УДК 681.53

Т.С. Леготкина, В.С. Мальков

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ СИГНАЛА «БЕЛОГО ШУМА»

Рассмотрен метод идентификации систем автоматического управления при помощи сигнала «белого шума». Произведено исследование на большом множестве различных систем автоматического управления, и определены наилучшие условия для идентификации данным методом.

В наши дни всё чаще используются средства автоматизации самых различных процессов, и в связи с этим остро встаёт проблема идентификации таких систем автоматического управления. Качество управления системой такого рода определяется точностью математической модели, которая её описывает [1].

Для построения математической модели могут использоваться как теоретические, так и экспериментальные методы. Но, как показывает опыт, нельзя построить математическую модель, адекватную реальной системе, основываясь только на теоретических сведениях. Поэтому в процессе проектирования систем управления одновременно с теоретическими исследованиями проводятся эксперименты с целью уточнения математической модели.

В данной исследовательской работе будет рассмотрен метод идентификации систем управления при помощи сигнала «белого шума», который наряду с теоретическими сведениями использует данные, полученные экспериментально.

На основе проведённого исследования будет сделано заключение об эффективности данного метода при идентификации разного рода систем с помощью математических моделей различных порядков и при различных входных сигналах.

Метод идентификации при помощи сигнала «белого шума» [2]. Данный метод позволяет получить импульсную переходную характеристику системы, по которой уже можно восстановить выходной сигнал по любому входному воздействию.

Белый шум – это стационарный случайный процесс с постоянной спектральной плотностью.

Основной характеристикой белого шума является его корреляционная функция:

$$R_{uu}(\tau) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_0^{ejwt} dw = \Phi_0 \delta(\tau).$$

Исходя из определения белого шума, следует, что его корреляционная функция представляет собой импульс бесконечной амплитуды нулевой длительности с площадью, равной единице. Это есть не что иное, как дельта-функция:

$$\begin{cases} R(\tau) = \infty, t = 0, \\ R(\tau) = 0, t > 0. \end{cases}$$

Конечно, дельта-функция – это идеализация, так как её невозможно получить в реальных условиях. Поэтому в реальных системах корреляционная функция белого шума представляет собой нечто приближенное к дельта-функции.

Допустим, у нас есть линейная система автоматического управления. Для её идентификации при помощи данного метода необходимо подать на её вход сигнал белого шума. Его можно подавать как в дополнение к входному сигналу, так и отдельно (рис. 1).

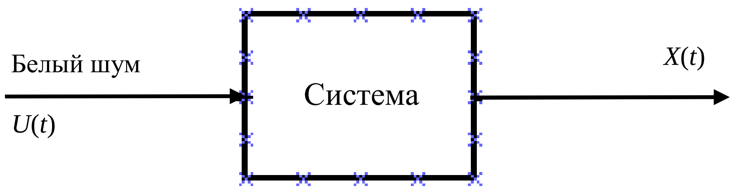

Рис. 1. Система, на которую подаётся сигнал «белого шума»

Далее определяется корреляционная функция входного и выходного сигналов:

$$R_{ux}(\tau) = \int_0^{\tau} x_r(t) u(\tau - t) dt + \int_0^{\tau} x_u(t) u(\tau - t) dt.$$

Входной сигнал, как правило, является неслучайным и задаётся в узкой полосе частот, в то время как сигнал белого шума имеет равномерный спектр частот. Поэтому входной сигнал и сигнал белого шума являются слабокоррелированными, поэтому можно пренебречь вторым слагаемым. В результат получим следующее выражение:

$$R_{ux}(\tau)=\int_0^{\tau} x_u(t)u(\tau-t)dt=g(\tau).$$

Таким образом, корреляционная функция белого шума и выходного сигнала является импульсной переходной характеристикой исследуемой системы.

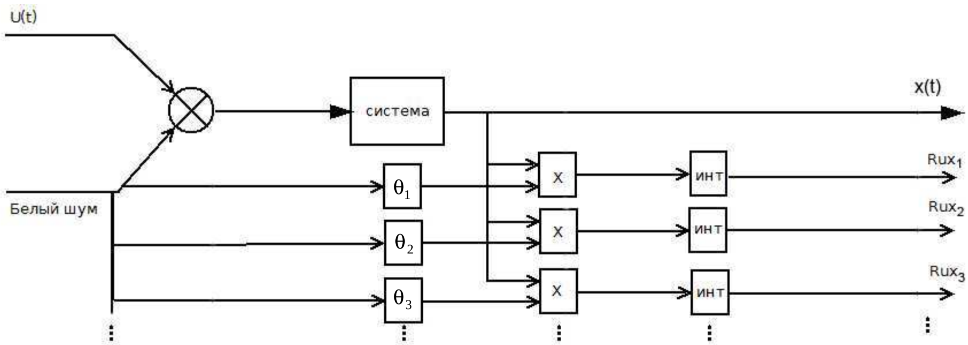

Рис. 2. Структурная схема метода идентификации
при помощи «белого шума»

После определения значений импульсной переходной характеристики метод как таковой заканчивается, а дальнейшая идентификация производится при помощи определённой математической модели (рис. 2). В данной работе использовались 2 модели:

– модель системы управления, описанная полиномом второго порядка;

– модель системы управления, описанная полиномом третьего порядка.

При описании исследуемой системы математической моделью второго порядка уравнение в общем виде выглядит следующим образом:

$$g(t)=\frac{K}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\omega_0 t\sqrt{1-\xi^2}\right).$$

Импульсная переходная характеристика системы автоматического управления, восстановленная по методу идентификации при помощи сигнала «белого шума», в общем случае имеет вид, представленный на рис. 3.

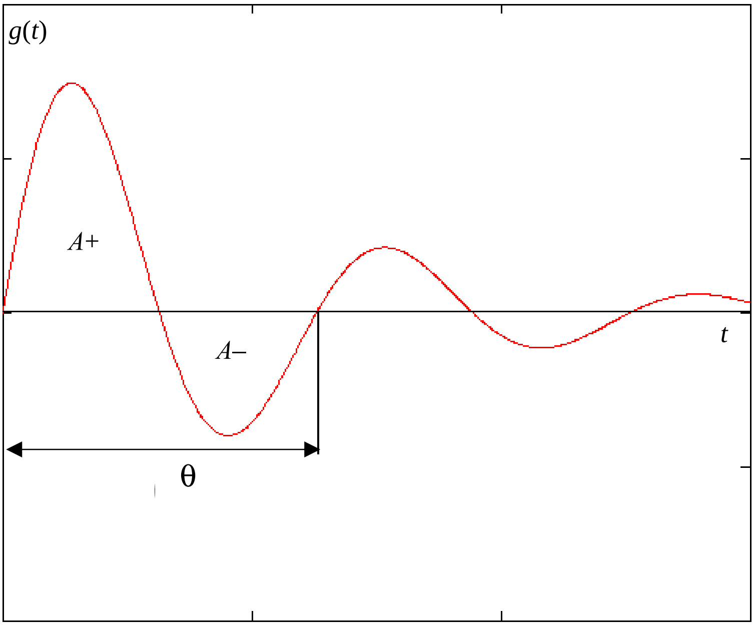

Рис. 3. Импульсная переходная характеристика системы автоматического управления, описанной полиномом второго порядка, в общем виде

На рис. 3 приняты следующие обозначения:

$A+$ – площадь первого положительного полупериода;

$A-$ – площадь первого отрицательного полупериода;

θ – длительность первого периода.

Коэффициенты, входящие в математическое уравнение второго порядка, определяются по графику следующим образом:

$$\omega = \frac{2\pi}{\theta}, \quad \omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad R = \frac{A+}{A-}, \quad \xi = \frac{\ln R}{\sqrt{\pi^2 - (\ln R)^2}}.$$

Коэффициент K определяется подстановкой в уравнение модели всех заранее определённых коэффициентов одного значения g и соответствующего ему значения времени.

При описании исследуемой системы математической моделью третьего порядка уравнение в общем виде выглядит следующим образом:

$$g(t) = Ae^{-T_1 t} - Ae^{-T_2 t}\cos\omega t + Be^{-T_2 t}\sin\omega t.$$

В данном случае для определения коэффициентов импульсной-переходной характеристики необходимо составить систему вида:

$$
\begin{cases}
g_1(t_1) = Ae^{-T_1 t_1} - Ae^{-T_2 t_1}\cos\omega t_1 + Be^{-T_2 t_1}\sin\omega t_1. \\
g_2(t_2) = Ae^{-T_1 t_2} - Ae^{-T_2 t_2}\cos\omega t_2 + Be^{-T_2 t_2}\sin\omega t_2, \\
\qquad\qquad\qquad\qquad .... \\
g_n(t_n) = Ae^{-T_1 t_n} - Ae^{-T_2 t_n}\cos\omega t_n + Be^{-T_2 t_n}\sin\omega t_n.
\end{cases}
$$

Чтобы определить коэффициенты, задаются начальными приближениями, и данная система решается методом наименьших квадратов. Следует отметить, что результат зависит от начальных приближений.

После произведения идентификации системы для проверки точности идентификации необходимо восстановить выходной сигнал по входному, что реализуется при помощи интеграла Дюамеля:

$$
x(t) = \int_0^t g(t)u(t-\tau)d\tau.
$$

Рассмотрим в качестве примера применения рассматриваемого метода идентификацию одной системы автоматического управления, которая была смоделирована пакетом прикладных программ *Identlab*.

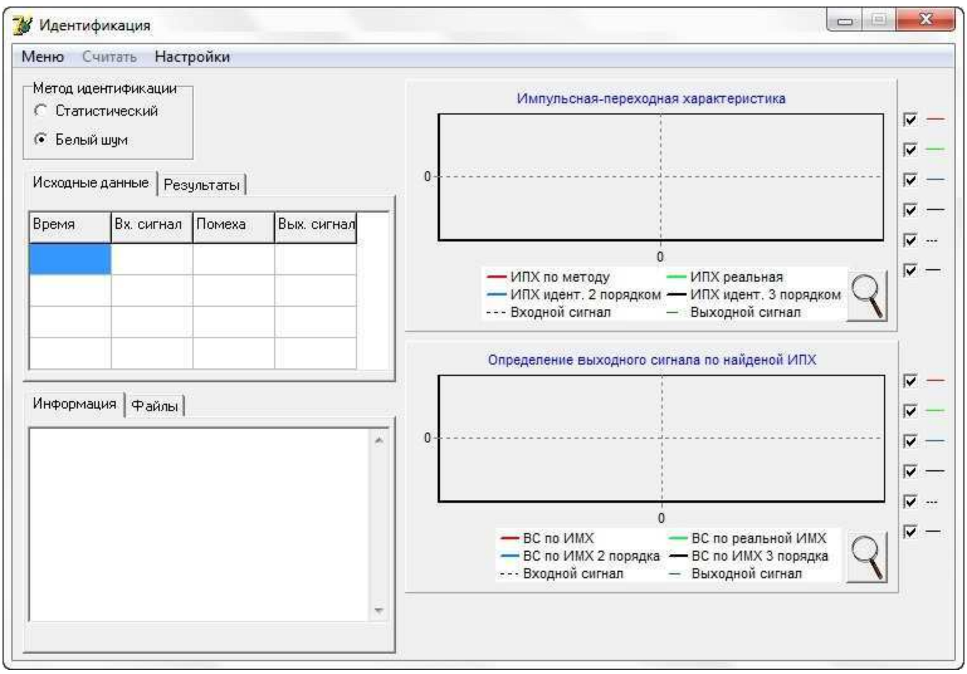

Рис. 4. Интерфейс разработанного программного пакета

Для произведения идентификации систем управления при помощи сигнала «белого шума» был разработан специализированный программный пакет (рис. 4), который по заданным результатам моделирования пакета *Identlab* производит идентификацию указанным методом.

Данный программный пакет способен производить идентификацию систем автоматического управления полиномом как второго, так и третьего порядка, и после этого восстанавливать выходной сигнал по полученным результатам. Расчёт коэффициентов полинома третьего порядка производится при помощи программного пакета *Mathcad 11*, который подключается к основному пакету на время расчёта коэффициентов.

По этим данным при помощи программного пакета получены следующие результаты:

– уравнение второго порядка

$$g(t) = 0{,}51e^{-0{,}25t}\sin 1{,}28t,$$

– уравнение третьего порядка

$$g(t) = 0{,}698e^{-3{,}475t} - 0{,}698e^{-0{,}223t}\cos 1{,}114t + 0{,}572e^{-0{,}223t}\sin 1{,}114t.$$

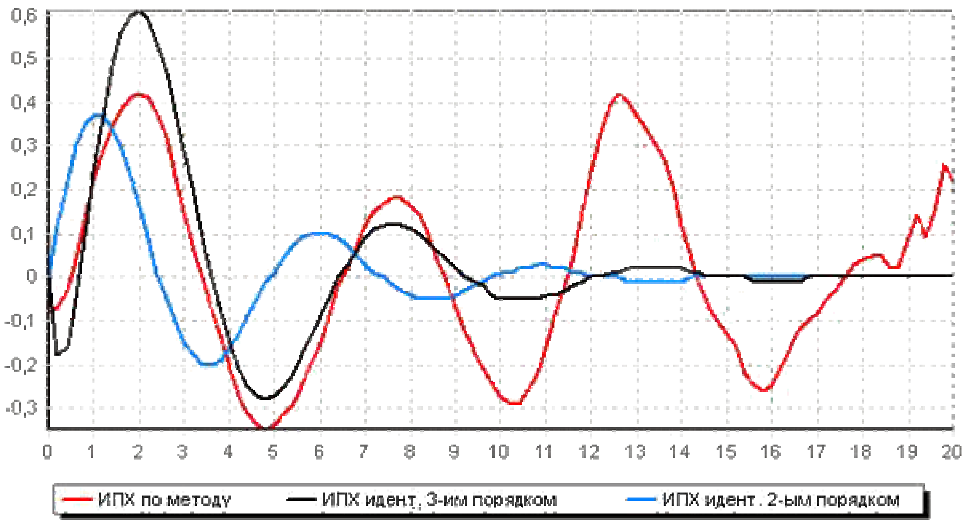

Рис. 5. Графики полученных
импульсных-переходных характеристик

Как видно из рис. 5, характеристика, построенная по полиному третьего порядка, лучше описывает полученные после идентификации при помощи «белого шума» значения импульсной-переходной характеристики.

Подадим на вход системы ступенчатый сигнал и посмотрим, что будет на выходе.

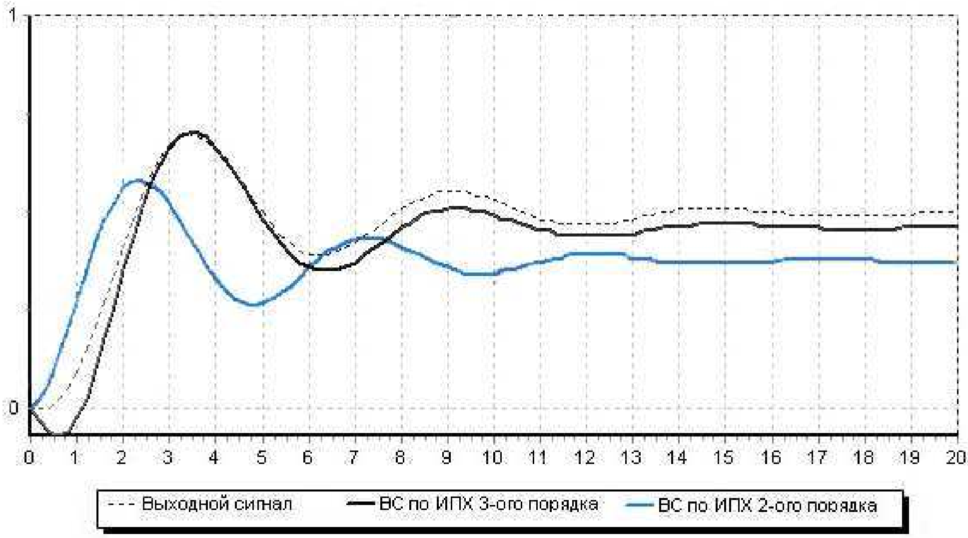

Рис. 6. Графики выходных сигналов

Из рис. 6 видно, что выходной сигнал, восстановленный по полиному третьего порядка, по своим значениям ближе к действительному выходному сигналу, чем выходной сигнал, восстановленный по полиному второго порядка.

По результатам подобных многократных исследований различных систем, смоделированных в пакете *Identlab*, можно сделать следующие выводы:

1. Метод идентификации при помощи сигнала «белого шума» лучше всего идентифицирует колебательные системы и системы с умеренной колебательностью, в то время как плохо идентифицирует апериодические системы.

2. Для улучшения точности идентификации лучше изначально подавать на вход системы сигнал белого шума без входного сигнала. Несмотря на то, что они не коррелированы и входной сигнал не участвует напрямую в процессе идентификации, он вносит погрешность в выходной сигнал, так как выходной сигнал является реакцией системы не только на сигнал белого шума, но и на входной сигнал.

3. Если условия таковы, что белый шум отдельно от входного сигнала подать не удаётся, то для сохранения приемлемой точности идентификации необходимо обеспечить превосходство уровня «белого шума» над входным сигналом хотя бы на порядок.

4. В силу того, что значения импульсной-переходной характеристики системы определяются по корреляционной функции выходного сигнала и «белого шума», которая, в свою очередь, вычисляется через отклонения, полученная в результате идентификации импульсная переходная характеристика зачастую не соответствует действительной по амплитуде но довольно точно восстанавливает её форму.

5. Системы, идентифицированные при помощи сигнала «белого шума», хорошо восстанавливают выходные сигналы по синусоидальным и экспоненциальным входным сигналам и плохо восстанавливают выходной сигнал при линейных входных сигналах.

Библиографический список.

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1976. – С. 5–9.
2. Леготкина Т.С., Данилова С.А. Методы идентификации систем. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – С. 48–50.

Получено 05.09.2011