



А.В. Болотин, А.А. Лунегова

## ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОСТИ ЛЮДЕЙ В СФЕРЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НЕКОММЕРЧЕСКИХ ОРГАНИЗАЦИЙ

На базе математических методов системного анализа построена качественная теория динамики изменения численности людей в сфере, охваченной деятельностью некоммерческих организаций (НКО) в Российской Федерации. Представлены дифференциальные уравнения для относительной скорости роста численности людей в сфере НКО. Рассмотрены две группы детерминированных дифференциальных уравнений динамики изменения общей численности людей в НКО: обыкновенные дифференциальные уравнения, в которых относительная скорость роста является функцией числа людей, не охваченной сферой НКО, и уравнения, где относительная скорость – функция времени. Решение дифференциального уравнения первой группы приводит к аналитической зависимости для относительного прироста людей в сфере НКО, позволяющей предсказать временное поведение переменной, а также теоретически обосновать выбор функциональной зависимости относительной скорости роста численности людей, при получении и анализе уравнений второй группы. Результаты теоретического анализа могут быть использованы при построении имитационной модели динамики изменения численности НКО, с целью последующего изучения влияния деятельности НКО на изменение экспериментально измеряемых показателей качества жизни народонаселения.

Ключевые слова: *некоммерческие организации (НКО), системный анализ, относительная скорость роста НКО, дифференциальные уравнения, имитационное моделирование, качество жизни населения.*

Любая социально-экономическая система состоит из определенных структурных элементов, которые взаимодействуют и взаимосвязаны между собой. Применительно к условиям функционирования социально-экономическую систему целесообразно рассматривать как совокупность двух подсистем: экономической и социальной, каждая из которых обладает определенным потенциалом. Вместе с тем известно, что в качестве одной из составляющих структурных элементов социально-экономических систем являются некоммерческие организации и их деятельность, направленная на решение социально значимых проблем общества.

---

© Болотин А.В., Лунегова А.А., 2019

**Болотин Александр Викторович** – канд. хим. наук, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства ФГБОУ ВО «Северо-Восточный государственный университет», Политехнический институт, e-mail: alexandr\_bolotin@mail.ru.

**Лунегова Анастасия Антоновна** – канд. экон. наук, доцент кафедры технических дисциплин ФГБОУ ВО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», Лысьвенский филиал, Автономная некоммерческая организация «Культурно-правовой центр «ВИВАТ», e-mail: laaru@rambler.ru.

В настоящее время основное внимание государства акцентируется на деятельности социально ориентированных некоммерческих организаций (СО НКО), оказывающих общественно полезные услуги, о чем говорится в п. 2.2 Федерального закона от 03.07.2016 № 287-ФЗ [1].

Расширение поля деятельности СО НКО сопряжено с определенными финансовыми затратами. Это вызывает некоторые трудности в оказании общественно полезных услуг, так как СО НКО, в основном, обладают небольшими материальными и людскими ресурсами. В этих условиях грантовая поддержка со стороны государства является весьма своевременной. В 2017 году только по программе президентских грантов на поддержку НКО направлено 7 млрд руб. [2].

Понять, какой процент полученных грантов непосредственно доходит до своей цели в условиях обширной территории РФ, представляется весьма проблематичным. Тем не менее поле деятельности СО НКО на сегодняшний день активно развивается и расширяется. Все больше в деятельность СО НКО втягиваются граждане в качестве волонтеров, имеющие активную жизненную позицию, т.е. обладающие определенным социальным потенциалом [3].

В целях управления этим процессом нами проведен теоретический анализ динамики изменения средней численности людей во времени, задействованных в сфере СО НКО.

Для упрощения теоретического анализа динамического поведения рассматриваемого процесса целесообразно, следуя логической схеме работ [4–6], ввести понятие относительной скорости роста численности людей  $\eta(t)$ , за-

действованных в сфере НКО  $\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt}$  (год<sup>-1</sup>), и представить ее в общем случае,

как функцию двух переменных – численности людей, не охваченных сферой НКО ( $\tilde{\eta}$ ), и времени ( $t$ ):

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = f(\tilde{\eta}; t). \quad (1)$$

Очевидно, что нахождение в общем виде функциональной зависимости  $f(\tilde{\eta}; t)$  и решение дифференциального уравнения (1) представляет собой довольно сложную задачу.

Упрощение достигается при рассмотрении двух предельных случаев, а именно, когда величина  $\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt}$  является только функцией  $\tilde{\eta}$  либо только функцией  $t$ . Отметим, что аналогичные упрощающие допущения используются при составлении дифференциальных уравнений биологии развития [7–9].

Принимая в качестве простейшей зависимости линейную зависимость  $f(\tilde{\eta}) = k\tilde{\eta}$ , перепишем (1) для первого предельного случая следующим образом [10–14]:

$$\frac{d\eta}{dt} = k\tilde{\eta}\eta. \quad (2)$$

Пусть  $\xi$  – прирост  $\eta$  в результате включения новых людей в сферу НКО, т.е.  $\xi = \eta - \eta_0$ , где  $\eta_0$  – начальная численность людей в НКО. С учетом того, что прирост  $\eta$  равен убыли  $\tilde{\eta}$ , получим вместо (2) дифференциальное уравнение

$$\frac{d\xi}{dt} = k(\tilde{\eta}_0 - \xi)(\eta_0 + \xi). \quad (3)$$

Для упрощения последующего теоретического анализа введем безразмерные переменные и параметры по формулам:

$$\frac{\xi}{\tilde{\eta}_0} = \varphi; \quad k\tilde{\eta}_0 t = \tau; \quad \frac{\eta_0}{\tilde{\eta}_0} = \varphi_0, \quad (4)$$

где  $\tilde{\eta}_0$  – начальная численность людей, не задействованных в деятельности НКО;  $\eta_0$  – начальная численность людей в сфере НКО;  $\tau$  – безразмерное время;  $k$  – константа скорости рассматриваемого процесса.

Тогда исходное уравнение (3) запишется так:

$$\frac{d\varphi}{dt} = (1 - \varphi)(\varphi_0 + \varphi), \quad (5)$$

а его решение может быть представлено в виде

$$\varphi = \frac{\varphi_0 \left( e^{(1+\varphi_0)\tau} - 1 \right)}{1 + \varphi_0 e^{(1+\varphi_0)\tau}}. \quad (6)$$

К сожалению, данные социологических экспериментов относительно ежемесячного изменения параметров  $\tilde{\eta}_0$  и  $\eta_0$  отсутствуют. Однако мы можем дать некоторую численную оценку безразмерному параметру  $\varphi_0$ , пользуясь соображениями физической размерности входящих в (4) величин. Очевидно, что  $\eta_0 \ll \tilde{\eta}_0$ , поэтому  $\varphi_0 = \frac{\eta_0}{\tilde{\eta}_0} \ll 1$ .

На рис. 1 приведена рассчитанная по уравнению (6) временная зависимость относительного прироста людей в сфере НКО при  $\varphi_0 = 10^{-1}$ .

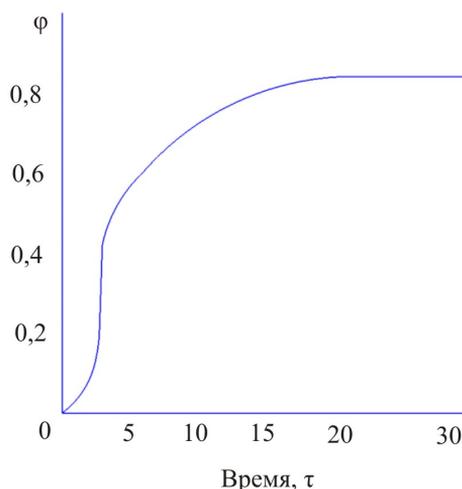


Рис. 1. Временная зависимость прироста людей в сфере НКО, рассчитанная по уравнению (6), при  $\varphi_0 = 10^{-1}$

Как показывает график, траектория прироста  $\Phi$  достигает стационарного состояния при некотором значении безразмерно времени  $\tau$ .

Полученные результаты приводят к логичному выводу – нормировать, при рассмотрении второго предельного случая, накопление численности людей в сфере НКО общим временем роста  $t_m$  и принять, что удельная скорость роста (1) пропорциональна  $(t_m - t)$  – оставшемуся времени достижения максимально возможной численности людей, соответствующей предельной емкости имеющихся НКО ( $\eta_m$ ):

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = \beta(t_m - t) \quad (7)$$

и

$$\eta(t) = \eta_m \exp\left[-\frac{\beta}{2}(t_m - t)^2\right], \quad (8)$$

где  $\eta_m$  – максимально возможная численность людей в НКО при  $t_m$ .

Из уравнения (8) следует, что величина  $\eta_m$  достигается при условии  $t = t_m$ . Если же  $t > t_m$ , то  $\eta$  начнет уменьшаться по кривой, которая симметрична кривой ее предшествующего увеличения. Уравнения (6) и (8) находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментальными данными (рис. 2, 3).

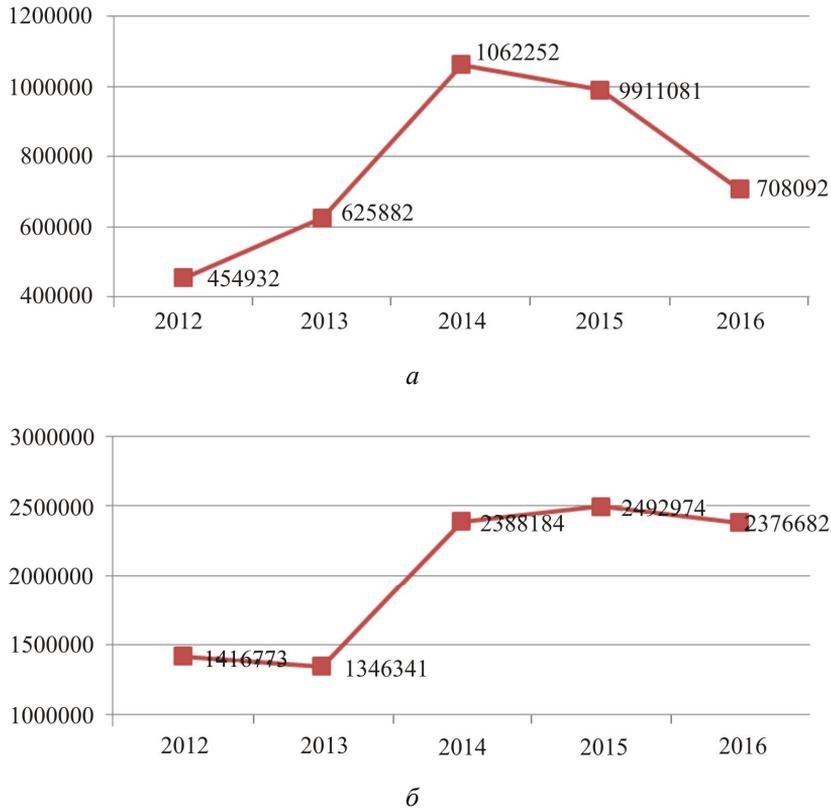


Рис. 2. Средняя численность работников (а) и добровольцев (б) в СО НКО (данные по РФ)\*

Подчеркнем, что уравнение (8) есть не что иное, как нормальный закон распределения (закон Гаусса) [15–18]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (9)$$

здесь  $\mu$  и  $\sigma$  – параметры распределения, определяемые опытным путем.

Это становится наиболее очевидным, если записать зависимость численности людей в сфере НКО от времени (8) так:

$$\eta(t) = \beta' \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{t_m - t}{\sigma} \right)^2}, \quad (10)$$

где использованы такие обозначения:  $\beta = 1/\sigma^2$ ,  $\beta' = \sigma\sqrt{2\pi} \eta_m$ .

\* Авторская разработка по материалам [3].

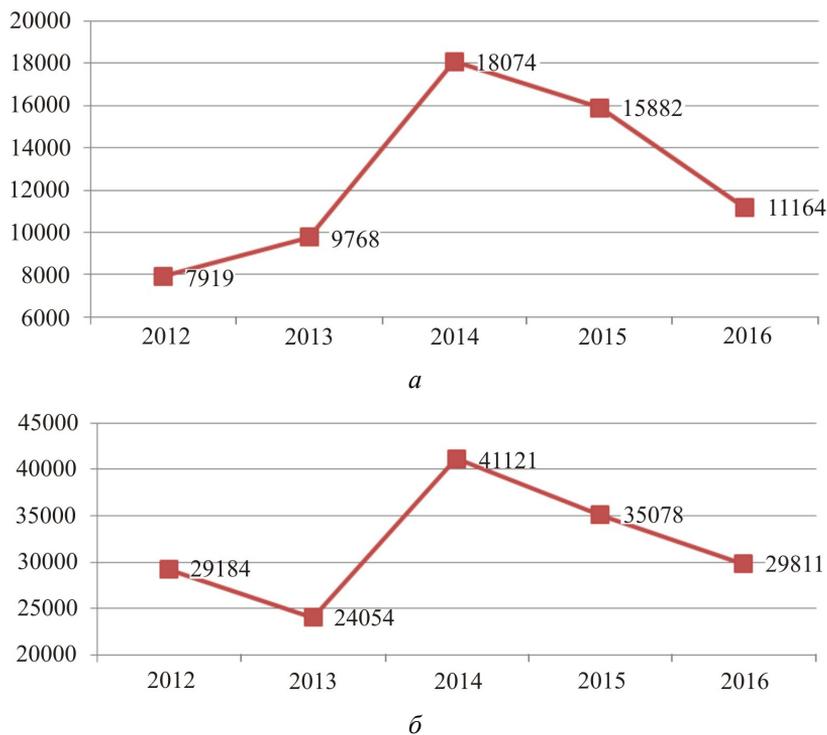


Рис. 3. Средняя численность работников (а) и добровольцев (б) в СО НКО (данные по Пермскому краю)\*

В частном случае при  $t \ll t_m$  :

$$(t_m - t)^2 = t_m^2 - 2t_m t + t^2 \approx t_m^2 - 2t_m t. \quad (11)$$

Подставляя (11) в (8) и вводя обозначения

$$\tilde{\eta}_m = \eta_m \exp\left(-\frac{\beta}{2} t_m^2\right); \quad \alpha = \beta t_m,$$

получаем экспоненциальный закон динамики роста  $\eta(t)$  :

$$\eta(t) \approx \tilde{\eta}_m \exp(\alpha t). \quad (12)$$

Разложив экспоненту в ряд [19] и пренебрегая вторым членом по сравнению с первым, можно получить линейный закон роста  $\eta(t)$  :

$$\eta(t) \approx \tilde{\eta}_m (1 + \alpha t). \quad (13)$$

\*Авторская разработка по материалам [6].

Подчеркнем, что принимаемые допущения переводят проблему математического описания динамики изменения численности людей в сфере НКО из детерминированных моделей, перемещая все внимание на стохастические элементы, что наглядно демонстрируется формой уравнений (8) и (10).

Как видно на рис. 2,3, изменение  $\eta(t)$  описывается асимметричными кривыми, что связано с влиянием на динамику процесса факторов внешней среды, которые меняются случайным образом. Другими словами, это означает, что в уравнение (7) следует ввести некую нелинейность, которая и приведет к решению типа асимметричного распределения. Указанному требованию, по-видимому, будет соответствовать уравнение вида

$$\frac{1}{\eta} \frac{d\eta}{dt} = \beta \frac{\ln t_m - \ln t}{t}. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) дает асимметричное распределение для временной эволюции средней численности людей в НКО:

$$\eta(t) = \eta_m \exp \left[ -\frac{\beta}{2} (\ln t_m - \ln t)^2 \right]. \quad (15)$$

Таким образом, увеличение численности людей в сфере НКО может быть также рассмотрено с позиций теории случайных процессов [20].

Развитые нами теоретические соображения позволяют создать имитационную модель динамики роста численности НКО в РФ, учитывающую многие показатели, сопутствующие росту, а также спрогнозировать влияние указанных процессов на изменение показателей *качества жизни населения*.

## Список литературы

1. О некоммерческих организациях [Электронный ресурс]: Федер. закон от 12.01.1996 № 7-ФЗ (ред. от 05.02.2018) // Сборник основных федеральных законов. – URL: <http://fzrf.su/zakon/o-nekommercheskih-organizaciyah-nko-7-fz/> (дата обращения: 25.05.2018).
2. Доклад о состоянии гражданского общества в Российской Федерации за 2017 год / Общественная палата Российской Федерации. – М., 2017. – 100 с.
3. О реализации мер по обеспечению доступа негосударственных организаций к предоставлению услуг в социальной сфере [Электронный ресурс]. – URL: [http://nko.tmbreg.ru/images/%D0%A8%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B8%D0%BD\\_%D0%90.pdf](http://nko.tmbreg.ru/images/%D0%A8%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B8%D0%BD_%D0%90.pdf) (дата обращения: 25.05.2018).
4. Капица С.П. Математическая модель роста народонаселения мира // Математическое моделирование. – 1992. – Т. 4, № 6. – С. 65–79.

5. Капица С.П. Феноменологическая теория роста населения Земли // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 1. – С. 64–80.
6. Устойчивость глобального развития и хаотичность региональных явлений в нелинейных динамических системах / В.А. Садовничий, В.В. Козодеров, Л.А. Ушакова, С.А. Ушаков // Синергетика: тр. сем. – Т. 3. Материалы круглого стола «Самоорганизация и синергетика: идеи, подходы и перспективы». – М.: Изд-во МГУ, 2000. – С. 5–39.
7. Термодинамика биологических процессов / под ред. А.И. Зотина. – М.: Наука, 1976. – 280 с.
8. Математическая биология развития: моногр. / В.З. Аладьев [и др.]; Ин-т биологии развития им. Н.К. Кольцова. – М.: Наука, 1988. – 592 с.
9. Зотин А.И., Зотина Р.С. Феноменологическая теория развития, роста и старения организмов – М.: Наука, 1993. – 364 с.
10. Математическое моделирование в микробиологии и химической технологии пищевых добавок: учеб. пособие / А.В. Болотин, И.М. Мага, В.В. Нечипорук, В.И. Ткач. – Ужгород: Изд-во В. Падяка, 2014. – 368 с.
11. Кудрявцев И.К. Химические нестабильности. – М.: Изд-во МГУ, 1987. – 280 с.
12. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах: пер. с нем. – М.: Мир, 1979. – 280 с.
13. Николис Дж. С. Динамика иерархических систем: Эволюционные представления: пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 486 с.
14. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного: Введение: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 280 с.
15. Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М. Математика. – М.: Лань, 2006. – 960 с.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. I. – М.: Наука, 1976. – Т. V. – 584 с.
17. Клименко В.В. Уравнения роста шелковичного червя *Bombyx mori* L. // Онтогенез. – 1971. – Т. 2. – С. 617–625.
18. Клименко В.В. Анализ уравнений роста на примере шелковичного червя // Количественные аспекты роста организмов. – М.: Наука, 1975. – С. 36–41.
19. Маделунг Э. Математический аппарат физики: справ. рук. – М.: Физматгиз, 1961. – 618 с.
20. Мюнстер А. Теория флуктуаций // Термодинамика необратимых процессов: лекции в летней международной школе им. Энрико Ферми. – М.: Иностранная литература, 1962. – С. 36–145.

## References

1. O nekommercheskikh organizatsiiakh [On non-profit organizations]. Federal Law of Jan.12, 1996 no. 7-FZ, rev. Feb. 5, 2018. *Collection of general federal laws*. Available at: <http://fzrf.su/zakon/o-nekommercheskikh-organizatsiyah-nko-7-fz/> (accessed 25 May 2018).
2. Doklad o sostoianii grazhdanskogo obshchestva v Rossiiskoi Federatsii za 2017 god [Report on the state of civil society in the Russian Federation for 2017]. Moscow, Civic Chamber of the Russian Federation, 2017, 100 p.
3. O realizatsii mer po obespecheniiu dostupa negosudarstvennykh organizatsii k predostavleniiu uslug v sotsial'noi sfere [On the implementation of measures to ensure the access of non-governmental organizations to the provision of services in the social sphere]. Available at: [http://nko.tmbreg.ru/images/%D0%A8%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B8%D0%BD\\_%D0%90.pdf](http://nko.tmbreg.ru/images/%D0%A8%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B8%D0%BD_%D0%90.pdf) (accessed 25 May 2018).
4. Kapitsa S.P. Matematicheskaia model' rosta narodonaseleniia mira [Mathematical model of global population growth]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 1992, vol. 4, no. 6, pp. 65–79.
5. Kapitsa S.P. Fenomenologicheskaiia teoriia rosta naseleniia Zemli [Phenomenological theory of Earth population growth]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1996, vol. 166, no. 1, pp. 64–80.
6. Sadovnichii V.A., Kozoderov V.V., Ushakova L.A., Ushakov S.A. Ustoichivost' global'nogo razvitiia i khaotichnost' regional'nykh iavlenii v nelineinykh dinamicheskikh sistemakh [Sustainability of global development and chaotic nature of regional phenomena in non-linear dynamic systems]. *Sinergetika. Vol. 3. Materialy kruglogo stola "Samoorganizatsiia i sinergetika: idei, podkhody i perspektivy"*. Moscow, MSU, 2000, pp. 5–39.
7. Termodinamika biologicheskikh protsessov [Thermodynamics of biological processes]. Ed. A.I. Zotin. Moscow, Nauka, 1976, 280 p.
8. Alad'ev V.Z. [et al.]. Matematicheskaia biologiiia razvitiia [Mathematical biology of development]. Moscow, Institute of Developmental Biology named after N.K. Koltsova, Nauka, 1988, 592 p.
9. Zotin A.I., Zotina R.S. Fenomenologicheskaiia teoriia razvitiia, rosta i stareniiia organizmov [Phenomenological theory of growth development and body ageing]. Moscow, Nauka, 1993, 364 p.
10. Bolotin A.V., Maga I.M., Nechiporuk V.V., Tkach V.I. Matematicheskoe modelirovanie v mikrobiologii i khimicheskoi tekhnologii pishchevykh dobavok [Mathematical modeling in microbiology and chemical technology of food supplements]. Uzhgorod, Izdatel'stvo V. Padiaka, 2014, 368 p.
11. Kudriavtsev I.K. Khimicheskie nestabil'nosti [Chemical instability]. Moscow, MSU, 1987, 280 p.

12. Ebeling W. Strukturbildung bei irreversiblen Prozessen (Russ. ed.: Ebeling V. Obrazovanie struktur pri neobratimymkh protsessakh. Moscow, Mir, 1979, 280 p.).
13. Nicolis J.S. Dynamics of Hierarchical Systems: An Evolutionary Approach (Russ. ed.: Nikolis Dzh. S. Dinamika ierarkhicheskikh sistem: Evoliutsionnye predstavleniia. Moscow, Mir, 1989, 486 p.).
14. Nikolis G., Prigozhyn I. Knowledge of the Complex. Introduction (Russ. ed.: Nikolis G., Prigozhin I. Poznanie slozhnogo: Vvedenie. Moscow, Mir, 1990, 280 p.).
15. Vladimirkii B.M., Gorstko A.B., Erusalimskii Ia.M. Matematika [Mathematics]. Moscow, Lan', 2006, 960 p.
16. Landau L.D., Lifshits E.M. Statisticheskaiia fizika [Statistical physics]. Part 1. Moscow, Nauka, 1976, vol. 5, 584 p.
17. Klimenko V.V. Uravneniia rosta shelkovichnogo chervia Bombyx mori L. [Growth equation for silkworm Bombyx mori L.]. *Ontogenez*, 1971, vol. 2, pp. 617–625.
18. Klimenko V.V. Analiz uravnenii rosta na primere shelkovichnogo chervia [Analysis of growth equations using the example of silkworm]. *Kolichestvennye aspekty rosta organizmov*. Moscow, Nauka, 1975, pp. 36–41.
19. Madelung E. Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers (Russ. ed.: Madelung E. Matematicheskii apparat fiziki. Moscow, Fizmatgiz, 1961, 618 p.).
20. Miunster A. Teoriia fluktuatsii. Termodinamika neobratimymkh protsessov: lektzii v letnei mezhdunarodnoi shkole im. Enriko Fermi [Thermodynamics of irreversible process: Lectures at International Summer School of Enrico Fermi]. Moscow, Inostrannaia literatura, 1962, pp. 36–145.

*Оригинальность 96 %*

Получено 17.08.2018    Принято 14.09.2018    Опубликовано 28.06.2019

**A.V. Bolotin, A.A. Lunegova**

## **DYNAMICS OF THE NUMBER OF PEOPLE INVOLVED IN NON-PROFIT ORGANIZATIONS**

The mathematical methods of the system analysis were applied to advance the qualitative theory of dynamics of the number of people involved in non-profit organizations (NPOs) in the Russian Federation. The differential equations were produced to evaluate a relative growth rate of the number of people in NPOs. Two groups of the determined differential equations are considered to reflect dynamics of the total number of people in NPOs: the ordinary differential equations in which a relative growth rate is a function of the number of people outside NPOs, and the equations where the relative rate is a function of time. Solving

the differential equation of the first group results in analytical dependence for a relative input of people in the sphere of NPOs, allowing predictions on the variable's temporal behavior. The second group of the equations enables to prove theoretically a choice of functional dependence of a relative growth rate of the number of people. The results of the theoretical analysis can be used to build a simulation model for dynamics of the number of NPOs in an effort to discover the influence of NPOs on the experimentally measured indicators of the population's quality of life.

*Keywords: non-profit organizations (NPOs), system analysis, relative rate of growth of NPOs, differential equations, simulation modeling, population's quality of life.*

**Aleksandr V. Bolotin** – Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor, Department of Industrial and Civil Engineering, Northeast State University, Polytechnic Institute, e-mail: alexandr\_bolotin@mail.ru.

**Anastasiya A. Lunegova** – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Department of Technical Disciplines, Perm National Research Polytechnic University, Lysva Branch, e-mail: laaru@rambler.ru.

Received 17.08.2018

Accepted 14.09.2018

Published 28.06.2019