

DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.02

УДК 621.454.2

**А.А. Зуев<sup>1</sup>, В.П. Назаров<sup>1</sup>, А.А. Арнгольд<sup>2</sup>, И.М. Петров<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева,  
Красноярск, Россия

<sup>2</sup> АО «Красноярский машиностроительный завод», Красноярск, Россия

## **ДИСКОВОЕ ТРЕНИЕ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ БАЛАНСА МОЩНОСТЕЙ ТУРБОНАСОСНЫХ АГРЕГАТОВ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ**

При проектировании турбонасосных агрегатов жидкостных ракетных двигателей в настоящее время используются в основном методы численного моделирования элементов проточной части, эмпирические зависимости и коэффициенты. Результаты проектирования требуют экспериментальной проверки и корректировки расчетных параметров. Разработка теоретически обоснованных методик проектирования сокращает сроки проектно-конструкторских работ и связанные с этим материальные затраты.

В процессе проектирования необходимо вести учет газодинамических и гидравлических потерь, так как данные потери необходимо компенсировать дополнительными затратами мощности агрегата.

Большинство критериально-эмпирических методик проектирования ТНА ЖРД не в полной мере соответствуют современному состоянию конструктивных и эксплуатационных параметров ТНА, в связи с существующей тенденцией увеличения числа оборотов ротора. Известные методики прошли верификацию и отработку для частот вращения порядка 40 000 об/мин. Для современных и перспективных ТНА ЖРД прослеживается тенденция увеличения частоты вращения, которая может достигать порядка 100 000 и 120 000 об/мин (особенно при переходе на экологически чистые криогенные компоненты топлива). Увеличение частоты вращения приводит к более высоким массоэнергетическим характеристикам. Изменение граничных условий требует уточнения используемых расчетных зависимостей и методик.

Представлены результаты аналитического исследования для определения расчетных зависимостей и коэффициентов потерь дискового трения. Аналитические выражения позволяют определять момент сопротивления и потери мощности на дисковое трение в центробежных насосах ТНА ЖРД. По сравнению с эмпирическими зависимостями, полученными другими авторами, использование степени турбулизации динамического пространственного пограничного слоя (в зависимости от частоты вращения ротора) существенно расширяет диапазон области и достоверного определения дискового трения.

**Ключевые слова:** дисковое трение, потери энергии, КПД, баланс мощности, методика проектирования, турбонасосный агрегат, жидкостный ракетный двигатель, мощность.

**A.A. Zuev<sup>1</sup>, V.P. Nazarov<sup>1</sup>, A.A. Arngold<sup>2</sup>, I.M. Petrov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Siberian State University of Science and Technology named after M.F. Reshetnev, Krasnoyarsk,  
Russian Federation

<sup>2</sup> JSC "Krasnoyarsk Machine-Building Plant", Krasnoyarsk, Russian Federation

## **DISK FRICTION IN DETERMINING THE BALANCE OF POWER TURBOPUMP ROCKET ENGINE**

In the design of turbopump units of liquid rocket engines (LRE) is currently used mainly known empirical relationships and approach associated with the numerical simulation of the elements of the flow parts. The design results require experimental refinement and testing. The use of reliable design techniques reduces the time of product implementation and the associated material costs.

When designing, it is necessary to take into account the energy losses in the elements of the flow path, both turbines and centrifugal pumps, since these losses must be compensated by additional costs of the unit power.

Most of the criterion-empirical methods of design of rocket engine turbopump did not fully correspond to the present realities, in connection with the existing tendency of increasing the number of revolutions of the rotor. Known techniques have passed the verification and testing for speeds of the order of 40,000 rpm, the design of a modern rocket engine turbopump a tendency to increase frequency of rotation, which can reach about 100 000 and 120 000 rpm (especially when transitioning to environmentally friendly cryogenic fuel components). Increasing the speed leads to higher mass-energy characteristics. Changing the boundary conditions requires clarification of the used calculation dependencies and methods. The results of an analytical study to determine the calculated dependences of the coefficients of disc friction losses are presented. Analytical expressions allow us to determine the drag torque and power loss disc friction of centrifugal pumps turbopump rocket engine. In comparison

with the empirical dependences obtained by other authors, the use of the degree of turbulent dynamic spatial boundary layer (depending on the rotor speed) significantly expands the range of the region and reliable determination of disk friction.

**Keywords:** disk friction, energy loss, efficiency, power balance, design procedure, turbopump, liquid rocket engine, power.

## Введение

Большая часть существующих методик расчета проточных частей турбонасосных агрегатов (ТНА) жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) носит критериально-эмпирический характер и была получена для граничных условий узлов и агрегатов подачи ЖРД, имеющих частоту вращения порядка 20 000–40 000 об/мин (табл. 1). Современные ТНА ЖРД имеют сравнительно большую частоту вращения и достигают порядка 120 000 об/мин. Эти данные не учитывают степень турбулизации профиля скорости потока в пространственном пограничном слое элементов проточных частей агрегатов подачи и требуют дополнительных исследований и уточнения используемых зависимостей в связи с изменениями граничных условий.

Таблица 1

Параметры некоторых двигателей основных отечественных разработчиков ЖРД

№ п/п	Двигатель	Год разработки	Тяга, кН	Компонент	Частота вращения ТНА, об/мин	Назначение
НПО «Энергомаш»						
1	РД 120 (11Д123)	1976–1986	833,6	Жидкий кислород / керосин	19 230	2 ст. РН «Зенит» (11К77)
2	РД 170 (11Д521)	1976–1988	7904	Жидкий кислород / керосин	13 870	Проект для 1 ст. РН «Энергия» (11К25)
3	РД 180	1994–1999	4158	Жидкий кислород / керосин	16 811	Сер. для 1 ст. РН «Атлас 3», «Атлас 5»
4	РД 191	1999–2003	2089	Жидкий кислород / керосин	22 810	1 ст. РН «Ангара»
КБХА						
5	РД 0120	1976–1987	1961	Кислород / водород	32 500	2 ст. РН «Энергия»
6	РД 0124	1993–2006	294,3	Кислород / керосин	39 000	3 ст. РН «Союз-2»
7	РД 0146	1997–2010	98	Кислород / водород	123 000	Протон-М, Ангара-А5, Руть-МП, Руть-МТ-35, Руть-МТ-50
КБХМ						
8	С5.92	1986–1987	19,6	АТИН / НДМГ	58 000	РБ Фрегат
9	КВД1	–	70	Кислород / водород	42 000	РБ

При проектировании современных ракетных двигателей и переходе на экологически чистые компоненты топлива отмечается тенденция роста частоты вращения ротора ТНА (см. табл. 1), что связано с увеличением напора (создаваемого одной ступенью насоса), увеличением коэффициента быстроходности (повышение КПД насоса и турбины), уменьшением габаритов (снижение осевых и радиальных нагрузок на ротор) и, как следствие, уменьшением массы ТНА в целом.

Расчету параметров и характеристик проточных частей центробежных насосов и турбин посвящено достаточно большое число теоретических и экспериментальных работ [1–9]. Во многих из них уделяется особое внимание межлопаточному каналу, гидравлическим потерям и гидравлическому КПД межлопаточного канала. Гидравлические потери межлопаточного канала достаточно существенны и достигают в некоторых случаях 40 % от суммарных потерь

[1, 2, 4]. Тем не менее потери мощности на дисковое трение, особенно при больших частотах вращения, составляют порядка 5–7 %.

Особенности расчета и проектирования ТНА заключаются в следующем: экстремально высокие значения тепловых потоков, температуры и давления, высокие скорости потоков, начальное турбулентное состояние потоков в активной зоне, рабочие тела могут находиться в газообразном и жидком состоянии [8, 9].

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, проведенные различными авторами в сфере геометрических и эксплуатационных параметров течений в зазоре между ротором и статором, обеспечивают целое поле расходящихся значений [10–14]. Некоторые методики расчета момента сопротивления имеют недостатки, связанные в первую очередь с использованием эмпирических коэффициентов, и не учитывают наличие радиальной составляющей абсолютной скорости в боковой полости.

Одной из основных тенденций развития ракетно-космической техники является повышение качества проектирования, основанного на использовании современных расчетных методик и математических моделей, более корректно отражающих процессы, происходящие как в отдельных агрегатах, так и во всем летательном аппарате в целом.

### Баланс мощностей

При проектировании требования к ТНА формируются исходя из задач, выполняемых двигательной установкой (ДУ), в которой ТНА является составной частью и с которой компоновывается как единый блок. Требования к ДУ в полной мере относятся и к ТНА: обеспечение на всех режимах работы двигателя подачи компонентов топлива с требуемым расходом и давлением при высокой степени надежности и КПД; обеспечение минимальных размеров и массы; простота конструкции и минимальная стоимость.

Рассмотрим баланс мощностей центробежного насоса. Полезная мощность центробежного насоса определяется как

$$N_{\text{п}} = N_{\text{пот}} - N_{\text{мех}} - N_{\text{д}} - N_{\text{ут}} - N_{\text{гидр}},$$

где  $N_{\text{пот}}$  – потребляемая мощность центробежного насоса;  $N_{\text{мех}}$  – мощность механических потерь;  $N_{\text{д}}$  – мощность дискового трения рабочего колеса;  $N_{\text{ут}}$  – мощность потерь на утечку рабочего тела через узлы уплотнений и  $N_{\text{гидр}}$  – потери гидродинамической мощности.

### Дисковое трение

Рассмотрим определение коэффициента дискового трения с учетом увеличения частоты вращения ротора ТНА ЖРД при турбулентном течении в канале между вращающимся диском рабочего колеса и корпусом ( $Re > 10^5$ ).

В случае реализации турбулентного течения исходя из методических рекомендаций [15] для степенного закона распределения профиля скорости в пограничном слое для зависимости

$$\frac{u}{U} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{m}},$$

рекомендован выбор степени профиля  $m$  в зависимости от критерия Рейнольдса. При  $Re = 4 \cdot 10^4$  показатель степени  $m = 6$ , при  $Re = 6,3 \cdot 10^4$   $m = 6,5$ , для  $Re = 1,1 \cdot 10^5$   $m = 7$ , для  $Re = 1,1 \cdot 10^6$   $m = 8$ , для  $Re = 2 \cdot 10^6$   $m = 9$  и для  $Re = 3,24 \cdot 10^6$   $m = 10$ .

На рис. 1 представлено распределение профилей скорости степенного закона в зависимости от степени турбулентности ядра течения потока.

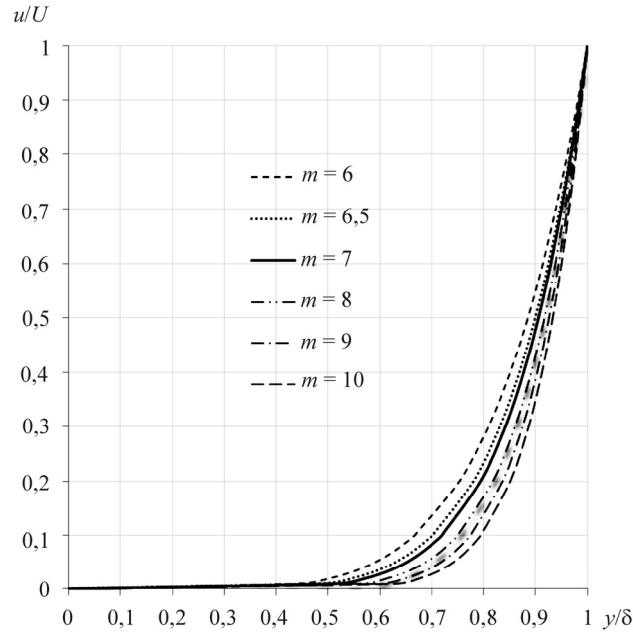


Рис. 1. Распределение профилей скорости степенного закона распределения в зависимости от степени турбулентности ядра течения потока

В зависимости от степени турбулентности профиля скорости  $m$  существует необходимость переопределения зависимости касательного напряжения трения около поверхности стенки в граничных условиях турбулентного пограничного слоя  $\tau_0$ . Исходя из выражения

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = 0,01256 \left( \frac{U \delta^{**}}{\nu} \right)^{-0,25}$$

и выражения для толщины потери импульса для степенного профиля распределения скорости

$$\delta^{**} = \frac{m\delta}{(m+1)(m+2)}$$

определяем касательное напряжение в зависимости от степени турбулентности потока для прямолинейного равномерного потока:

$$\tau_0 = 0,01256\rho U^2 \left( \frac{U}{\nu} \frac{m\delta}{(m+1)(m+2)} \right)^{-0,25}.$$

При рассмотрении случая течения потока рабочего тела в канале между вращающимся диском и неподвижной стенкой необходимо учитывать угловую скорость ядра потока и диска. С учетом окружной составляющей течения на стенке

$$U_{\text{ст}} = \omega_{\text{я}} R,$$

тогда окружное напряжение трения на стенке определится как

$$\tau_{0\alpha}^{\text{ст}} = 0,01256\rho (\omega_{\text{я}} R)^2 \left( \frac{\omega_{\text{я}} R}{\nu} \frac{m\delta}{(m+1)(m+2)} \right)^{-0,25}$$

или

$$\tau_{0\alpha}^{\text{ст}} = 0,01256\rho (\omega_{\text{я}} R)^2 \left( \frac{\omega_{\text{я}} R}{\nu} \delta_{\alpha\text{ст}}^{**} \right)^{-0,25}.$$

С учетом окружной составляющей течения на диске

$$U_d = (\omega_d - \omega_y) R$$

окружное напряжение трения на диске

$$\tau_{0\alpha}^d = 0,01256\rho [(\omega_d - \omega_y)R]^2 \left( \frac{(\omega_d - \omega_y)R}{\nu} \frac{m\delta}{(m+1)(m+2)} \right)^{-0,25}$$

или

$$\tau_{0\alpha}^d = 0,01256\rho [(\omega_d - \omega_y)R]^2 \left( \frac{(\omega_d - \omega_y)R}{\nu} \delta_{\alpha d}^{**} \right)^{-0,25}.$$

Рассматриваемый случай течения относится к вращательному течению по закону «твёрдого тела»  $\frac{U}{R} = \omega = \text{const}$ .

Определим толщину потери импульса в окружном направлении с произвольной степенью профиля для стенки как

$$\delta_{\alpha ct}^{**} = 0,04535 \left( \frac{4M^2 - 7L}{1+H} \right)^{0,4} \left( \frac{2}{J} + \frac{1}{L} \right)^{0,8} \left( \frac{\nu}{\omega} \right)^{0,2} R^{0,6}.$$

После преобразований получим толщину потери импульса в окружном направлении на стенке:

$$\delta_{\alpha ct}^{**} = 0,04535 \left( \frac{18m^3 + 99m^2 - 171m}{m^3 + 18m^2 + 105m + 200} \right)^{\frac{2}{5}} \left( \frac{7m^3 + 76m^2 + 253m + 240}{18m^2 + 72m + 54} \right)^{\frac{4}{5}} \frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{5}}} R^{\frac{4}{5}}.$$

Толщина потери импульса в окружном направлении с произвольной степенью профиля для диска

$$\delta_{\alpha d}^{**} = \left( \frac{5}{3} \frac{0,01256}{\sqrt{\frac{(1+H)J}{3LJ + 4L(K-2J)}}} \left( \frac{2}{J} + \frac{1}{L} \right) \left( \frac{\nu}{\omega} \right)^{0,2} \right)^{0,8} R^{0,6}.$$

После преобразований получим толщину потери импульса в окружном направлении на диске:

$$\delta_{\alpha d}^{**} = 4,492 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{(m+5)(7m^2 + 41m + 48)}{\sqrt{\frac{(m+3)(m+5)(m+8)}{9m(2m^2 + 9m + 5)}} (m+1)(m+3)} \right]^{\frac{4}{5}} \frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{5}}} R^{\frac{4}{5}}.$$

С учетом степени распределения профиля скорости  $m$  значения толщины потери импульса на стенке и диске в окружном направлении для практически важных случаев сведём в табл. 2.

Таблица 2

Значения толщины потери импульса на стенке и диске в окружном направлении для практически важных случаев

№ п/п	$m$	$\delta_{\text{ост}}^{**}$	$\delta_{\text{од}}^{**}$
1	6	$\frac{0,29\ 334}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,330\ 37}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$
2	6,5	$\frac{0,313}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,348\ 52}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$
3	7	$\frac{0,332\ 22}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,366\ 41}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$
4	8	$\frac{0,369\ 54}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,4015}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$
5	9	$\frac{0,405\ 65}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,435\ 78}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$
6	10	$\frac{0,440\ 76}{\text{Re}_y^5} R^{\frac{4}{5}}$	$\frac{0,469\ 37}{\text{Re}_{\text{д-я}}^5} R^{\frac{4}{5}}$

С учетом полученных выражений для значений толщины потери импульса в окружном направлении определим касательные напряжения трения на стенке:

$$\tau_{0\alpha}^{\text{ст}} = \frac{0,027\ 22\rho v^2 \text{Re}_y^{\frac{9}{5}}}{\left( \left( \frac{18m^3 + 99m^2 - 171m}{m^3 + 18m^2 + 105m + 200} \right)^{\frac{1}{10}} \left( \frac{7m^3 + 76m^2 + 253m + 240}{18m^2 + 72m + 54} \right)^{\frac{1}{5}} \right)} R^2$$

и диске:

$$\tau_{0\alpha}^{\text{д}} = \frac{0,048\ 515\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{\left[ \frac{(m+5)(7m^2 + 41m + 48)}{\sqrt{\frac{(m+3)(m+5)(m+8)}{9m(2m^2 + 9m + 5)}}(m+1)(m+3)} \right]^{\frac{1}{5}}} R^2$$

С учетом степени распределения профиля скорости  $m$  значения касательных напряжений трения на стенке и диске в окружном направлении для практически важных случаев сведем в табл. 3.

Учитывая, что касательное напряжение трения дисковых потерь определяется как

$$\tau = C_{\text{трд}} \rho \frac{U^2}{2},$$

определим выражение для коэффициента трения для стенки и диска рабочего колеса:

$$C_{\text{тр}} = \frac{\tau R^2}{\rho \text{Re}^2 v^2}.$$

Таблица 3

Значения касательных напряжений трения на стенке и диске в окружном направлении для практически важных случаев

№ п/п	$m$	$\tau_{0\alpha}^{\text{ст}}$	$\tau_{0\alpha}^{\text{д}}$
1	6	$\frac{0,017\ 068\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,016\ 567\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$
2	6,5	$\frac{0,016\ 794\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,016\ 347\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$
3	7	$\frac{0,016\ 545\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,016\ 143\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$
4	8	$\frac{0,016\ 111\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,015\ 779\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$
5	9	$\frac{0,015\ 74\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,015\ 459\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$
6	10	$\frac{0,015\ 416\rho v^2 \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$	$\frac{0,015\ 174\rho v^2 \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{9}{5}}}{R^2}$

Тогда коэффициент трения для стенки в окружном направлении

$$C_{\text{тра}}^{\text{ст}} = \frac{0,027\ 22}{\left(\frac{18m^3 + 99m^2 - 171m}{m^3 + 18m^2 + 105m + 200}\right)^{\frac{1}{10}} \left(\frac{7m^3 + 76m^2 + 253m + 240}{18m^2 + 72m + 54}\right)^{\frac{1}{5}} \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}},$$

коэффициент трения для диска в окружном направлении

$$C_{\text{тра}}^{\text{д}} = \frac{0,048\ 515}{\left[ \frac{(m+5)(7m^2 + 41m + 48)}{\sqrt{(m+3)(m+5)(m+8)}} \sqrt{9m(2m^2 + 9m + 5)} (m+1)(m+3) \right]^{\frac{1}{5}} \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}}.$$

Для удобства инженерных расчетов значения коэффициентов трения диска и стенки в окружном направлении в зависимости от степени распределения профиля скорости  $m$  для практически важных случаев сведем в табл. 4.

Таблица 4

Значения коэффициентов трения на стенке и диске в окружном направлении для практически важных случаев

№ п/п	$m$	$C_{\text{тра}}^{\text{ст}}$	$C_{\text{тра}}^{\text{д}}$
1	6	$0,017\ 068 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,016\ 567 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$
2	6,5	$0,016\ 794 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,016\ 347 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$
3	7	$0,016\ 545 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,016\ 143 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$
4	8	$0,016\ 111 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,015\ 779 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$
5	9	$0,015\ 74 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,015\ 459 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$
6	10	$0,015\ 416 / \text{Re}_{\text{я}}^{\frac{1}{5}}$	$0,015\ 174 / \text{Re}_{\text{д-я}}^{\frac{1}{5}}$

При определении дисковых потерь учитывают трение диска и стенки [12], тогда коэффициент потерь дискового трения

$$C_{\text{м}} = C_{\text{тра}}^{\text{ст}} + C_{\text{тра}}^{\text{д}}.$$

Отметим, что для определения коэффициента потерь дискового трения и, соответственно, дисковых потерь необходимо знать распределение угловой скорости ядра течения  $\omega_{\text{я}}$  в зависимости от угловой скорости диска  $\omega_{\text{д}}$ . Для этого необходимо решить дифференциальное уравнение [16]

$$\frac{d\omega_{\text{я}}}{dR} = -\frac{2\pi}{\rho \dot{V}_{\text{ут}}} (\tau_{0\alpha}^{\text{ст}} + \tau_{0\alpha}^{\text{д}}) - \frac{2\omega_{\text{я}}}{R}$$

или с учетом полученных выражений для касательных напряжений трения на стенке и диске

$$\frac{d\omega_{\text{я}}}{dR} = -\frac{2\pi}{\rho \dot{V}_{\text{ут}}} \left( \frac{0,027\ 22\rho v^2 \left( \frac{\omega_{\text{я}} R^2}{v} \right)^{\frac{9}{5}}}{\left( \left( \frac{18m^3 + 99m^2 - 171m}{m^3 + 18m^2 + 105m + 200} \right)^{\frac{1}{10}} \left( \frac{7m^3 + 76m^2 + 253m + 240}{18m^2 + 72m + 54} \right)^{\frac{1}{5}} \right) R^2} - \frac{0,048\ 515\rho v^2 \left( \frac{(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}) R^2}{v} \right)^{\frac{9}{5}}}{\left[ \frac{(m+5)(7m^2 + 41m + 48)}{\sqrt{\frac{(m+3)(m+5)(m+8)}{9m(2m^2 + 9m + 5)}} (m+1)(m+3)} \right]^{\frac{1}{5}} R^2} \right) - \frac{2\omega_{\text{я}}}{R},$$

где  $\dot{V}_{\text{ут}}$  – утечки через уплотнения.



Обозначим

$$A = \left( \frac{18m^3 + 99m^2 - 171m}{m^3 + 18m^2 + 105m + 200} \right)^{10} \left( \frac{7m^3 + 76m^2 + 253m + 240}{18m^2 + 72m + 54} \right)^{\frac{1}{5}}$$

и

$$B = \left[ \frac{(m+5)(7m^2 + 41m + 48)}{\sqrt{\frac{(m+3)(m+5)(m+8)}{9m(2m^2 + 9m + 5)}(m+1)(m+3)}} \right]^{\frac{1}{5}}.$$

Тогда зависимость угловой скорости течения ядра потока от радиуса определится как

$$\omega_{\text{я}}(R) = \int_{R_1}^{R_2} \left[ -\frac{2\pi}{\rho \dot{V}_{\text{yr}}} \left( \frac{0,027\,22\rho v^2 \left( \frac{\omega_{\text{я}} R^2}{v} \right)^{\frac{9}{5}}}{AR^2} - \frac{0,048\,515\rho v^2 \left( \frac{(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}) R^2}{v} \right)^{\frac{9}{5}}}{BR^2} \right) - \frac{2\omega_{\text{я}}}{R} \right] dR.$$

Определив данный интеграл, получим

$$\omega_{\text{я}}(R) = \frac{C1 - C2 + C3 - C4 - C5 + C6 + C7 + C8}{AB\dot{V}_{\text{yr}}},$$

где

$$C1 = 2AB\dot{V}_{\text{yr}}\omega_{\text{я}} \ln R_1,$$

$$C2 = 2AB\dot{V}_{\text{yr}}\omega_{\text{я}} \ln R_2,$$

$$C3 = 0,065\,78BR_1 v \omega_{\text{я}} (R_1)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}},$$

$$C4 = 0,065\,78BR_2 v \omega_{\text{я}} (R_2)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}},$$

$$C5 = 0,117\,24AR_1 v \omega_{\text{д}} (R_1)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}},$$

$$C6 = 0,117\,24AR_2 v \omega_{\text{д}} (R_2)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}},$$

$$C7 = 0,117\,24AR_1 v \omega_{\text{я}} (R_1)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}},$$

$$C8 = 0,117\,24AR_2 v \omega_{\text{я}} (R_2)^{\frac{8}{5}} \left( \frac{\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{я}}}{v} \right)^{\frac{4}{5}}.$$

Определение аналитической зависимости угловой скорости ядра потока  $\omega_y$  от угловой скорости диска  $\omega_d$  представляет сложную задачу. В 1-м приближении для определения коэффициента дискового трения для практически важных случаев можно принять  $\omega_y = 0,5\omega_d$ , тогда

$$C_M = \frac{1}{(0,5 Re_d)^{\frac{1}{5}}} \left( \frac{0,02722}{A} + \frac{0,048515}{B} \right).$$

Для анализа полученной зависимости и сравнения с результатами, полученными другими авторами, составим табл. 5 для определения значений коэффициента потерь дискового трения.

Таблица 5

Значения коэффициента дискового трения для практически важных случаев

№ п/п	$m$	Л.А. Дорфман	Ф. Шульцц – Грунов	$C_M$ (теоретически)
1	6	$\frac{0,039}{Re^{\frac{1}{5}}}$	$\frac{0,0311}{Re^{\frac{1}{5}}}$	$0,039 / Re^{\frac{1}{5}}$
2	6,5			$0,038 / Re^{\frac{1}{5}}$
3	7			$0,038 / Re^{\frac{1}{5}}$
4	8			$0,037 / Re^{\frac{1}{5}}$
5	9			$0,036 / Re^{\frac{1}{5}}$
6	10			$0,035 / Re^{\frac{1}{5}}$

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента дискового трения для турбулентного течения рабочего тела при  $Re > 10^5$ .

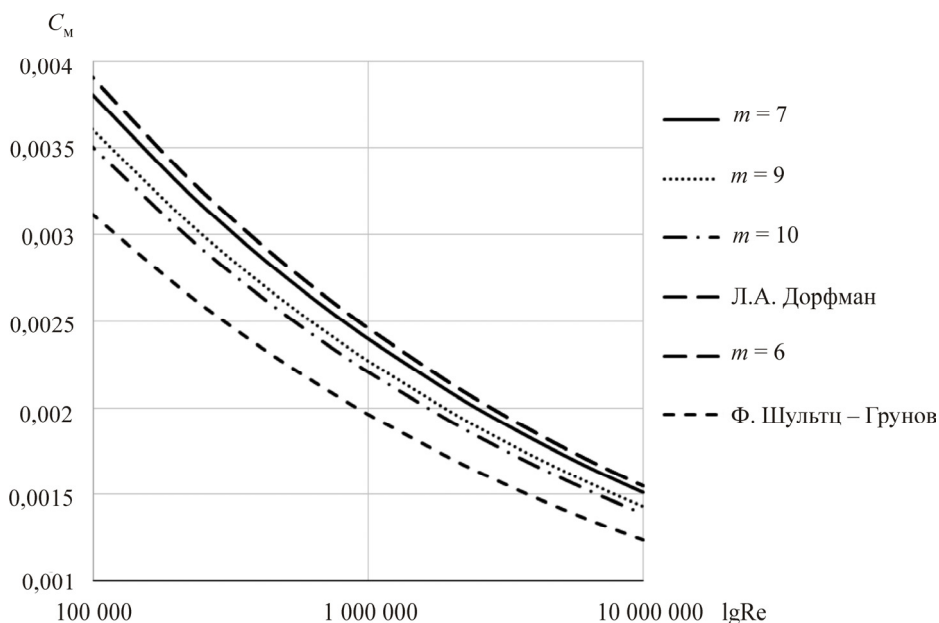


Рис. 2. Коэффициент дискового трения турбулентного течения

Отметим, что при  $m = 6$  функция совпадает с зависимостью Л.А. Дорфмана [12]. Зависимость Ф. Шульц – Грунова [11] лежит значительно ниже полученных зависимостей. Отметим, что данные выражения для различных степеней распределения профиля скорости при турбулентном течении дают хорошие сходимости с результатами, полученными другими авторами, и с экспериментальными данными.

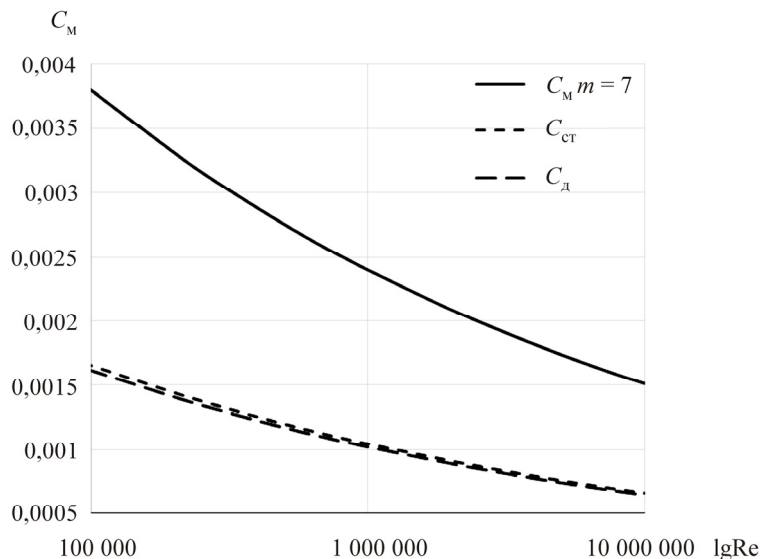


Рис. 3. Коэффициент дискового трения

На рис. 3 представлена зависимость коэффициентов дискового трения, коэффициента трения для стенки в окружном направлении и коэффициента трения для диска в окружном направлении турбулентного течения, необходимых для проектирования проточных частей ТНА и составления баланса мощностей. Радиальная составляющая касательного напряжения трения формируется окружной и расходной составляющими с учетом скоса донных линий тока и утечек через элементы уплотнений.

Радиальное напряжение трения на стенке

$$\tau_{0R}^{ст} = \tau_{0Rp}^{ст} + \tau_{0R\alpha}^{ст},$$

радиальное напряжение трения на диске

$$\tau_{0R}^д = \tau_{0Rp}^д + \tau_{0R\alpha}^д.$$

Радиальные напряжения трения от окружной составляющей

$$\tau_{0R\alpha} = \varepsilon \tau_{0\alpha},$$

где  $\varepsilon$  – тангенс угла скоса донной линии тока.

Радиальное напряжение трения будет определяться в зависимости от расходной скорости, связанной с величиной утечек через элементы уплотнения. Зависимость по структуре аналогична прямолинейному равномерному течению:

$$\tau_0 = 0,01256\rho V_p^2 \left( \frac{V_p}{v} \frac{m\delta}{(m+1)(m+2)} \right)^{-0,25},$$

где  $V_p$  – расходная скорость.

Момент сопротивления одной стороны диска определим как

$$M_d = 2\pi \int_{R1}^{R2} \tau_{0\alpha} r^2 dr = C_M \rho R_2^5 \omega_d^2.$$

Тогда мощность дискового трения с одной стороны рабочего колеса определится как

$$N_{трд} = M_d \omega_d.$$

Отдельную задачу представляет собой определение степени профиля  $m$  в зависимости от критерия  $Re$  ядра течения и диска. При определении дискового трения и теплоотдачи в полостях вращения в зависимости от режимных параметров (критерия Рейнольдса), приведенных ранее, степень профиля функции распределения скорости потока рекомендуется принимать  $m = 9 \dots 11$  на диске и  $m = 7 \dots 9$  на стенке. Критерий Рейнольдса на диске определяется при значении параметра угловой скорости вращения диска рабочего колеса насоса или турбины.

В табл. 6 и на рис. 4 приведены рекомендации по выбору степени профиля функции распределения скорости потока, необходимой для определения дискового трения и теплоотдачи в полостях вращения рабочего тела, в зависимости от режимных параметров (критерия Рейнольдса). Критерий Рейнольдса на диске определяется при значении параметра угловой скорости вращения диска  $\omega_d$  рабочего колеса насоса или турбины.

Таблица 6

Выбор степени профиля скорости степенного закона при вращательном течении между диском и корпусом

№ п/п	$m$	$Re$ для течения на пластине	$Re$ при определении по $\omega_d$	$Re$ при определении по $\omega_y$
1	6	$4 \cdot 10^4$	$6,662 \cdot 10^6$	$3,331 \cdot 10^6$
2	6,5	$6,3 \cdot 10^4$	$1,067 \cdot 10^7$	$5,335 \cdot 10^6$
3	7	$1,1 \cdot 10^5$	$1,892 \cdot 10^7$	$9,462 \cdot 10^6$
4	8	$1,1 \cdot 10^6$	$1,947 \cdot 10^8$	$9,736 \cdot 10^7$
5	9	$2 \cdot 10^6$	$3,632 \cdot 10^8$	$1,816 \cdot 10^8$
6	10	$3,24 \cdot 10^6$	$6,032 \cdot 10^8$	$3,011 \cdot 10^8$

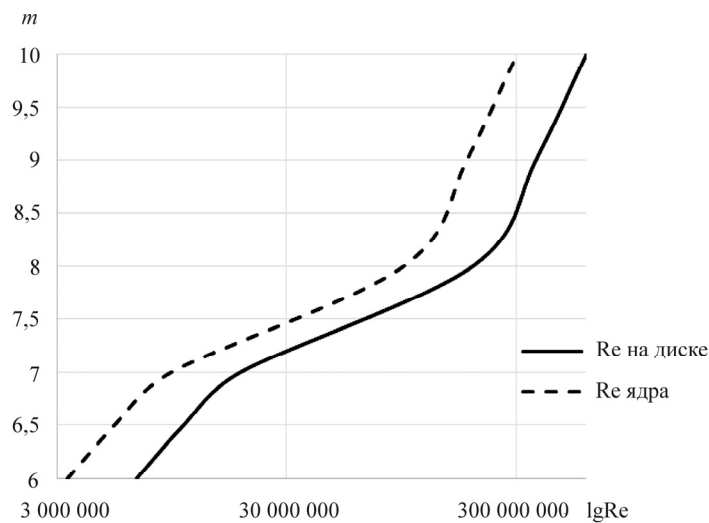


Рис. 4. Выбор степени профиля скорости степенного закона при вращательном течении между диском и корпусом

## Выводы

С учетом распределения динамического пограничного слоя в зависимости от оборотов ротора (степени турбулизации профиля скорости  $m$ ) уточнены выражения для определения коэффициентов трения. Уточненные выражения для определения коэффициентов трения согласуются с зависимостями, полученными другими авторами, и имеют более широкий доверительный интервал использования.

Предложены рекомендации по определению степени турбулизации профиля скорости в зависимости от критерия Рейнольдса вращательного течения (частоты вращения ротора).

Полученные выражения для определения коэффициентов потерь дискового трения позволяют определять потери мощности на дисковое трение в центробежных насосах ТНА ЖРД. По сравнению с эмпирическими зависимостями, полученными другими авторами, при использовании степени  $m$  турбулентного динамического пространственного пограничного слоя существенно расширяется диапазон области достоверного определения дискового трения.

## Библиографический список

1. Effect of impeller blades number on the performance of a centrifugal pump / G.R.H. Abo Elyamin, M.A. Bassily, K.Y. Khalil, M.S. Goma // Alexandria Engineering Journal. – 2019. – No. 58. – P. 39–48. DOI: 10.1016/j.aej.2019.02.004
2. The influence of blade outlet angle on the performance of centrifugal pump with high specific speed / H. Ding, Z. Li, X. Gong, M. Li // Vacuum. – 2019. – No. 159. – P. 239–246. DOI: 10.1016/j.vacuum.2018.10.049
3. Optimal design of multistage centrifugal pump based on the combined energy loss model and computational fluid dynamics / C. Wang, W. Shi, X. Wang, X. Jiang, Y. Yang, W. Li, L. Zhou // Applied Energy. – 2016. – No. 187. – P. 10–26. DOI:10.1016/j.apenergy.2016.11.046
4. Skrzypacz J., Bieganski M. The influence of micro grooves on the parameters of the centrifugal pump impeller // International Journal of Mechanical Sciences. – 2018. – No. 144. – P. 827–835. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2017.01.039
5. On the flow field and performance of a centrifugal pump under operational and geometrical uncertainties / S. Salehi, M. Raisee, J. Cervantes M., A. Nourbakhsh // Applied Mathematical Modelling. – 2018. – No. 61. – P. 540–560. DOI: 10.1016/j.apm.2018.05.008
6. Numerical investigation of Transient vortices and turbulent flow behaviour in centrifugal pump operating in reverse mode as Turbine / D. Adu, J. Zhang, M. Jieyun, S.N. Asomani, M. Osman Koranteng // Materials Science for Energy Technologies. – 2019. – No. 2. – P. 356–364. DOI: 10.1016/j.mset.2018.12.002
7. Mansour M., Wunderlich B., Thévenin D. Effect of tip clearance gap and inducer on the transport of two-phase air-water flows by centrifugal pumps // Experimental Thermal and Fluid Science. – 2018. – No. 99. – P. 487–509. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2018.08.018
8. Leto A., Votta R., Bonfiglioli A. Preliminary design method of a turbopump feed system for liquid rocket engine expander cycle // Energy Procedia. – 2016. – No. 101. – P. 614–621. DOI: 10.1016/j.egypro.2016.11.078
9. Key technology for reusable rocket engine turbopump / A. Okayasu, T. Ohta, A. Kamijyo, H. Yamada // Acta Astronautica. – 2002. – No. 50(6). – P. 351–355. DOI:10.1016/s0094-5765(01)00163-1
10. Von Karman Th. Uber Laminare und Turbulente Reibung // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM). – 1921. – Vol. 1, no. 4. – P. 233–251.
11. Schulz-Grunow F. Der Reibungswiderstand vortierender Scheiben in Gehäusen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM). – 1935. – Vol. 15, no. 4. – P. 191–204.
12. Дорфман Л.А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. – М.: Физматгиз, 1960. – 260 с.
13. Jacques R., Le Quere P., Daube O. Axisymmetric numerical simulations of turbulent flow in rotor-stator enclosures // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2002. – Vol. 23, no. 4. – P. 381–397.
14. Owen J.M., Haynes C.M., Bayley F.J. Heat transfer from an air cooled rotating disk // Proceedings of the Royal Society of London. – 1974. – Vol. 336. – P. 453–473.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.

16. Кишкин А.А., Зуев А.А., Жуйков Д.А. Расчет осевой силы при течении в торцевых щелях турбомашин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2013. – № 1(170). – С. 24–27.

### References

1. Abo Elyamin, G.R.H., Bassily, M.A., Khalil, K.Y., & Gomaa, M.S. (2019). Effect of impeller blades number on the performance of a centrifugal pump. *Alexandria Engineering Journal*. DOI: 10.1016/j.aej.2019.02.004
2. Ding, H., Li, Z., Gong, X., & Li, M. (2018). The influence of blade outlet angle on the performance of centrifugal pump with high specific speed. *Vacuum*, 2019, No. 58, P. 39-48. DOI: 10.1016/j.vacuum.2018.10.049
3. Wang, C., Shi, W., Wang, X., Jiang, X., Yang, Y., Li, W., & Zhou, L. (2017). Optimal design of multistage centrifugal pump based on the combined energy loss model and computational fluid dynamics. *Applied Energy*, 2017, No. 187, pp. 10-26. DOI: 10.1016/j.apenergy.2016.11.046
4. Skrzypacz, J., & Bieganowski, M. (2018). The influence of micro grooves on the parameters of the centrifugal pump impeller. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, no. 144, pp. 827-835. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2017.01.039
5. Salehi, S., Raisee, M., J. Cervantes, M., & Nourbakhsh, A. (2018). On the flow field and performance of a centrifugal pump under operational and geometrical uncertainties. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, no. 61, pp. 540-560. DOI:10.1016/j.apm.2018.05.008
6. Adu D., Zhang J., Jieyun M., Asomani S.N., Osman Koranteng M. (2018). Numerical investigation of Transient vortices and turbulent flow behaviour in centrifugal pump operating in reverse mode as Turbine. *Materials Science for Energy Technologies*, 2019, No. 2, pp. 356-364. DOI: 10.1016/j.mset.2018.12.002
7. Mansour M., Wunderlich B., Thévenin D. (2018). Effect of tip clearance gap and inducer on the transport of two-phase air-water flows by centrifugal pumps // *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2018, No. 99, pp. 487-509. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2018.08.018
8. Leto A., Votta R., Bonfiglioli A. (2016). Preliminary Design Method of a Turbopump Feed System for Liquid Rocket Engine Expander Cycle. *Energy Procedia*, 2016, no.101, pp. 614-621. DOI:10.1016/j.egypro.2016.11.078
9. Okayasu A., Ohta T., Kamijyo A., Yamada H. (2002). Key technology for reusable rocket engine turbopump. *Acta Astronautica*, 2002, No. 50(6), pp. 351-355. DOI:10.1016/s0094-5765(01)00163-1
10. Von Karman Th. Uber Laminare und Turbulente Reibung. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)*, 1921, vol. 1, no. 4, pp. 233-251.
11. Schulz-Grunow F. Der Reibungswiderstand vortierender Scheiben in Gehäusen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM)*, 1935, vol. 15, no. 4, pp. 191-204.
12. Dorfman L.A. *Gidrodinamicheskoye soprotivleniye i teplootdacha vrashchayushchikhsya tel* [Hydrodynamic resistance and heat transfer of rotating bodies]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1960. 260 p.
13. Jacques R., Le Quere P., Daube O. Axisymmetric Numerical Simulations of Turbulent Flow in Rotor-Stator Enclosures. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2002, vol. 23, no. 4, pp. 381-397.
14. Owen J.M., Haynes C.M., Bayley F.J. Heat Transfer From an Air Cooled Rotating Disk. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1974, vol. 336, pp. 453-473.
15. Shlikhting G. *Teoriya pogrannichnogo sloya* [The theory of the boundary layer]. Moscow, Nauka, 1974, 712 p.
16. Kishkin A.A., Zuev A.A., Zhuykov D.A. Raschet oseyoy sily pri techenii v tortseyvykh shchelyakh turbomashin [Calculation of axial force in case of flow in the slots of turbomachinery equipment]. *University news. North-caucasian region. Technical sciences series*, 2013. no. 1(170), pp. 24-27.

### Об авторах

**Зуев Александр Александрович** (Красноярск, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Двигатели летательных аппаратов» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева» (660037, г. Красноярск, пр. им. газеты Красноярский рабочий, д. 31, e-mail: dla2011@inbox.ru).

**Назаров Владимир Павлович** (Красноярск, Россия) – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Двигатели летательных аппаратов» ФГБОУ ВО «Сибирский государственный

университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева» (660037, г. Красноярск, пр. им. газеты Красноярский рабочий, д. 31, e-mail: nazarov@.sibsau.ru).

**Арнгольд Анна Анатольевна** (Красноярск, Россия) – начальник бюро спецсоединителей, приборов и пультов аппаратуры АО «Красноярский машиностроительный завод» (660123, г. Красноярск, пр. им. газеты Красноярский рабочий, д. 29, e-mail: arngoldanna@mail.ru).

**Петров Иван Михайлович** (Красноярск, Россия) – заместитель главного конструктора по двигателям, двигательным установкам и энергоустановкам АО «Красноярский машиностроительный завод» (660123, г. Красноярск, пр. им. газеты Красноярский рабочий, д. 29, e-mail: petroof777@mail.ru).

#### **About the authors**

**Alexander A. Zuev** (Krasnoyarsk, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Associate Professor of Aircraft Engines Department, Siberian State University of Science and Technologies named after M.F. Reshetnev (31, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation, e-mail: dla2011@inbox.ru).

**Vladimir P. Nazarov** (Krasnoyarsk, Russian Federation) – CSc in Technical Sciences, Professor of Aircraft Engines Department, Siberian State University of Science and Technologies named after M.F. Reshetnev (31, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660037, Russian Federation, e-mail: nazarov@mail.sibsau.ru).

**Anna A. Arngold** (Krasnoyarsk, Russian Federation) – Head of Special Connectors and Instruments Department, JSC “Krasnoyarsk Machine-Building Plant” (29, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660123, Russian Federation, e-mail: arngoldanna@mail.ru).

**Ivan M. Petrov** (Krasnoyarsk, Russian Federation) – Deputy Chief Designer for Engines, Propulsion Systems and Power Plants, JSC “Krasnoyarsk Machine-Building Plant” (29, Krasnoyarsky Rabochy av., Krasnoyarsk, 660123, Russian Federation, e-mail: petroof777@mail.ru).

Получено 01.04.2019