DOI: 10.15593/2224-9354/2019.3.19
УДК 33.012.46 (470+571)

А.А. Лунегова, А.В. Болотин, Д.Г. Васькин, Д.Н. Овсянникова

К ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТЬЮ НЕКОММЕРЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИЙ В РОССИИ

На базе математических методов системного анализа построена качественная теория динамики изменения численности людей в сфере, охваченной деятельностью некоммерческих организаций (НКО) в Российской Федерации. Представлены дифференциальные уравнения для относительной скорости роста численности людей в сфере НКО. Рассмотрены две группы детерминированных дифференциальных уравнений динамики изменения общей численности людей в НКО: обыкновенные дифференциальные уравнения, в которых относительная скорость роста является функцией числа людей, не охваченной сферой НКО, и уравнения, где относительная скорость – функция времени. Решение дифференциального уравнения первой группы приводит к аналитической зависимости для относительного прироста людей в сфере НКО, позволяющей предсказать временной поведение переменной, а также теоретически обосновать выбор функциональной зависимости относительной скорости роста численности людей, при получении и анализе уравнений второй группы. В уравнениях второй группы вида $\ln\frac{\omega_0+\delta\cdot\Theta}{\omega_0+\delta\cdot\Theta_0}=\delta\times t\Rightarrow\frac{\omega_0+\delta\cdot\Theta}{\omega_0+\delta\cdot\Theta_0}=\exp(\delta\cdot t)$ рост общей численности людей, охваченной сферой НКО, нормирован величиной t_m – временем, начиная с которого увеличение числа людей в НКО прекращается. При $t_m>>t$ это уравнение переходит в уравнение экспоненциального типа. Точное решение данного уравнения имеет вид типа гауссовской кривой нормального распределения. Применимость уравнения для описания динамики роста общей численности людей в сфере НКО указывает на то, что эволюцию социально-экономической системы можно рассматривать как ее переход из менее вероятного состояния в более вероятное по гауссовской кривой нормального распределения. Таким образом, разработанный нами теоретический подход позволяет подойти к количественному описанию динамики социально-экономической системы с позиций теории случайных процессов. Результаты теоретического анализа могут быть использованы при построении имитационной модели динамики изменения численности НКО, с целью последующего изучения влияния деятельности НКО на изменение экспериментально измеряемых показателей качества жизни народонаселения.

Ключевые слова: *некоммерческие организации, физическая экономика, динамика изменения численности НКО, критические явления, типовые динамические звенья, положительная обратная связь, процессы регуляции и оптимального управления.*

Лунегова Анастасия Антоновна – канд. экон. наук, доцент кафедры технических дисциплин ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», Лысьвенский филиал, Культурно-правовой центр «ВИВАТ», e-mail: laaru@rambler.ru.

Болотин Александр Викторович – канд. хим. наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства ФГБОУ ВО «Северо-Восточный государственный университет», Политехнический институт, e-mail: alexandr_bolotin@mail.ru.

Васькин Дмитрий Григорьевич – канд. экон. наук, начальник отдела по содействию развития сельскохозяйственного производства Кудымкарского муниципального района Пермского края, e-mail: laaru@rambler.ru.

Овсянникова Дарья Николаевна – студентка 3-го курса ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», направление «Строительство», Лысьвенский филиал, e-mail: dasha.ovsyannikova.1998@mail.ru

Введение. На стадии становления и развития социально ориентированного общества особое значение имеет деятельность некоммерческих организаций (НКО) как поставщика социально значимых услуг. В настоящее время упрощена процедура получения статуса социально ориентированной некоммерческой организации (СОНКО). Известно, что если НКО имеет статус социально ориентированной, то такие организации имеют возможность получения финансирования не только за счет президентских грантов, но и за счет поддержки от федеральных органов исполнительной власти. Однако многие руководители социально ориентированных НКО отмечают, что на эффективность их деятельности влияют как внутренние, так и внешние условия. К числу внешних условий они относят, в основном, слабо развитую государственную систему поддержки НКО, динамично изменяющееся законодательство и т.п. Нами предлагается в совокупности с этими внешними факторами рассматривать численность самих СОНКО, так как от численности поставщиков социально значимых услуг во многом зависит качество жизни населения. В связи с этим целесообразно рассмотреть динамику изменения численности СОНКО, с учетом процессов регуляции и управления, происходящих в социально-экономической системе.

Обобщенная математическая модель изменения динамики численности НКО. С использованием допущений работы [1] рассмотрим обобщенную математическую модель динамики изменения численности некоммерческих организаций (НКО) во времени, описываемую дифференциальным уравнением следующего вида [2, 3]:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4, \tag{1}$$

здесь Θ – общая численность НКО; ω_1 – скорость непосредственного начального образования НКО, так называемых «активных центров»; ω_2 – скорость процесса увеличения численности НКО; ω_3 – скорость процесса исчезновения (ликвидации) НКО; ω_4 – скорость процесса взаимодействия отдельных НКО, приводящего к ускорению или замедлению роста их общей численности (положительная или отрицательная обратная связь (ОС)).

В первом приближении ω_1 можно рассматривать в качестве величины постоянной, а скорости ω_2 и ω_3 считать пропорциональными общей численности Θ:

$$\omega_1 \approx \omega_0; \;\; \omega_2 = k_{+2} \cdot \Theta; \;\; \omega_3 = k_{-3} \cdot \Theta, \tag{2}$$

где k_{+2}, k_{-3} – коэффициенты интенсивности протекающих процессов, зависящие от внешних и внутренних факторов.

Скорость процесса взаимодействия отдельных НКО будем описывать выражением, которое применяется в нелинейной динамике при математическом моделировании экологических и экономических систем с сильно положительной обратной связью [3–11]:

$$\omega_4 = \beta \cdot \Theta^n, \;\; n > 1, \tag{3}$$

где β – коэффициент интенсивности процесса.

Отметим, что при $\beta = 0$ процессы сопряжения между отдельными НКО отсутствуют, и они не оказывают взаимного влияния друг на друга. При $\beta > 0$ имеет место положительное «взаимодействие» НКО (положительная ОС, приводящая к ускорению процесса роста Θ), а при $\beta < 0$ происходит конкуренция между НКО, замедляющая процесс накопления Θ [11].

С учетом выражений (2) и (3) дифференциальное уравнение для временной эволюции Θ (1) примет вид

$$\frac{d\Theta}{dt} = \omega_0 + \delta \cdot \Theta + \beta \cdot \Theta^n = f\left(\{\Theta\}\right), \tag{4}$$

где

$$\delta \equiv k_{+2} - k_{-3}.$$

Перейдем теперь к теоретическому анализу трех важных частных случаев протекания процессов в рассматриваемой социально-экономической системе:

I. $\beta = 0$ (НКО не взаимодействуют). Тогда вместо (4) получим

$$\frac{d\Theta}{dt} \approx \omega_0 + \delta \cdot \Theta. \tag{5}$$

Разделим переменные и интегрируем от $t = 0$ до t:

$$\int_{\Theta_0}^{\Theta} \frac{d\Theta}{\omega_0 + \delta \cdot \Theta} = \int_0^t dt, \tag{6}$$

здесь Θ_0 – начальная численность «активных центров».

Интегралы, входящие в уравнение (5), являются табличными [12], поэтому можно записать

$$\ln \frac{\omega_0 + \delta \cdot \Theta}{\omega_0 + \delta \cdot \Theta_0} = \delta \cdot t \Rightarrow \frac{\omega_0 + \delta \cdot \Theta}{\omega_0 + \delta \cdot \Theta_0} = \exp\left(\delta \cdot t\right). \tag{7}$$

Начальная численность НКО Θ_0 есть величина весьма малая, поэтому

$$\omega_0 + \delta \cdot \Theta_0 \approx \omega_0$$

и

$$\frac{\omega_0 + \delta \cdot \Theta}{\omega_0 + \delta \cdot \Theta_0} \approx \frac{\omega_0 + \delta \cdot \Theta}{\omega_0} \approx 1 + \frac{\delta \cdot \Theta}{\omega_0}.$$

Тогда выражение (7) упрощается:

$$\begin{gathered} 1 + \frac{\delta \cdot \Theta}{\omega_0} = \exp(\delta \cdot t) \Rightarrow \\ \Downarrow \\ \Theta(t) = \frac{\omega_0}{\delta}\left[\exp(\delta \cdot t) - 1\right]. \end{gathered} \tag{8}$$

Отметим, что временная зависимость для численности НКО совпадает с переходной характеристикой неустойчивого звена первого порядка [13].

В этом очень легко убедиться, если воспользоваться обозначениями, принятыми в теории автоматического управления [13]:

$$h(t) = \Theta(t);\; K = \omega_0/\delta;\; T = 1/\delta.$$

Уравнение для временной эволюции НКО в этих обозначениях запишется так:

$$h(t) = K\left(e^{\frac{t}{T}} - 1\right). \tag{9}$$

С течением времени $h(t)$ неограниченно возрастает, что указывает на неустойчивость звена [13].

Выражение (8) позволяет предсказать возможные варианты изменения общей численности НКО во времени в зависимости от соотношений k_{+2} и k_{-3}:

1. $k_{+2} > k_{-3}$ и $\delta > 0$. Скорость возникновения НКО больше скорости их ликвидации и общая численность Θ возрастает во времени. Это видно и из выражения (8): при $\delta > 1$ и росте t численность НКО будет увеличиваться экспоненциально.

2. $k_{+2} = k_{-3}$ и $\delta = 0$. Выражение (8) дает неопределенность, которую можно раскрыть путем разложения экспоненты в ряд Маклорена [14]:

$$e^{\delta \cdot t} = 1 + \delta \cdot t + \frac{1}{2}\delta \cdot t^2 + \ldots$$

Ограничившись первыми членами разложения, получим приближенно:

$$\Theta(t) \approx \omega_0 \cdot t, \qquad (10)$$

т.е. общая численность НКО линейно возрастает во времени, а сам процесс не носит «взрывного» характера.

3. $k_{+2} < k_{-3}$ и $\delta < 0$. Очевидно, что при таком соотношении интенсивностей ключевых процессов, общая численность НКО будет стремиться к небольшой постоянной величине, всецело определяемой соотношением ω_0 и δ; при $t \to \infty$, $\exp(\delta \cdot t) \to 0$, а $\Theta(t) = \left|\frac{\omega_0}{\delta}\right|$.

Вычисление скорости приближения социально-экономической системы к стационарному состоянию показывает, что в его окрестности временная зависимость Θ удовлетворяет аналитическому выражению, которое соответствует *инерционному звену* [1]:

$$\Theta(t) = \Theta^{(st)}\left\{1 - \exp(-\alpha_1 t)\right\}, \qquad (11)$$

где $\Theta^{(st)}$ – стационарное значение численности НКО при $t \to \infty$ [13, 15].

Таким образом, изменение Θ в зависимости от соотношения между коэффициентами интенсивности протекающих процессов может описываться двумя различными законами. При $\delta \equiv k_{+2} - k_{-3} < 0$ в соответствии с (11) устанавливается стационарное значение численности $\Theta^{(st)}$ и процесс протекает с постоянной скоростью. При $\delta \equiv k_{+2} - k_{-3} > 0$ в соответствии с (8) Θ накапливается по экспоненциальному закону, скорость процесса также возрастает экспоненциально и происходит возникновение динамической неустойчивости социально-экономической системы.

Переход от условия $k_{+2} < k_{-3}$ к условию $k_{+2} > k_{-3}$ может произойти при незначительном изменении одного из параметров. В этом случае незначительное изменение этого параметра приведет от медленного квазистационарного процесса к быстрому «взрывному» и наоборот. Явления, состоящие в резком изменении динамики процесса при незначительном изменении условий его протекания, получили в химической кинетике название *предельных* или *критических* явлений [16].

II. $\beta > 0$, $n = 2$. Тогда вместо (4) будем иметь

$$\frac{d\Theta}{dt} \approx \omega_0 + \delta \cdot \Theta + \beta \cdot \Theta^2. \qquad (12)$$

Наличие слагаемого $\beta \cdot \Theta^2$ свидетельствует о том, что имеет место положительное «взаимодействие» отдельных НКО, т.е. положительная обратная связь.

Подчеркнем, что математическая модель динамики изменения общей численности НКО вида (12) формально аналогична основному уравнению теории цепных реакций при положительном квадратичном разветвлении цепей («квадратичный автокатализ») [17, 18].

Динамическая неустойчивость социально-экономической системы (цепное воспламенение в теории разветвленных цепных реакций) возникает, если $\frac{d\Theta}{dt} > 0 -$ квадратичный трехчлен в правой части (12) положителен. Это возможно не только, когда $k_{+2} > k_{-3}$, как в случае $\beta = 0,$ но и при $k_{+2} < k_{-3}$; если ω_0 мало, то в начальный момент времени Θ практически не изменяется и социально-экономическая система устойчива! Возникновение динамической неустойчивости возможно, если Θ превзойдет определенное критическое значение:

$$\Theta_{\text{кр}} = \left[k_{-3} - k_{+2} + \sqrt{\left(k_{-3} - k_{+2}\right)^2 - 4\beta\omega_0} \right] \Big/ 2\beta.$$

III. $\omega_0 \approx 0,$ $\beta < 0$ и $n = 2$ (случай конкуренции между НКО):

$$\frac{d\Theta}{dt} \approx \delta \cdot \Theta - \beta \cdot \Theta^2. \tag{13}$$

Интегрирование уравнения (13) приводит к аналитическому выражению вида [2, 3, 10]:

$$\Theta(t) = \frac{e^{\delta t}}{\frac{1}{\Theta_0} - \frac{\beta}{\delta} + \frac{\beta}{\delta} e^{\delta t}}. \tag{14}$$

При малых временных интервалах очевидно, что

$$\frac{1}{\Theta_0} >> \frac{\beta}{\delta} + \frac{\beta}{\delta} e^{\delta t},$$

и мы приходим к экспоненциальному закону накопления Θ:

$$\Theta(t) \approx \Theta_0 e^{\delta t}.$$

При $t \to \infty$ $e^{\delta t} \to \infty$ и $\frac{1}{\Theta_0} - \frac{\beta}{\delta} << \frac{\beta}{\delta} e^{\delta t}$, поэтому

$$\Theta(t) \to \delta/\beta \to \Theta_{\max}.$$

Другими словами, это означает, что нарастание негативных тенденций в виде конкуренции способствуют стабилизации социально-экономической системы и стремлению ее к устойчивому стационарному состоянию!

Таким образом, возникает необходимость математического моделирования условий, при которых в социально-экономической системе реализуется динамическая неустойчивость, равно как и задача управления [19–23] динамикой изменения Θ, наблюдаемые формы колебательного поведения которой, как это было нами ранее показано [24], могут служить *«индикаторной реакцией»* потери устойчивости социально-экономической системы – критерием ее близости к опасным (бифуркационным) границам.

Базовая математическая модель управления оптимальной численностью НКО. Представим связь между ключевыми процессами, протекающими в моделируемой социально-экономической системе, посредством параллельного соединения *типовых динамических звеньев* (ТДЗ) [13, 25, 26] (рис. 1).

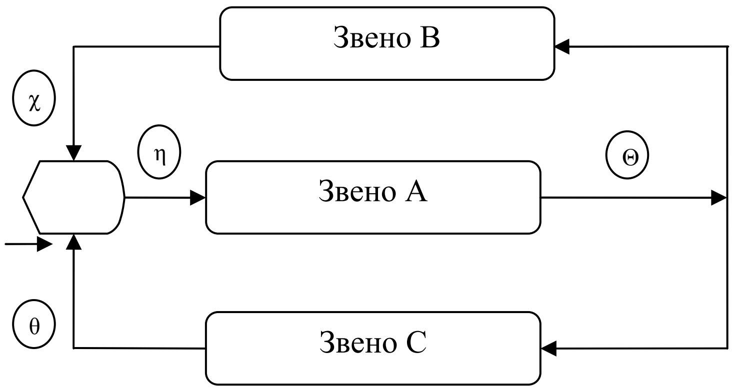

Рис. 1. Блок-схема государственного регулирования $\Theta(t)$

Математически временная эволюция проходящего через ТДЗ сигнала описывается в классической теории автоматического управления линейным неоднородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами не выше второго порядка [13]:

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t), \tag{15}$$

где $x(t)$ – входная величина; $y(t)$ – выходная величина; $a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0$ – постоянные коэффициенты.

Динамика изменения $\Theta(t)$ вблизи стационарного состояния социально-экономической системы (звено А) может быть представлена дифференциальным уравнением *статического звена первого порядка* (или инерционного, устойчивого, апериодического) [13, 25, 26], которому соответствует переходная характеристика вида (11) [1, 24]:

$$T\frac{d\Theta(t)}{dt}+\Theta(t)=\tilde{\eta}(t), \tag{16}$$

где T – постоянная времени статического звена первого порядка; $\Theta(t)$ – выходное воздействие; $\tilde{\eta}(t)$ – входное внешнее (управляющее) воздействие.

Таким образом, $\Theta(t)$ будет меняться во времени в зависимости от характера внешних управляющих воздействий со стороны государства, оказывающего поддержку деятельности НКО, в виде двух положительных ОС:

$$\tilde{\eta}(t)=\chi(t)+\vartheta(t). \tag{17}$$

Первая ОС (звено В) описывается *статическим звеном нулевого порядка* (или безынерционным, усилительным, пропорциональным [13], в экономике – мультипликатором Кейнса [25, 26]) и реализует поддержку извне в зависимости от *текущего* значения $\Theta(t)$:

$$\chi(t)=K\cdot\Theta(t), \tag{18}$$

где K – статический коэффициент усиления, или коэффициент передачи звена.

Для описания второй ОС (звено С) воспользуемся математической моделью *реального дифференцирующего звена* [13]:

$$\tau\frac{d\vartheta(t)}{dt}+\vartheta(t)=T_d\cdot\frac{d\Theta(t)}{dt}, \tag{19}$$

здесь T_d – постоянная времени дифференцирования (мощность акселератора в экономике) [13, 25, 26].

Известно, что дифференцирующие звенья часто используются в системах автоматического управления (САУ) как устройства, корректирующие динамические свойства системы, чтобы повысить качество управления [13]. Совместное же действие мультипликатора и акселератора порождают непрерывный и прогрессирующий рост выпуска продукции и/или дохода, поэтому указанные ТДЗ наиболее часто используются в практических приложениях математических методов экономики [25, 26].

Легко убедиться, что математические модели ТДЗ (16), (18) и (19) могут быть получены из дифференциального уравнения (16) при равенстве нулю соответствующих коэффициентов. В математической экономике уравнение вида (19) получается искусственно с использованием дифференциального уравнения идеального дифференцирующего звена вида $\vartheta(t) = T_d \cdot \dfrac{d\Theta(t)}{dt}$ (линейного акселератора) путем введения в рассмотрение дополнительного инерционного звена [26].

Комбинируем уравнения (16)–(18) и решаем относительно $\vartheta(t)$

$$T\frac{d\Theta(t)}{dt} + \Theta(t) = K \cdot \Theta(t) + \vartheta(t) \Rightarrow \vartheta(t) = T\frac{d\Theta(t)}{dt} + \sigma \cdot \Theta(t),$$

получим систему двух линейных дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \vartheta(t) &= T \cdot \frac{d\Theta(t)}{dt} + \sigma \cdot \Theta(t); \\ \tau\frac{d\vartheta(t)}{dt} + \vartheta(t) &= T_d \cdot \frac{d\Theta(t)}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

В первом уравнении системы (20) $\sigma = 1 - K$ можно интерпретировать как предельную склонность социально-экономической системы к насыщению НКО («сродство» к НКО).

Дифференцируя первое уравнение (20) по времени

$$\frac{d\vartheta(t)}{dt} = T \cdot \frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} + \sigma\frac{d\Theta(t)}{dt}$$

и подставляя его во второе уравнение системы (20) с использованием выражения $\vartheta(t)$ из первого, приходим к дифференциальному уравнению второго порядка, для временной эволюции переменной $\Theta(t)$:

$$\tau\left[T\frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} + \sigma \cdot \frac{d\Theta(t)}{dt}\right] + T\frac{d\Theta(t)}{dt} + \sigma \cdot \Theta(t) = T_d\frac{d\Theta(t)}{dt}$$

$$\Downarrow$$

$$\tau T\frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} + (\tau\sigma + T - T_d)\frac{d\Theta(t)}{dt} + \sigma \cdot \Theta(t) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d^2\Theta(t)}{dt^2} + \mathrm{A}\frac{d\Theta(t)}{dt} + \mathrm{B}\cdot\Theta(t) = 0, \tag{21}$$

где использованы такие обозначения

$$\mathrm{A} = \frac{(\tau\sigma + T - T_d)}{\tau T};\ \ \mathrm{B} = \frac{\sigma}{\tau T}. \tag{22}$$

Системе (21) отвечает характеристическое уравнение [27]

$$\mathrm{P}^2 + \mathrm{A}\cdot\mathrm{P} + \mathrm{B}\cdot\mathrm{P} = 0, \tag{23}$$

корни которого

$$\mathrm{P}_{1,2} = \frac{-\mathrm{A} \pm \sqrt{\mathrm{A}^2 - 4\mathrm{B}}}{2}. \tag{24}$$

По виду корней (24) характеристического уравнения (23) можно судить об устойчивости изучаемой социально-экономической системы при малых отклонениях от стационарного состояния. В зависимости от соотношения параметров A и B, определяющих структуру уравнения (21), возможны следующие частные случаи [27]:

I. $\mathrm{A}^2 > 4\mathrm{B}$ – корни вещественные и различные.

II. $\mathrm{A}^2 = 4\mathrm{B}$ – корни вещественные и равные.

III. $\mathrm{A}^2 < 4\mathrm{B}$ – корни комплексно сопряженные.

- *если корни характеристического уравнения (23) действительные, то динамика* $\Theta(t)$ *монотонная экспоненциального вида*;
- *если корни комплексные сопряженные, то движение колебательное с затухающей, постоянной или растущей амплитудой*.

При удовлетворении неравенства

$$\mathrm{A}^2 < 4\mathrm{B} \ \ \Rightarrow\ (\tau\sigma + T - T_d)^2 < 4\sigma\tau T \tag{25}$$

динамика системы будет колебательной.

Проведем качественный анализ динамического поведения социально-экономической системы с активно действующими НКО, используя следующие типичные значения параметров [27, 28]: $\sigma = T = 0,25;\ \tau = 1;\ T_d = 0,25.$

Подстановка численных значений параметров показывает, что неравенство (25) удовлетворяется тождественно и динамика анализируемой системы будет проявлять колебательный характер.

Корни характеристического уравнения (23) – комплексные сопряженные числа [27]:

$$P_{1,2} = \frac{-A \pm \sqrt{4B - A^2}}{2} = \alpha \pm i\omega,$$

здесь

$$\alpha = \frac{1}{2}A, \quad \omega = \frac{1}{2}\sqrt{4B - A^2}.$$

В нашем случае очевидно, что $\alpha = -\,0,2;\;\; \omega = 0,98$ и

$$P_{1,2} = -0,2 \pm i0,98.$$

Таким образом, согласно классификации Аллена [27], решение уравнения (21) описывает колебательное движение «взрывного» типа, что наглядно иллюстрирует фазовая плоскость переменных *«количество правонарушений – численность НКО»* (рис. 2).

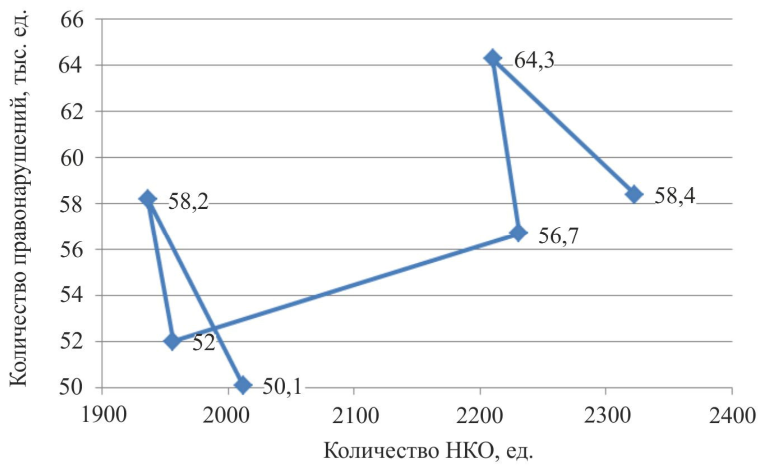

Рис. 2. Качественная зависимость количества НКО и правонарушений по Пермскому краю (составлено авторами по данным Роскомстата)

Полученные кривые ясно свидетельствуют о колебательном поведении Θ, предсказанной математической моделью (21), равно как и связанных с этой переменной показателей качества жизни народонаселения.

Если же в экономике мощность акселератора увеличивается, то форма процесса $\Theta(t)$ может претерпеть кардинальные изменения. Пусть теперь параметры модели (21) принимают такие значения: $\sigma = T = 0,25;\;\; \tau = 1;\;\; T_d = 1,3.$ Подстановка указанных значений в (24) показывает, что неравенство более не выполняется! Проводя аналогичные расчеты, можно показать, что корни характеристического уравнения (23) – действительные:

$$P_{1,2} = \alpha \pm \omega; \;\; \alpha = -\,1,6; \;\; \omega = 1,25;$$

$$P_1 = -0,35; \;\; P_2 = -2,85.$$

В силу этого процесс временной эволюции $\Theta(t)$ будет отражать функция вида [27]:

$$\Theta(t) = A_1 \cdot e^{-0,35t} + A_2 \cdot e^{-2,85t}.$$

Другими словами, это означает, что временная динамика общей $\Theta(t)$ будет быстро затухать по простому экспоненциальному закону.

Выводы:

1. Получено общее дифференциальное уравнение временной эволюции Θ, описывающее управляющее воздействие со стороны государства, посредством совместного использования двух положительных ОС.
2. Социально-экономическая система с эффективно работающими НКО, общая численность которых регулируется с использованием ТДЗ – мультипликатора и акселератора, при типичных значениях параметров [27, 28], проявляет динамику, характерную для классической автоколебательной системы.
3. Возникновение автоколебательного режима весьма благоприятно для социально-экономической системы, поскольку незатухающие автоколебания придают ей динамическую устойчивость.
4. Динамическим поведением социально-экономической системы (с эффективно работающими НКО) можно управлять путем искусственного создания в изучаемой системе периодических колебаний, посредством внешних аддитивных или мультипликативных воздействий, используя разработанный ранее в работах [15, 19–23] математический подход.

Список литературы

1. Лунегова А.А., Болотин А.В. О роли некоммерческих организаций в повышении качества жизни населения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Социально-экономические науки. – 2018. – № 3. – С. 316–326.

2. Математическое моделирование в микробиологии и химической технологии пищевых добавок: учеб. пособие / А.В. Болотин, И.М. Мага, В.В. Нечипорук, В.И. Ткач. – Ужгород: Изд-во В. Падяка, 2014. – 368 с.

3. Ризниченко Г.Г., Рубин А.Б. Биофизическая динамика продукционных процессов. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. – 464 с.

4. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. – 620 с.

5. Об эконофизике и ее месте в современной теоретической экономике / Д.С. Чернавский, Н.И. Старков, С.Ю. Малков, Ю.В. Косе, А.В. Щербаков // Успехи физических наук. – 2011. – Т. 181, № 7. – С. 767–773.

6. Термодинамика биологических процессов / под ред. А.И. Зотина. – М.: Наука, 1976. – 280 с.

7. Математическая биология развития: моногр. / под ред. А.И. Зотина, Е.В. Преснова. – М.: Наука, 1988. – 592 с.

8. Зотин А.И., Зотина Р.С. Феноменологическая теория развития, роста и старения организмов. – М.: Наука, 1993. – 364 с.

9. Малков С.Ю. Математическое моделирование социально-экономических циклов в историческом развитии // Н.Д. Кондратьев: кризисы и прогнозы в свете теории длинных волн. Взгляд из современности / под ред. Л.Е. Гринина, А.В. Коротаева, В.М. Бондаренко. – М.: Учитель, 2017. – С. 335–369.

10. Малинецкий Г.Г. Хаос. Структуры. Вычислительный эксперимент: Введение в нелинейную динамику. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 256 с.

11. Чернавский Д.С., Щербаков А.В., Зальпукаров М.-Г.М. Модель конкуренции / ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – М., 2006. – 22 с.

12. Карасев А.И., Аксютина З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов: в 2 ч. – М.: Высшая школа, 1982. – Ч. I. – 272 с.

13. Беспалов А.В., Харитонов Н.И. Системы управления химико-технологическими процессами. – М.: Академкнига, 2007. – 690 с.

14. Маделунг Э. Математический аппарат физики. Справочное руководство. – М.: Физматгиз, 1961. – 618 с.

15. Ковтун В.Н., Болотин А.В. О динамическом поведении системы Ni–H_2SO_4 в области высоких анодных потенциалов в зависимости от режимов электролиза // Электрохимия. – 2005. – Т. 41, № 1. – С. 111–115.

16. Быков В.И. Моделирование критических явлений в химической кинетике. – М.: Наука, 1988. – 263 с.

17. Эмануэль Н.М., Кнорре Д.Г. Курс химической кинетики: учеб. для хим. фак. ун-тов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1984. – 463 с.

18. Математическая теория горения и взрыва / Я.Б. Зельдович, Г.И. Баренблатт, В.Б. Либрович, Г.М. Махвиладзе. – М.: Наука, 1980. – 478 с.

19. Болотин А.В. К теории автоколебаний в электрохимических системах // Вісник Дніпропетровського університету. Хімія. – 2001. – Вип. 6. – С. 123–130.

20. Болотин А.В. Динамические свойства анодно поляризованных металл-оксидных систем: автореф. дис… канд. хим. наук. – Днепропетровск, 2008. – 20 с.

21. Лоскутов А.Ю. Проблемы нелинейной динамики. II. Хаос и управление динамическими системами // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. – 2001. – № 3. – С. 3–21.

22. Дерюгин А.Н., Лоскутов А.Ю., Терешко В.М. К вопросу о рождении устойчивого периодического поведения параметрически возбуждаемых динамических систем // Теоретическая и математическая физика. – 1995. – Т. 104, № 3. – С. 507–512.

23. Комарова Н.Л., Лоскутов А.Ю. Стабилизация хаотического поведения математической модели колебательной химической реакции // Математическое моделирование. – 1995. – Т. 7, № 10. – С. 133–143.

24. Лунегова А.А., Болотин А.В. Теоретический анализ динамики роста численности некоммерческих организаций в России // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Социально-экономические науки. – 2019. – № 1. – С. 243–257.

25. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 399 с.

26. Экономико-математическое моделирование: учеб. пособие: в 2 ч. – Ч. 2: Моделирование макроэкономических процессов / С.Э. Батищева, Э.Д. Каданэр, П.М. Симонов; Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2010. – 241 с.

27. Аллен Р. Математическая экономия: пер. с англ. – М.: Иностранная литература, 1963 – 668 с.

28. Акаев А.А. Математические основы инновационно-циклической теории экономического развития Шумпетера – Кондратьева // Кондратьевские волны: аспекты и перспективы: ежегодник / отв. ред. А.А. Акаев, Р.С. Гринберг, Л.Е. Гринин, А.В. Коротаев, С.Ю. Малков. – Волгоград: Учитель, 2012. – С. 314–341.

References

1. Lunegova A.A., Bolotin A.V. O roli nekommercheskikh organizatsii v povyshenii kachestva zhizni naseleniia [On the role of nonprofit organizations in improving the living standards of population]. *PNRPU Sociology and Economics Bulletin,* 2018, no. 3, pp. 316–326.

2. Bolotin A.V., Maga I.M., Nechiporuk V.V., Tkach V.I. Matematicheskoe modelirovanie v mikrobiologii i khimicheskoi tekhnologii pishchevykh dobavok [Mathematical modeling in microbiology and chemical technology of food additives]. Uzhhgorod, V. Padiak Publ., 2014, 368 p.

3. Riznichenko G.G., Rubin A.B. Biofizicheskaia dinamika produktsionnykh protsessov [Biophysical dynamics of production processes]. Moscow-Izhevsk, Institut komp'iuternykh issledovanii, 2004, 464 p.

4. Loskutov A.Iu., Mikhailov A.S. Osnovy teorii slozhnykh sistem [Fundamentals of the theory of complex systems]. Moscow-Izhevsk, Institut komp'iuternykh issledovanii, 2007, 620 p.

5. Chernavskii D.S., Starkov N.I., Malkov S.Iu., Kose Iu.V., Shcherbakov A.V. Ob ekonofizike i ee meste v sovremennoi teoreticheskoi ekonomike [On econo-

physics and its place in modern theoretical economics]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2011, vol. 181, no. 7, pp. 767–773.

6. Termodinamika biologicheskikh protsessov [Thermodynamics of biological processes]. Ed. A.I. Zotin. Moscow, Nauka, 1976, 280 p.

7. Matematicheskaia biologiia razvitiia [Mathematical developmental biology]. Moscow, Nauka, 1988, 592 p.

8. Zotin A.I., Zotina R.S. Fenomenologicheskaia teoriia razvitiia, rosta i stareniia organizmov [Phenomenological theory of the development, growth and aging of organisms]. Moscow, Nauka, 1993, 364 p.

9. Malkov S.Iu. Matematicheskoe modelirovanie sotsial'no-ekonomicheskikh tsiklov v istoricheskom razvitii [Mathematical modeling of socio-economic cycles in historical development]. *N.D. Kondrat'ev: krizisy i prognozy v svete teorii dlinnykh voln. Vzgliad iz sovremennosti.* Ed. L.E. Grinin, A.V. Korotaev, V.M. Bondarenko. Moscow, Uchitel', 2017, pp. 335–369.

10. Malinetskii G.G. Khaos. Struktury. Vychislitel'nyi eksperiment: Vvedenie v nelineinuiu dinamiku [Chaos. Structure. Simulation experiment: Introduction to non-linear dynamics]. Moscow, Editorial URSS, 2002, 256 p.

11. Chernavskii D.S., Shcherbakov A.V., Zal'pukarov M.-G.M. Model' konkurentsii [Competition model]. Moscow, Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, 2006, 22 p.

12. Karasev A.I., Aksiutina Z.M., Savel'eva T.I. Kurs vysshei matematiki dlia ekonomicheskikh vuzov [Higher mathematics course for economic universities]. Part I, Moscow, Vysshaia shkola, 1981, 272 p.

13. Bespalov A.V., Kharitonov N.I. Sistemy upravleniia khimiko-tekhnologicheskimi protsessami [Chemical and technological processes control systems]. Moscow, Akademkniga, 2007, 690 p.

14. Madelung E. Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers (Russ. ed.: Madelung E. Matematicheskii apparat fiziki. *Spravochnoe rukovodstvo*, Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1961, 618 p.).

15. Kovtun V.N., Bolotin A.V. O dinamicheskom povedenii sistemy Ni–H2SO4 v oblasti vysokikh anodnykh potentsialov v zavisimosti ot rezhimov elektroliza [Dynamic behavior of Ni-H2SO4 system at high anodic potentials and different electrolysis conditions]. *Elektrokhimiia*, 2005, vol. 41, no. 1, pp. 111–115.

16. Bykov V.I. Modelirovanie kriticheskikh iavlenii v khimicheskoi kinetike [Modeling of critical phenomena in chemical kinetics]. Moscow, Nauka, 1988, 263 p.

17. Emanuel' N.M., Knorre D.G. Kurs khimicheskoi kinetiki [Chemical kinetics course]. 4th ed., Moscow, Vyssh. shkola, 1984, 463 p.

18. Zel'dovich Ia.B., Barenblatt G.I., Librovich V.B., Makhviladze G.M. Matematicheskaia teoriia goreniia i vzryva [Mathematical theory of combustion and explosion]. Moscow, Nauka, 1980, 478 p.

19. Bolotin A.V. K teorii avtokolebanii v elektrokhimicheskikh sistemakh [To the theory of self-oscillations in electrochemical systems]. *Vestnik Dnepropetrovskogo universiteta. Khimiia*, 2001, no. 6, pp. 123–130.

20. Bolotin A.V. Dinamicheskie svoistva anodno poliarizovannykh metall-oksidnykh sistem [Dynamic properties of anodically polarized metal-oxide systems]. *Abstract of Ph.D. thesis*, Dnepropetrovsk, 2008, 20 p.

21. Loskutov A.Iu. Problemy nelineinoi dinamiki. II. Khaos i upravlenie dinamicheskimi sistemami [Problems of nonlinear dynamics. II. Chaos and control of dynamic systems]. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriia 3. Fizika. Astronomiia*, 2001, no. 3, pp. 3–21.

22. Deriugin A.N., Loskutov A.Iu., Tereshko V.M. K voprosu o rozhdenii ustoichivogo periodicheskogo povedeniia parametricheski vozbuzhdaemykh dinamicheskikh sistem [To the question of the birth of stable periodic behavior of parametrically excited dynamic systems]. *Teoreticheskaia i matematicheskaia fizika*, 1995, vol. 104, no. 3, pp. 507–512.

23. Komarova N.L., Loskutov A.Iu. Stabilizatsiia khaoticheskogo povedeniia matematicheskoi modeli kolebatel'noi khimicheskoi reaktsii [Stabilization of the chaotic behavior of a mathematical model of an oscillatory chemical reaction]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 1995, vol. 7, no. 10, pp. 133–143.

24. Lunegova A.A., Bolotin A.V. Teoreticheskii analiz dinamiki rosta chislennosti nekommercheskikh organizatsii v Rossii [Theoretical analysis of the growth dynamics of the number of non-profit organizations in Russia]. *PNPRU Sociology and Economics Bulletin,* 2019, no. 1, pp. 243–257.

25. Kolemaev V.A. Matematicheskaia ekonomika [Mathematical economics]. Moscow, IuNITI-DANA, 2002, 399 p.

26. Batishcheva S.E., Kadaner E.D., Simonov P.M. Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie [Economic and mathematical modeling]. *Part 2: Modelirovanie makroekonomicheskikh protsessov*, Perm, Perm State University, 2010, 241 p.

27. Allen R. Mathematical economics (Russ.ed.: Allen R. Matematicheskaia ekonomiia. Moscow, IL, 1963, 668 p.).

28. Akaev A.A. Matematicheskie osnovy innovatsionno-tsiklicheskoi teorii ekonomicheskogo razvitiia Shumpetera-Kondrat'eva [Mathematical foundations of the innovation–cyclic theory of economic development by Schumpeter–Kondratiev]. *Kondrat'evskie volny: aspekty i perspektivy.* Ed. A.A. Akaev, R.S. Grinberg, L.E. Grinin, A.V. Korotaev, S.Iu. Malkov. Volgograd, Uchitel', 2012, pp. 314–341.

Оригинальность 92 %

Получено 19.02.2019 Принято 15.03.2019 Опубликовано 04.10.2019

A.A. Lunegova, A.V. Bolotin, D.G. Vaskin, D.N. Ovsyannikova

A CONTRIBUTION TO THE THEORY OF MANAGING THE NUMBER OF NON-PROFIT ORGANIZATIONS IN RUSSIA

A qualitative theory of the dynamics of the number of people involved in non-profit organizations (NPOs) in the Russian Federation (RF) is built on the basis of mathematical methods of system analysis. Differential equations for the relative rate of growth in the number of people in the NPO sphere are presented. Two groups of deterministic differential equations to represent the dynamics of the total number of people in NPOs are considered: ordinary differential equations in which the relative growth rate is a function of the number of people not covered by the sphere of NPOs, and equations where the relative speed is a function of time. The solution of the differential equation of the first group yields an analytical dependence for the relative growth of people in the field of NPOs, which allows predicting a temporal behavior of a variable, as well as theoretically justifying the choice of a functional dependence of the relative growth rate of the number of people when obtaining and analyzing the equations of the second group. In the equations of the second group: $\ln\frac{\omega_0+\delta\cdot\Theta}{\omega_0+\delta\cdot\Theta_0}=\delta\times t \Rightarrow \frac{\omega_0+\delta\cdot\Theta}{\omega_0+\delta\cdot\Theta_0}=\exp(\delta\cdot t)$, an increase in the total number of people covered by the sphere of NPOs is normalized by t_m – the point where an increase in the number of people in NPOs stops. When $t_m >> t$ the equation transforms into an equation of exponential type. The exact solution of the given equation has the form of a Gaussian distribution curve. The applicability of the equation to describe the dynamics of the total number of people in the NPO sphere indicates that the evolution of the socio-economic system can be viewed as its transition from a less probable state to a more certain, following the Gaussian curve. Thus, our theoretical approach allows us to produce the quantitative description of the dynamics of the socio-economic system from the standpoint of the theory of random processes. The results of the theoretical analysis can be used in the construction of a simulation model of the dynamics of changes in the number of NPOs, with the aim of further research into the effects of NPO activity on experimentally measured indicators of the population’s life quality.

Keywords: *non-profit organizations, physical economics, dynamics of changes in the number of NPOs, critical phenomena, typical dynamic links, positive feedback, regulatory processes and optimal control.*

Anastasiya A. Lunegova – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Department of Technical Disciplines, Perm National Research Polytechnic University, Lysva Branch, Cultural and Legal Center VIVAT, e-mail: laaru@rambler.ru.

Aleksandr V. Bolotin – Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor, Department of Industrial and Civil Engineering, Northeast State University, Polytechnic Institute, e-mail: alexandr_bolotin@mail.ru.

Dmitry G. Vaskin – Candidate of Economic Sciences, Head of the Department for the Promotion of Agricultural Development, Kudymkar Municipal District, Perm Krai, e-mail: laaru@rambler.ru.

Darya N. Ovsyannikova – Undergraduate Student, Perm National Research Polytechnic University, Lysva Branch, e-mail: dasha.ovsyannikova.1998@mail.ru.

Received 19.02.2019 Accepted 15.03.2019 Published 04.10.2019