

УДК 629.7.05:592.2

**Н.Г. Ламанова<sup>1</sup>, А.С. Плешивых<sup>1</sup>, И.Н. Грибков<sup>1,2</sup>, А.И. Фатыков<sup>1,2</sup>**<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия<sup>2</sup>АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Россия

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ**

При создании современных авиационных газотурбинных двигателей отмечается значительное усложнение систем автоматического управления и контроля, а их задачи управления являются нетривиальными по множеству причин. Для решения этих задач необходима адекватная математическая модель системы автоматического управления в реальном масштабе времени. Наличие такой модели создает предпосылки для решения задач управления, а также дает возможность обеспечения информационной избыточности, которая позволяет повысить отказоустойчивость системы автоматического управления, т.е. ее способность выполнять свои функции после появления неисправностей. В статье представлены результаты анализа математической модели современной системы автоматического управления газотурбинного двигателя на одном из стационарных и одном из переходных режимов функционирования. Анализ включает рекуррентную идентификацию коэффициентов математической модели, оценивание точности идентификации и определение статистических характеристик измерительных и системных шумов. Идентификация проводилась на основе измерительной информации, полученной в результате летных испытаний авиационного газотурбинного двигателя. Применялись методы регрессионного и дисперсионного анализа. Для определения оптимальных оценок коэффициентов математической модели использовался метод наименьших квадратов в движущемся окне. Этот метод позволяет получить несмещенные оценки коэффициентов с минимальной дисперсией. Проводилась оптимизация ширины движущегося окна с целью обеспечения минимума времени запаздывания оценок сигнала выхода модели и требуемой точности идентификации на всех режимах функционирования двигателя. Точность идентификации оценивалась по коэффициенту детерминации. Результаты анализа математической модели системы автоматического управления для одного из стационарных из переходных режимов представлены в виде таблиц и графиков. Показано, что предложенный алгоритм идентификации обеспечивает выполнение требований по точности определения оценок сигналов выхода системы автоматического управления газотурбинного двигателя и времени их запаздывания.

**Ключевые слова:** математическая модель, идентификация, метод наименьших квадратов, оценивание, дисперсионный анализ, рекуррентная идентификация.

**N.G. Lamanova<sup>1</sup>, A.S. Pleshivich<sup>1</sup>, I.N. Gribkov<sup>1,2</sup>, A.I. Fatykov<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup>JCS «UEC-Aviadvigatel», Perm, Russian Federation

## **IDENTIFICATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE AUTOMATIC CONTROL SYSTEM OF A GAS TURBINE ENGINE**

When creating modern aviation gas turbine engines, there is a significant complication of automatic control systems and control, and their control tasks are nontrivial for many reasons. To solve these problems, an adequate mathematical model of the automatic control system in real time is necessary. The presence of such a model creates prerequisites for solving control problems, and also makes it possible to ensure information redundancy, which allows increasing the fault tolerance of the automatic control system, that is, its ability to perform its functions after the appearance of faults. The article presents the results of the analysis of the mathematical model of the modern automatic control system of a gas turbine engine at the steady-state and one of the transient modes of operation. The analysis includes the recurrent identification of the mathematical model coefficients, the estimation of the identification accuracy and the determination of the measuring and system noise statistical characteristics. The identification was carried out on the basis of measurement information obtained as a result of flight tests of an aircraft gas turbine engine. The methods of regression and analysis of variance have been used. To determine the optimal estimates of the mathematical model coefficients, the least squares method in a moving window was used. This method allows one to obtain unbiased estimates of coefficients with minimal variance. The width of the moving window was optimized in order to ensure a minimum of the lag time for the estimates of the model output signal and the required identification accuracy in all modes of engine operation. The accuracy of identification was estimated by the coefficient of determination. The results of the automatic control system mathematical model analysis for one of the steady-state and transient modes are presented in the form of tables and graphs. It is shown that the proposed identification algorithm meets the requirements for the accuracy of determining the estimates of the output signals of the automatic control system of a gas turbine engine and their time lag.

**Keywords:** mathematical model, identification, least squares method, estimation, analysis of variance, recurrent identification.

**Введение.** Для управления сложными динамическими системами и решения других задач управления необходима математическая модель (ММ) объекта управления (ОУ). Такой динамической системой является система автоматического управления авиационного турбореактивного двухконтурного двигателя (САУ ТРДД). Наличие адекватной ММ САУ ТРДД создает предпосылки для решения не только задач управления, но и позволяет обеспечить информационную избыточность и, следовательно, отказоустойчивость САУ, т.е. способность выполнять свои функции и после появления неисправностей [1].

Идентификация математической модели САУ ТРДД является основным этапом анализа ММ, который кроме идентификации включает оценивание точности идентификации и определение вероятностных характеристик измерительных и системных шумов [2, 3, 4].

Проводился анализ математической модели современной САУ ТРДД на основе измерительной информации, полученной в результате летных испытаний.

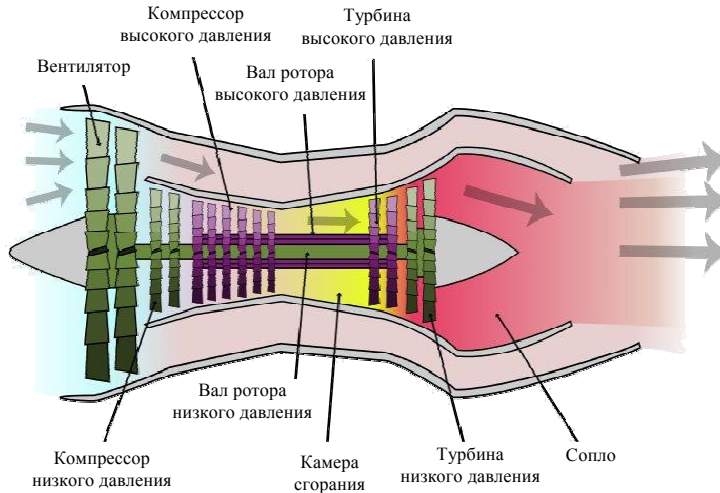


Рис. 1. Схема двухвального двухконтурного ТРДД

Поведение САУ ТРДД в режиме нормального функционирования описывается линейной, дискретной, стохастической моделью [1, 3, 5, 6]:

$$\begin{cases} x(k+1) = \Phi x(k) + \Psi u(k) + \Phi_0 + w(k) \\ z(k+1) = Hx(k+1) + Du(k+1) + H_0 + v(k+1) \end{cases} \quad (1)$$

где  $x(k)$  – вектор состояния,  $x(k) = [n_v(k) \ n_k(k)]^T$ ;  $u(k)$  – вектор управляющего воздействия,  $u(k) = [G_T(k) \ \varphi_{\text{вна}}(k)]^T$ ;  $w(k)$  – вектор шума возмущения,  $w(k) = [w_1(k) \ w_2(k)]^T$ ;  $z(k)$  – вектор измерения,  $z(k) = [P_K(k) \ T_T(k)]^T$ ;  $v(k)$  – вектор шума измерения,  $v(k) = [v_1(k) \ v_2(k)]^T$ ;  $n_v(k)$ ,  $n_k(k)$  – частота вращения вала ротора низкого и высокого давления,  $G_T(k)$  – расход топлива;  $\varphi_{\text{вна}}(k)$  – угол входных направляющих аппаратов;  $P_K(k)$  – давление газа за компрессором;  $T_T(k)$  – температура газа за турбинами;  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $\Phi_0$  – переходные матрицы коэффициентов динамической модели,  $\Phi = \{\varphi_{i,j} \ i, j=1,2\}$ ,  $\Psi = \{\psi_{i,j} \ i, j=1,2\}$ ,  $\Phi_0 = \{\varphi_{0,i} \ i=1,2\}$ ;  $H$ ,  $D$ ,  $H_0$  –

матрицы коэффициентов модели измерений,  $H = \{h_{i,j} \quad i, j=1,2\}$ ,  
 $D = \{d_{i,j} \quad i, j=1,2\}$ ,  $H_0 = \{h_{0,i} \quad i=1,2\}$ .

Измерительные и системные шумы представляют собой центрированные гауссовские последовательности с нулевым математическим ожиданием и ковариационными матрицами [7, 8]:

$$\text{cov}\{v(k), \tau=j-i\} = M\{v(i) v^T(j)\} = R\delta_{ij},$$

$$\text{cov}\{w(k), \tau=j-i\} = M\{w(i) w^T(j)\} = Q\delta_{ij},$$

где  $R$  и  $Q$  – неотрицательно определенные дисперсионные матрицы шума измерения и возмущения соответственно;  $\delta_{ij}$  – функция Кронекера,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

В САУ ТРДД предусмотрено измерение векторов состояния  $x(k)$ , выхода  $z(k)$  и управления  $u(k)$ .

Каждое из уравнений модели (1), представляет собой уравнение множественной линейной регрессии [9, 10]:

$$y(k) = \varepsilon_0 + \sum_{i=1}^m \varepsilon_i x_i(k), \quad k = 1, n, \quad (2)$$

где  $y(k)$  – отклик, контролируемая случайная переменная выхода, линейно зависящая от  $(m+1)$  неизвестных коэффициентов  $\{\varepsilon_i, i=0, m\}$ . Случайность отклика обусловлена наличием ошибки  $\{e(k), k=1, n\}$ ;  $\{x_i(k), i=1, m, k=1, n\}$  – регрессоры, контролируемые неслучайные переменные входа.

Уравнение (2) в матричной форме имеет вид [9]:

$$Y = X \cdot \varepsilon + e, \quad (3)$$

где  $Y$  – вектор отклика размера  $n$ , состоящий из измеренных значений сигналов выхода;  $X$  – матрица регрессоров размера  $(n \times m)$ , состоящая из измеренных значений сигналов входа;  $\varepsilon$  – вектор неизвестных коэффициентов модели размера  $m$ ;  $e$  – вектор ошибок размера  $n$ .

Анализ математической модели САУ ТРДД проводился на основе методов регрессионного и дисперсионного анализа. Задача линейного регрессионного анализа заключается в определении оптимальных оценок коэффициентов  $\hat{\varepsilon}_i$  модели (2), а также в статистическом анали-

зе оцененной модели  $\hat{y}(k) = \sum_0^m \hat{\theta}_i x_i(k)$  и ошибки  $e(k)$ , при этом полагается, что [9]:

$$1) e(k) \in N(0, \sigma_x^2), \text{cov}\{e(k), \tau=j-i\} = M\{e(i) e(j)\} = \sigma^2 \delta_{ij},$$

где  $\sigma^2$  – дисперсия ошибки;

$$2) y(k) \in N(\eta, \sigma_x^2), \text{cov}\{e(k), \tau=j-i\} = M\{e(i) e(j)\} = \sigma^2 \delta_{ij},$$

где  $\eta = \sum_0^m \theta_0 x_i(k)$  – неслучайная величина;

3) матрица регрессоров – матрица полного ранга. Поскольку  $(m+1)$  столбцов матрицы  $X$  линейно независимы,  $\text{rank}[X] = m + 1$ . Тогда симметричная матрица  $(X^T X)$  имеет такой же ранг, и для неё существует обратная матрица  $(X^T X)^{-1}$ .

Для идентификации математической модели САУ ТРДД использовался матричный алгоритм метода наименьших квадратов (МНК) [11, 12]:

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad \hat{\theta} = \{\hat{\theta}_i, 0, m\}, \quad (4)$$

который является единственным решением нормальной системы уравнений Гаусса:

$$X^T X \hat{\theta} = X^T y \quad (5)$$

и представляет собой линейную функцию от результатов наблюдений  $\{y(k), k = 1, n\}$ .

Система (5) получена в результате оптимизации функции потерь [13]:

$$L = \sum_1^m \tilde{y}(k)^2 = \sum_1^m [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \rightarrow \min,$$

где  $\hat{y}(k)$  – оцененные или предсказанные значения отклика,

$$\hat{y}(k) = \hat{\theta}_0 + \sum_1^m \hat{\theta}_i x_i(k), \quad k = 1, n;$$

$\tilde{y}(k)$  – ошибки оценки отклика или остатки.

В матричной форме функция потерь [13] имеет вид:

$$L = (Y - \hat{Y})^T (Y - \hat{Y}) = \tilde{Y}^T \tilde{Y} \rightarrow \min,$$

где  $\hat{Y}(k)$  – оцененные или предсказанные значения отклика;  $\tilde{Y}(k)$  – вектор ошибок оценки отклика или вектор остатков размера  $n$ .

В матричной форме

$$\hat{Y}(k) = X\hat{\theta}, \quad \hat{\theta} = \{\hat{\theta}_i, \quad 0, \quad m\}. \quad (6)$$

МНК-оценки (4) при изложенных выше ограничительных условиях имеют следующие свойства [12]:

1. Несмещенность;
2. Дисперсионная матрица вектора  $\hat{\theta}$  имеет вид:

$$D[\hat{\theta}] = \sigma^2 (X^T X)^{-1}.$$

Таким образом, в соответствии с теоремой Гаусса–Маркова дисперсией  $i$ -го коэффициента  $\hat{\theta}_i$  служит  $i$ -й диагональный элемент этой матрицы;

3. Дисперсия оценки  $\hat{\theta}$  меньше дисперсии любой другой несмещенной оценки, т.е. МНК-оценка – это линейная несмещенная оценка с минимальной дисперсией.

Входные и выходные переменные модели (1) имеют численные значения, отличающиеся на несколько порядков, что вызывает ошибки вычисления при реализации алгоритма МНК (4). Для уменьшения этих ошибок проводится центрирование модели (1), в результате которого получаем модель в отклонениях [1, 2, 8]:

$$\begin{cases} \overset{\circ}{n}_e(k+1) = \overset{\circ}{\phi}_{11} \overset{\circ}{n}_v(k) + \overset{\circ}{\phi}_{12} \overset{\circ}{n}_k(k) + \overset{\circ}{\psi}_{11} \overset{\circ}{G}_T(k) + \overset{\circ}{\psi}_{12} \overset{\circ}{\phi}_{\text{вна}}(k) + W_1(k), \\ \overset{\circ}{n}_k(k+1) = \overset{\circ}{\phi}_{21} \overset{\circ}{n}_v(k) + \overset{\circ}{\phi}_{22} \overset{\circ}{n}_k(k) + \overset{\circ}{\psi}_{21} \overset{\circ}{G}_T(k) + \overset{\circ}{\psi}_{22} \overset{\circ}{\phi}_{\text{вна}}(k) + W_2(k), \\ \overset{\circ}{P}_k(k+1) = \overset{\circ}{h}_{11} \overset{\circ}{n}_v(k+1) + \overset{\circ}{h}_{12} \overset{\circ}{n}_k(k+1) + \overset{\circ}{d}_{11} \overset{\circ}{G}_T(k+1) + \overset{\circ}{d}_{12} \overset{\circ}{\phi}_{\text{вна}}(k+1) + V_1(k+1), \\ \overset{\circ}{T}_T(k+1) = \overset{\circ}{h}_{21} \overset{\circ}{n}_v(k+1) + \overset{\circ}{h}_{22} \overset{\circ}{n}_k(k+1) + \overset{\circ}{d}_{21} \overset{\circ}{G}_T(k+1) + \overset{\circ}{d}_{22} \overset{\circ}{\phi}_{\text{вна}}(k+1) + V_2(k+1). \end{cases}$$

Проводилась рекуррентная идентификация в движущемся окне в соответствии с центрированным алгоритмом МНК:

$$\hat{\theta}_i = (\overset{\circ}{X}^T \overset{\circ}{X})^{-1} \overset{\circ}{X}^T \overset{\circ}{Y}, \quad \hat{\theta}_i = \{\hat{\theta}_i, \quad 1, \quad 4\}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_1 &= [\hat{\phi}_{11} \quad \hat{\phi}_{12} \quad \hat{\psi}_{11} \quad \hat{\psi}_{12}]; & \hat{\theta}_2 &= [\hat{\phi}_{21} \quad \hat{\phi}_{22} \quad \hat{\psi}_{21} \quad \hat{\psi}_{22}]; \\ \hat{\theta}_3 &= [\hat{h}_{11} \quad \hat{h}_{12} \quad \hat{d}_{11} \quad \hat{d}_{12}]; & \hat{\theta}_4 &= [\hat{h}_{21} \quad \hat{h}_{22} \quad \hat{d}_{21} \quad \hat{d}_{22}]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{Y}1 &= [\overset{\circ}{n}_V(2) \dots \overset{\circ}{n}_V(n+1)]^T; & \overset{\circ}{Y}2 &= [\overset{\circ}{n}_K(2) \dots \overset{\circ}{n}_K(n+1)]^T; \\ \overset{\circ}{Y}3 &= [\overset{\circ}{P}_K(1) \dots \overset{\circ}{P}_K(n)]^T; & \overset{\circ}{Y}4 &= [\overset{\circ}{T}_T(1) \dots \overset{\circ}{T}_T(n)]^T; \\ \overset{\circ}{X} &= \begin{bmatrix} \overset{\circ}{n}_V(1) & \overset{\circ}{n}_K(1) & \overset{\circ}{G}_T(1) & \overset{\circ}{\Phi}_{\text{внв}}(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overset{\circ}{n}_V(n) & \overset{\circ}{n}_K(n) & \overset{\circ}{G}_T(n) & \overset{\circ}{\Phi}_{\text{внв}}(n) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Частота опроса сигналов датчиков САУ ТРДД равна 50 Гц, число опросов – 5000 на крейсерском режиме и 1600 на одном из переходных режимов работы ТРДД.

Для определения оценок коэффициентов постоянного смещения  $\hat{\phi}_{01}$ ,  $\hat{\phi}_{02}$ ,  $\hat{h}_{01}$ ,  $\hat{h}_{02}$  используется уравнение средних [14, 15]:

$$\bar{y}_i = \hat{\theta}_{0i} + \sum_1^m \hat{\theta}_{ij} \bar{x}_{ij}; \quad \hat{\theta}_{0j} = \bar{y}_j - \sum_1^m \hat{\theta}_{ij} \bar{x}_{ij}, \quad j=1, 4, \quad (9)$$

где  $\bar{y}_j$ ,  $\bar{x}_{ij}$  – средние значения сигналов выхода и входа соответственно;

$$\hat{\theta}_{0j} = [\hat{\phi}_{01} \quad \hat{\phi}_{02} \quad \hat{h}_{01} \quad \hat{h}_{02}]^T.$$

После подстановки оценок коэффициентов (8) и (9) в (6) получим оцененную математическую модель САУ ТРДД:

$$\hat{Y}_j = X \hat{\theta}_j, \quad j = 1, 4$$

где  $\hat{Y}_j = [\hat{n}_V(k+1) \quad \hat{n}_K(k+1) \quad \hat{P}_K(k) \quad \hat{T}_T(k)]^T$ .

Идентификация математической модели САУ ТРДД проводилась по измерениям сигналов датчиков САУ, полученных во время летных испытаний. Рассматривались как стационарные, так и переходные режимы работы двигателя. Точность идентификации оценивалась при помощи методов дисперсионного анализа, который заключается в определении сумм квадратов или дисперсий и их сравнении. Определялись общая (полная) дисперсия  $S^2$ , дисперсия, обусловленная регрессией  $S_R^2$ , и дисперсия остатков  $S_0^2$ , которые образуют уравнение дисперсий [7, 16]:

$$S_2 = S_R^2 + S_0^2.$$

Чтобы оценить долю дисперсии, обусловленную регрессией, в общей дисперсии, определялся коэффициент множественной

детерминации для каждого сигнала выхода САУ ТРДД, который сравнивает эти дисперсии:

$$B_{yx}^j = \frac{S_{Rj}^2}{S_j^2} = \frac{\sum_1^n (\hat{y}_{ij} - \bar{y}_j)^2}{\sum_1^n (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}, \quad j = \overline{1,4}. \quad (10)$$

Коэффициент детерминации  $B_{yx}^j$  принимает значения от 0 до 1. Чем он ближе к единице, тем точнее реализована математическая модель сигнала выхода. Идентификация считается удовлетворительной, если  $B_{yx}^j \geq 0,7$  [6].

Дисперсию остатков называют необъясненной, так как она обусловлена помехами. С её помощью можно определить стандартную ошибку оценивания коэффициентов модели. Действительно, уравнение множественной регрессии [7, 9]:

$$Y = X\hat{v} + e. \quad (11)$$

Вектор ошибок оценки отклика:  $\tilde{Y} = Y - \hat{Y} = Y - X\hat{\hat{v}}$ , откуда

$$Y = X\hat{\hat{v}} + \tilde{Y}. \quad (12)$$

Сравнивая (11) и (12), логично предположить, что ошибка  $\tilde{Y}$  является оценкой помехи  $e$  (оценки измерительных и системных шумов).

Поэтому стандартная ошибка определялась для каждого уравнения математической модели по формуле [16]:

$$S_{oj} = S_{ej} = \sqrt{\frac{\sum_1^n (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \tilde{y}_{ij}^2}{n-1}}, \quad j = \overline{1,4}. \quad (13)$$

Следует отметить, что оценка (13) смещенная, так как при вычислении ошибки  $\tilde{Y}$  возникают связи, число которых равно числу оцениваемых коэффициентов модели. Эти связи необходимо учитывать при малых выборках ( $n \leq 100$ ) измерений для устранения смещения. В этом случае формула (13) принимает вид:

$$S_{0j} = S_{ej} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \tilde{y}_{ij}^2}{n-(m+2)}}, \quad j = \overline{1,4}.$$



Также определялось фактическое смещение оценок выхода математической модели САУ ТРДД – абсолютное и относительное [16, 17, 18]:

$$d_{\hat{y}_j} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m (y_{ij} - \hat{y}_{ij}); \delta_{\hat{y}_j} = \frac{d_{\hat{y}_j}}{\bar{y}_j} \cdot 100 \%. \quad j = \overline{1,4}.$$

Требование по точности МНК-оценок сигналов выхода САУ ТРДД находится в противоречии с требованием по времени их запаздывания  $\Delta t$ , которое не должно превышать 2 с.

Для достижения приемлемой точности идентификации и времени запаздывания МНК-оценок проводилась оптимизация ширины движущегося окна.

Рассматривались три варианта ширины окна:  $S = 200, 100$  и  $500$  отсчетов, что соответствует 1 с, 2 с и 10 с. Ширина перекрытия окон – 100 отсчетов.

Результаты моделирования алгоритма идентификации представлены в виде таблиц и графиков. Параметры ТРДД указаны в процентах от максимальных значений.

В табл. 1 представлены результаты оптимизации ширины движущегося окна, смещение МНК-оценок и стандартные ошибки на одном из стационарных (крейсерском) режиме работы двигателя.

Таблица 1

Результаты оптимизации ширины движущегося окна, смещения МНК-оценок и стандартные ошибки на стационарном режиме

Оценка качества идентификации	Сигнал датчика и ширина движущегося окна			
	$n_b, 200$	$n_k, 200$	$P_k, 500$	$T_T, 500$
Коэффициент детерминации, $B_{yx}, \%$	0,96	0,96	0,94	0,93
Смещение МНК-оценки, $d_{\hat{y}}, \%$	0,09	0,04	0,06	0,17
СКО ошибки (помехи), $S_e, \%$	2,79	2,79	2,79	2,29
Запаздывание $\Delta t, c$	2	2	2	2

На рис. 2 показаны процессы измерения сигналов выхода САУ ТРДД и их МНК-оценки при оптимальной ширине окна на одном из стационарных (крейсерском) режиме работы двигателя.

В табл. 2 представлены результаты оптимизации ширины движущегося окна и смещение МНК-оценок и стандартные ошибки на одном из переходных режимов работы двигателя.

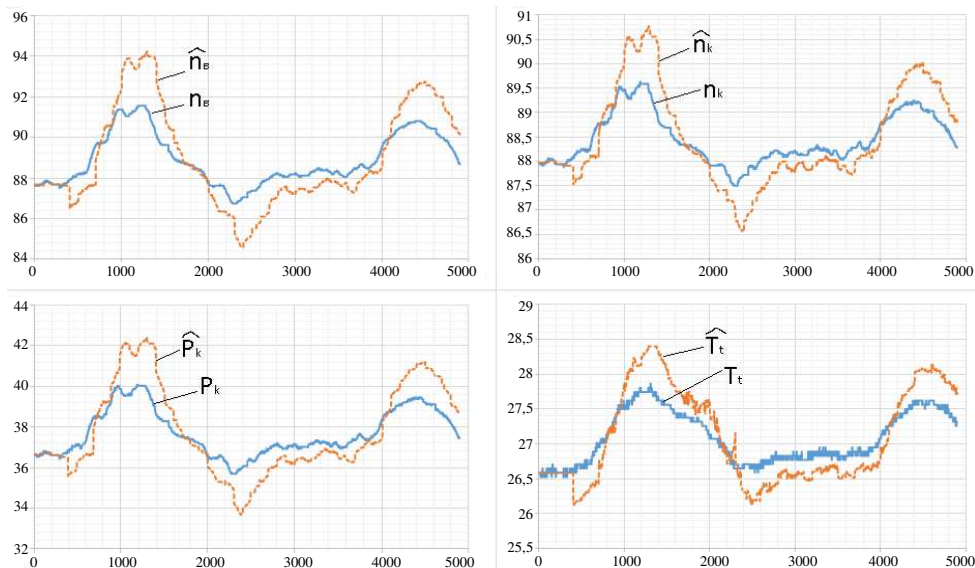


Рис. 2. Процессы измерения сигналов выхода САУ ТРДД и их МНК-оценки при оптимальной ширине окна на одном из стационарных (крейсерском) режиме работы двигателя

Таблица 2

Результаты оптимизации ширины движущегося окна и смещение МНК-оценок и стандартные ошибки на одном из переходных режимов работы двигателя

Оценка качества идентификации	Сигнал датчика и ширина движущегося окна			
	$n_v, 200$	$n_k, 200$	$P_k, 500$	$T_t, 500$
Коэффициент детерминации, $B_{yx}, \%$	0,97	0,97	0,96	0,86
Смещение МНК-оценки, $d_{\hat{y}}, \%$	0,03	0,05	0,09	0,21
СКО ошибки (помехи), $S_e, \%$	2,05	1,53	2,44	1,2
Запаздывание $\Delta t, c$	2	2	2	2

На рис. 3 показаны процессы измерения сигналов выхода САУ ТРДД и их МНК-оценки при оптимальной ширине окна на одном из переходных режимов работы двигателя.

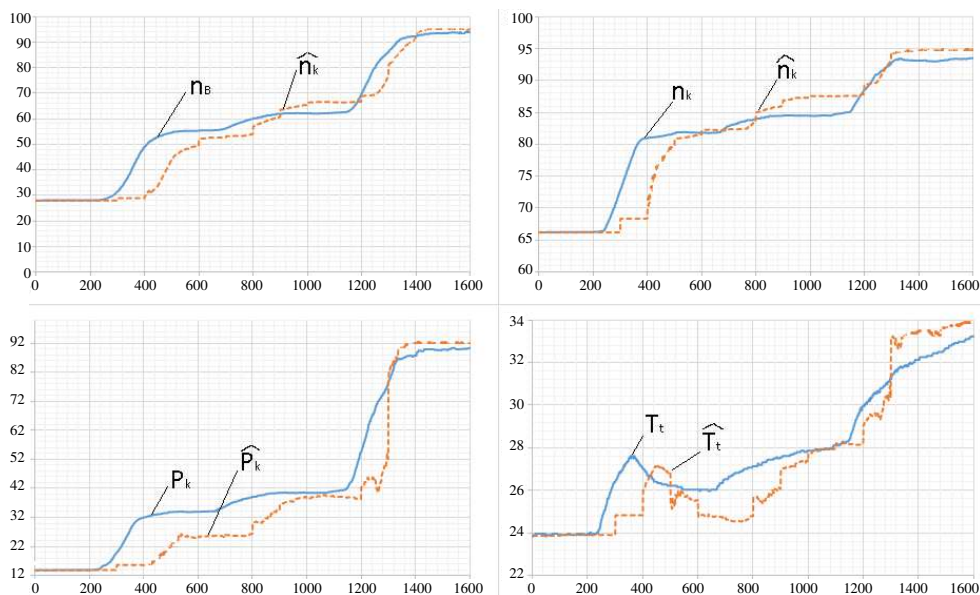


Рис. 3. Процессы измерения сигналов выхода САУ ТРДД и их МНК-оценки при оптимальной ширине окна на одном из переходных режимов работы двигателя

**Выводы:** В результате проведения анализа математической модели САУ ТРДД:

- предложен алгоритм рекуррентной идентификации математической модели САУ на основе метода наименьших квадратов в движущемся окне;

- проведена идентификация математической модели на основе измерительной информации датчиков САУ, полученной в результате летных испытаний САУ ТРДД;

- определены оптимальные несмещенные оценки коэффициентов математической модели с минимальной дисперсией как на стационарных, так и на переходных режимах работы двигателя;

- точность реализации математической модели вектора выхода САУ ТРДД на стационарных режимах составляет (93...96) %, на переходных – (86...97) %;

- абсолютное фактическое смещение МНК-оценок вектора выхода САУ ТРДД на стационарных режимах составляет (0,04...0,17) %, на переходных – (0,03...0,21) %;

- абсолютная стандартная ошибка (средняя амплитуда ошибки) МНК-оценок вектора выхода САУ ТРДД на стационарных режимах составляет (2,29...2,79) %, на переходных – (1,2...2,4) %;

– проведена оптимизация ширины движущегося окна для каждого сигнала выхода САУ ТРДД с целью достижения требуемых точности соответствующих МНК-оценок и времени их запаздывания. Точность полученных МНК-оценок сигналов выхода позволяет сделать вывод об адекватности математической модели сигналам выхода САУ в реальном масштабе времени.

Таким образом, результаты анализа математической модели САУ ТРДД подтверждают работоспособность предложенного алгоритма идентификации математической модели и может быть рекомендован для использования в реальной САУ.

### **Библиографический список**

1. Шевяков А.А. Автоматическое регулирование двигателей летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1980. – 331 с.
2. Идентификация систем управления авиационных газотурбинных двигателей / В.Г. Августинovich, В.А. Акиндинов, Б.В. Боев, В.Т. Дедеш. – М.: Машиностроение, 1984. – 196 с.
3. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. – М.: Мир, 1975. – 680 с.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2013. – 441 с.
5. Шевяков, А.А. Автоматика авиационных и ракетных силовых установок. – М.: Машиностроение, 1965. – 552 с.
6. Аренс Х., Лейтер Ю. Многомерный дисперсионный анализ. / пер. с нем. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 230 с.
7. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Т. 1. Общие сведения. Основные параметры и требования. Конструктивные и силовые схемы: учебник. – М.: Машиностроение, 2008. – 208 с.
8. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. – М.: Мир, 1973. – 958 с.
9. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: пер. с англ. – 2-е изд., перераб. и доп. Кн. 1. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 366 с.
10. Прохоров А.В., Ушаков В.Г., Ушаков Н.Г. Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы: учеб. пособие. – М.: Университет, 2009. – 327 с.

11. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Физматгиз, 1962. – 352 с.
12. Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы: учебник для втузов / Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. – 3-е изд., испр. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. – 447 с.
13. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 302 с.
14. Кузовков Н.Т., Карабанов С.В., Салычев О.С. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.
15. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. – М.: Наука, 1985. – 294 с.
16. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1974. – 464 с.
17. Сейдж Э., Мелса Дж. Теория оценивания и её применение в теории связи и управлении. – М.: Связь, 1976. – 496 с.
18. Медич Д. Статистические оптимальные линейные оценки и управление / под ред. А.С. Шаталова. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

### **References**

1. Sheviakov A.A. Avtomaticheskoe regulirovanie dvigatelei letatel'nykh apparatov [Automatic control of aircraft engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1980. 331 p.
2. Avgustinovich V.G., Akindinov V.A., Boev B.V. Dedesh, V.T. Identifikatsiia sistem upravleniia aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigatelei [Identification of control systems for aircraft gas turbine engines]. Moscow: Mashinostroenie, 1984. 196 p.
3. Eikkhoff P. Osnovy identifikatsii sistem upravleniia [The basics of identifying control systems]. Moscow: Mir, 1975. 680 с.
4. Venttsel' E.S., Ovcharov L.A. Teoriia sluchainykh protsessov i ee inzhenernye prilozheniia [Theory of random processes and its engineering applications]. 5nd ed. Moscow: KNORUS, 2013. 441 p.
5. Sheviakov, A.A. Avtomatika aviatsionnykh i raketnykh silovykh ustanovok [Automation of aircraft and rocket power plants]. Moscow: Mashinostroenie, 1965. 552 p.
6. Arens Kh., Leiter Iu. Mnogomernyi dispersionnyi analiz [Multivariate analysis of variance]. Moscow: Finansy i statistika, 1985. 230 p.

7. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratskii V.L. Osnovy konstruirovaniia aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok. Tom 1. Obshchie svedeniia. Osnovnye parametry i trebovaniia. Konstruktivnye i silovye skhemy [Fundamentals of designing aircraft engines and power plants. Tom 1. General information. Key parameters and requirements. Structural and power schemes]. Moscow: Mashinostroenie, 2008. 208 p.

8. Khimmel'blau D. Analiz protsessov statisticheskimi metodami [Analysis of processes by statistical methods]. Moscow: Mir, 1973. 958 p.

9. Dreiper N., Smit G. Prikladnoi regressionnyi analiz [Applied Regression Analysis]. 2nd ed. Book 1. Moscow: Finansy i statistika, 1986. 366 p.

10. Prokhorov A.V., Ushakov V.G., Ushakov N.G. Zadachi po teorii veroiatnostei. Osnovnye poniatii. Predel'nye teoremy. Sluchainye protsessy [Probability theory problems. Basic concepts. Limit Theorems. Random processes]. Moscow: Universitet, 2009. 327 p.

11. Linnik Iu.V. Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nabliudenii [Least Squares Method and the Basis of the Mathematical and Statistical Theory of Observation Processing]. 2nd ed. Leningrad: Fizmatgiz, 1962. 352 p.

12. Volkov I.K., Zuev S.M., Tsvetkova G.M. Sluchainye protsessy [Random processes]. 3rd ed. Moscow: Moskovskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet imeni N.E. Baumana, 2006. 447 p.

13. Ferster E., Rents B. Metody korreliatsionnogo i regressionnogo analiza [Methods of correlation and regression analysis]. Moscow: Finansy i statistika, 1983. 302 p.

14. Kuzovkov N.T., Karabanov S.V., Salychev O.S. Nepreryvnye i diskretnye sistemy upravleniia i metody identifikatsii [Continuous and discrete control systems and identification methods]. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 222 p.

15. Streits V. Metod prostranstva sostoianii v teorii diskretnykh lineinykh sistem upravleniia [The state space method in the theory of discrete linear control systems]. Moscow: Nauka, 1985. 294 p.

16. Bendat Dzh., Pirsol A. Izmerenie i analiz sluchainykh protsessov [Measurement and analysis of random processes]. Moscow: Mir, 1974. 464 p.

17. Seidzh E., Melsa Dzh. Teoriia otsenivaniia i ee primenenie v teorii sviazi i upravlenii [Estimation theory and its application in communication and control theory]. Moscow: Sviaz', 1976. 496 p.

18. Medich D. Statisticheskie optimal'nye lineinye otsenki i upravlenie [Statistical Optimal Linear Estimates and Management]. Ed. A.S. Shatalov. Moscow: Energiia, 1973. 440 p.

### **Сведения об авторах**

**Ламанова Надежда Геннадьевна** (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры «Прикладная математика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: nglaman@mail.ru).

**Плешивых Артур Сергеевич** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Прикладная математика» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: arthur.p.s.1995@mail.ru).

**Грибков Игорь Николаевич** (Пермь, Россия) – заместитель начальника отдела расчетно-экспериментальных работ и проектирования систем автоматического управления АО «ОДК-Авиадвигатель» (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: gribkov@avid.ru).

**Фатыков Альмир Ильгизович** (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Авиационные двигатели» Пермского национального исследовательского политехнического университета; инженер отдела расчетно-экспериментальных работ и проектирования систем автоматического управления АО «ОДК-Авиадвигатель» (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: fatykov-ai@avid.ru).

### **About the authors**

**Lamanova Nadezhda Gennadievna** (Perm, Russian Federation) is a Senior Lecturer Department of Applied Mathematics Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: nglaman@mail.ru).

**Pleshivikh Arthur Sergeevich** (Perm, Russian Federation) is a Graduate Student Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: arthur.p.s.1995@mail.ru).

**Gribkov Igor Nikolaevich** (Perm, Russian Federation) is a Deputy Head of Department of Analytical and experimental works and control system design JSC “UEC-Aviadvigatel” (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: gribkov@avid.ru).

**Fatykov Almir Ilgizovich** (Perm, Russian Federation) is a Graduate Student Department of Aircraft Engines Perm National Research Polytechnic University; Engineer of Department of Analytical and experimental works and control system design JSC “UEC-Aviadvigatel” (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: fatykov-ai@avid.ru).

Получено 17.07.2019