194.
2. Georgiev Z., Kunchev L. Study of the vibrational behaviour of the components of a car suspension, *MATEC Web of Conferences*, vol. 234(1):02005, *BulTrans-2018*, Sozopol, Bulgaria, pp. 1-6.
3. Matsubara M., Tsujiuchi N., Ise T., Kawamura S. Vibration Analysis of Rotating Tires Focused on Effect of Rotation Using a Three - Dimensional Flexible Ring Model, *SAE Technical Paper 2017-01-1903*, 2017, <https://doi.org/10.4271/2017-01-1903>.
4. Kindt P., De Coninck F., Sas P., Desmet W. Measurement of the tire dynamic transfer stiffness at operational excitation levels, *Proceedings of ISMA 2010. International Conference on Noise and Vibration Engineering*, 2010, pp. 3991-4002.
5. Xinguo J., Yanjun Q., Sheng R. An approach to optimize the settings of actuated signals. *Journal of Modern Transportation*, Vol. 19, no. 1, March 2011, pp. 68-74.
6. Uglova E.V. Prognozirovanie ustalostnoj dolgovechnosti asfal'tobetonnyh pokrytij [Prediction of the fatigue durability of asphalt concrete pavements]. *Transportnoe stroitel'stvo*. 2008, no. 11, pp. 13-15.
7. Uglova E.V., Iliopolov S.K. Vybor strategii remonta avtomobil'nyh dorog na osnove dinamicheskogo monitoringa ih sostoyaniya [Choosing a strategy for repairing roads based on dynamic monitoring of their condition]. *Avtomobil'nye dorogi*. 2007, no. 2, pp. 71-74.
8. Uglova E.V., Tiraturyan A.N., Lyapin A.A. Kompleksnyj podhod k issledovaniyu harakteristik dinamicheskogo deformirovaniya na poverhnosti nezhestkih dorozhnyh odezhd s ispol'zovaniem metodov nerazrushayushchego kontrolya [An integrated approach to the study of the characteristics of dynamic deformation on the surface of non-rigid pavements using non-destructive testing methods]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*. 2016, no. 2, pp. 111-130.
9. Reguliruemye pnevmaticheskie i pnevmogidravlicheskie resory podvesok avtotransportnyh sredstv. [Adjustable pneumatic and pneumohydraulic springs of suspensions of vehicles]: monogr / A.V. Pozdeev, V.V. Novikov, A.S. D'yakov i dr. ; Volgograd. gos. tekhn. un-t Minobrnauki RF. Volgograd, VolgGTU, 2013, 244 p.
10. Teoreticheskie osnovy povysheniya pokazatelej ustojchivosti i upravlyaemosti kolesnyh mashin na baze metodov nechetkoj logiki : monogr. M.M. Zhilejkin. M.: MGTU im. N.E. Bauman, 2016, 239 p.
11. Serova E.YU., Sapozhkova N.V. Ocenka sostoyaniya organizacii dvizheniya transporta na ulichno-dorozhnoj seti Volgograda [Assessment of the state of the organization of traffic on the road network of Volgograd]. *Vestnik Volgogr. gos. arhit.-stroit. un-ta. Ser. Str-vo i arhit.* 2015, vol. 40(59), pp. 208-217.

12. Strelkov M.N. Razrabotka metodiki issledovaniya vzaimosvyazannyh kolebanij podveski i transmissii legkovogo avtomobilya [Development of a methodology for the study of interconnected vibrations of the suspension and transmission of a passenger car]. Abstract of Ph.D. thesis. Izhevsk, 2007, 26 p.
13. Rykov S.P. Metody modelirovaniya i ochenki pogloshchayushchej i sglazhivayushchej sposobnosti pnevmaticheskikh shin v raschetah podveski i kolebanij kolesnyh mashin [Methods for modeling and evaluating the absorbing and smoothing ability of pneumatic tires in the calculation of the suspension and vibrations of wheeled vehicles]. Abstract of Doctor's degree dissertation. Bratsk, 2005, 430 p.
14. Podrubalov V.K., Nikitenko A.N., Podrubalov M.V. Vibronagruzhennost' traktora pri sluchajnom kinematicheskom vozbuзhdenii [Vibration load of a tractor with random kinematic excitation]. *Izvestiya Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta MAMI*. 2013, vol. 1. no. 2 (16), pp. 221-226.
15. Mihajlov V.G. Analiz metodov polucheniya prodol'nyh profilej dorog [Analysis of methods for obtaining longitudinal road profiles]. *Sistemnyj analiz i prikladnaya informatika*. 2018, no. 2, pp. 13-21.
16. Kolesnikov YU.I., Fedin K.V., Ngomajezve L. Diagnostika osnovaniya tverdogo dorozhnogo pokrytiya po uprugim stoyachim volnam [Diagnostics of the foundation of a hard road surface using elastic standing waves]. *Inzhenernye izyskaniya*. 2018, vol. 12, no. 7-8, pp. 84-91.
17. Pet'ko V.I., Kukonin V.E., Samuta A.M Modelirovanie profilya dorogi i ego sostavlyayushchih [Modeling the profile of the road and its components]. *Avtomobil'naya promyshlennost'*. 2009, no. 4, pp. 25-27.

Получено 30.09.2019

V. Malyshev, K. Pugin, R. Shaihov

MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF A VEHICLE ON THE CONSTRUCTION OF A MOTORROAD

The main aspects of mathematical modeling of the dynamic impact of a biaxial vehicle on the road surface are examined. A calculation model of the interaction of the vehicle and the road structure is substantiated and developed. When developing mathematical models of the vehicle and the profile of the road, the following assumptions were made: the vehicle has a symmetrical arrangement of masses relative to the longitudinal axis; deformations of the vehicle frame are not taken into account; the center of gravity of the frame and load of the vehicle is located in the longitudinal plane; tire contact with the road is point; there is no separation of the wheel from the road. Analysis of the theories of the dynamic stability of pavements made it possible to develop an own model of the interaction of a vehicle and road surface. The proposed dynamic vehicle system has seven degrees of freedom. Mathematical Lagrange transformations of the second kind and the Rayleigh dissipative function were used. The obtained equations show the connectedness of the oscillations of the sprung and unsprung masses of the vehicle during its movement along the road with the current ordinate height of the microprofile of the road. Fluctuations in the sprung mass will be accompanied with fluctuations of the unsprung mass and vice versa. Dynamic contact forces on the road were obtained, depending on the stiffness of the tire and its radial deformation, defined as the difference between the heights of the roughness of the road and the displacement of the axis of the vehicle's wheel normal to the road plane. A mathematical model of the interaction between the vehicle and the road profile is presented, which allows calculating the dynamic loads on the road surface.

Keywords: motorroad, mathematical modeling, dynamic impact, calculation model, longitudinal profile.

Малышев Вадим Андреевич (Пермь, Россия) – магистрант кафедры «Технический сервис и ремонт машин», Пермский государственный аграрно-технологический университет (614990, Пермь, ул. Петропавловская, 23, e-mail: shr84@list.ru).

Пугин Константин Георгиевич (Пермь, Россия) – д-р техн. наук, профессор кафедры «Автомобили и технологические машины», Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Волжский государственный университет водного транспорта, Пермский филиал (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: 123zzz@rambler.ru).

Шаихов Ринат Фидарисович (Пермь, Россия) – канд. техн. наук, доцент кафедры «Технический сервис и ремонт машин», Пермский государственный аграрно-технологический университет (614990, Пермь, ул. Петропавловская, 23, e-mail: shr84@list.ru).

Malyshev Vadim (Perm, Russian Federation) – Master Department of Technical Service and Repair of Cars, Perm State Agro-Technological University (614990, Perm, Petropavlovskaya st., 23, e-mail: shr84@list.ru).

Pugin Konstantin (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automobiles and Technological Machines, Perm National Research Polytechnic University (614000, Perm, Akademician Korolev st., 19a, e-mail: 123zzz@rambler.ru); Professor, Perm Branch of Volga State Academy of Water Transport (614060, Perm, Gagarina st., 33).

Shaihov Rinat (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Technical Service and Repair of Cars, Perm State Agro-Technological University (614990, Perm, Petropavlovskaya st., 23, e-mail: shr84@list.ru).