

DOI: 10.15593/2224-9982/2018.55.05

УДК 629.7: 629.7.036.34

**Д.Д. Попова, Н.А. Самойленко, С.В. Семенов,  
А.А. Балакирев, А.Ю. Головкин**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ МАССЫ КОНСТРУКТИВНО ПОДОБНОГО КРОНШТЕЙНА ТРУБОПРОВОДА АВИАЦИОННОГО ГТД**

Применение методики топологической оптимизации позволяет уменьшить массу детали при сохранении ее жесткостных и прочностных характеристик. Целью данной работы является расчетное и экспериментальное исследование изменения жесткости конструктивно подобного кронштейна трубопровода авиационного ГТД вследствие уменьшения его массы на 30 % с помощью SIMP-метода топологической оптимизации. При этом в качестве ограничения задавалось требование на сохранение величины прогиба кронштейна в вертикальной плоскости под нагрузкой в 5 кг. Решение задачи топологической оптимизации осуществлялось в программе ANSYS 19. Сглаживание полученной в результате оптимизации геометрии модели осуществлялось в CAD-системе NX. Для экспериментальной верификации результатов расчета перемещений под нагрузкой исходной и оптимизированной геометрии детали аддитивным методом послойного наплавления на 3D-принтере были изготовлены две натурные модели кронштейна в масштабе 1:1 из материала-заменителя (ABS-пластик). Способ закрепления и нагружения и характеристики материала в экспериментальной установке были аналогичны расчетной схеме. Нагружение производилось с помощью калибровочных грузов. Измерение перемещений производилось в нескольких точках с помощью индикатора часового типа. Также контролировались горизонтальные деформации кронштейна. Показана хорошая сходимости расчетного и экспериментального определения перемещений конструктивно подобного кронштейна под нагрузкой. Проанализированы возможные причины отклонений. Полученные расчетные и экспериментальные данные могут быть использованы для верификации более сложных математических моделей, использующихся для решения задач статического нагружения деталей, изготовленных с помощью метода 3D-печати.

**Ключевые слова:** топологическая оптимизация, оптимальное проектирование, аддитивные технологии, SIMP-метод, метод конечных элементов.

**D.D. Popova, N.A. Samoylenko, S.V. Semenov, A.A. Balakirev, A.Yu. Golovkin**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **APPLICATION OF THE TOPOLOGICAL OPTIMIZATION METHOD TO REDUCE THE MASS OF GAS TURBINE ENGINE MODEL BRACKET**

Topology optimization allow to reduce the mass of the support while maintaining its stiffness and strength characteristics. The aim of this work is to calculate and experimentally study the change in stiffness of a structurally similar model of support from an aviation gas turbine pipeline due to a 30 % reduction in its mass using SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method of topology optimization. At the same time, as a constraint, the requirement was set to preserve the amount of deflection of the support in the vertical plane under a load of 5 kg. The solution of the topology optimization problem was carried out in the ANSYS 19 program. The smoothing of the model obtained as a result of the optimization of the geometry was carried out in the NX10 CAD system. For experimental verification of the results of calculating the displacements under load of the original and optimized geometry of the support by an additive method of layer-by-layer fusion on a 3D printer, two full-scale models of the support were made on a scale of one to one of the substitute material (ABS plastic). The method of fixing and loading and the characteristics of the material in the experimental setup were similar to the design scheme. The loading was carried out using calibration weights. Displacement measurements were made at several points using a dial gauge. Horizontal deformations of the support were also monitored. A good convergence of the calculated and experimental determination of the displacements of a structurally similar model support under load is shown. Analyzed the possible causes of deviations. The obtained calculated and experimental data can be used to verify more complex mathematical models used to solve problems of static loading of parts manufactured using the 3D printing method.

**Keywords:** topology optimization, optimal design, additive technologies, SIMP method, finite element method.

## Введение

Современные машиностроительные предприятия заинтересованы в повышении надежности и качества своей продукции при одновременном снижении ее веса и трудоемкости изготовления. Чтобы отвечать многочисленным требованиям, передовые компании на различных этапах проектирования все чаще прибегают к инструментам топологической оптимизации [1].

Топологическая оптимизация – это численный метод, который позволяет изменить форму рассматриваемого элемента или объекта путем изменения его геометрии. Данный метод является математической задачей, основная цель которой состоит в поиске распределения материала по площади или объему. Обычно при топологической оптимизации находится «черно-белая» схема тела, в которой каждая часть области после оптимизации становится либо твердым телом (черный), либо пустотой (белый). Главным недостатком данной схемы является возможность появления не связанных между собой объемов исходного тела [2].

Особый интерес к данной технологии появился в аэрокосмической отрасли, где предъявляются особые требования к массе конструкции. Современное программное обеспечение для топологической оптимизации позволяет проектировать форму детали с нуля, задав лишь условия закрепления и соприкасающиеся поверхности, а также позволяет совершенствовать существующие конструкции путем снижения их веса исходя из поставленных ограничений (равнопрочность с исходной деталью, равные деформации, сохранение собственной частоты и т.д.). Однако результатом топологической оптимизации детали зачастую является сложная пространственная конструкция (рис. 1), производство которой экономически обосновано лишь в тех случаях, когда задача снижения веса является приоритетной. Причиной этого является то, что производство подобных деталей классическими методами (точение, фрезерование, штамповка) невозможно или является слишком дорогим, и в таких случаях все чаще применяются аддитивные технологии 3D-печати [3, 4].



Рис. 1. Пример изменения формы детали в процессе топологической оптимизации [5]

Целью данной работы является расчетное и экспериментальное исследование изменения жесткости конструктивно подобного кронштейна трубопровода авиационного ГТД вследствие уменьшения его массы на 30 % с помощью SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) метода топологической оптимизации [6]. При этом в качестве ограничения задавалось требование на сохранение величины деформации кронштейна под нагрузкой в 5 кг (рис. 2).

Основополагающая идея SIMP-метода заключается в создании поля виртуальной плотности заданной геометрии, которое представляет собой поле безразмерных относительных плотностей  $\rho_i$ , где каждому элементу сетки присваивается значение  $\rho_i$  от 0 до 1. Перед оптимизацией поле плотности задается однородным. Это означает, что тело однородно с относительной

плотностью каждого элемента  $\rho = 1$ . Назначение метода состоит в уменьшении количества элементов конструкции с нулевой и некоторой промежуточной относительной плотностью при заданных граничных условиях и заданном условии оптимизации – снижение массы до определенного процента от первоначальной конструкции. Результатом использования метода является получение объекта с меньшей массой и аналогичными перемещениями в заданном направлении [2, 7].

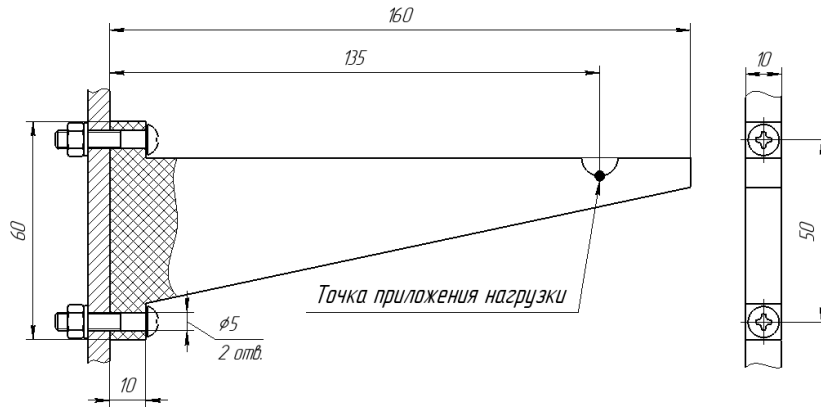


Рис. 2. Исходная модель конструктивно подобного кронштейна трубопровода авиационного ГТД

В методе SIMP свойства материала расчетной области  $\Omega$  постоянны в каждом из элементов и зависят от относительной плотности  $\rho_i$  [2]. Функция  $\rho(x)$  – плотность распределения материала, которая задана во всей расчетной области и принадлежит интервалу от 0 до 1, следовательно, проинтегрировав функцию распределения плотности по области интегрирования, можно получить объем, который меньше первоначального:

$$0 \leq \int_{\Omega} \rho(x) d\Omega \leq V,$$

где  $V$  – объем материала, занимаемый неоптимизированной моделью.

Поскольку после топологической оптимизации элементам расчетной области  $\Omega$  присваивается относительная плотность от 0 до 1, для ограничения промежуточной относительной плотности используется фактор отбраковки  $p$ . Значение фактора отбраковки обеспечивает разделение зон с разными значениями плотности: равными единице, в которых существует материал, и равными нулю, где материала нет. Фактор отбраковки  $p > 1$ . Фактор отбраковки для трехмерных объектов зависит от коэффициента Пуассона  $\mu$  и удовлетворяет условию [2]

$$p \geq \max \left\{ 15 \frac{1-\mu}{7-5\mu}, \frac{3}{2} \frac{1-\mu}{1-2\mu} \right\}.$$

Например, для коэффициента Пуассона 0,33 фактор отбраковки принимается равным трем.

В ходе оптимизации отношение между модулем упругости  $i$ -го элемента и относительной плотностью записывается следующим образом [8]:

$$E(\rho_i) = E_{\min} + (\rho_i)^p (E_0 - E_{\min}),$$

где  $E_0$  – модуль упругости материала. Для численной устойчивости  $E_{\min}$  принимается за  $E_0/1000$ ,  $\rho_i$  – относительная плотность  $i$ -го элемента;  $p$  – фактор отбраковки.

Относительные плотности элементов берутся в качестве расчетных переменных, а среднее соответствие выбирается как целевая функция. Тогда задача оптимизации топологии для минимального соответствия может быть записана в виде [9]

$$P = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_i\}^T, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$C(P) = F^T U = U^T K U = \sum_{i=1}^n u_i^T u_i k_i = \sum_{i=1}^n \rho_i^p u_i^T u_i k_0,$$

$$C(P) \rightarrow \min.$$

При условии, что  $KU = F$

$$V = f_0 V_0 = \sum_{i=1}^n v_i \rho_i,$$

$$0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq \rho_{\max} \leq 1,$$

где целевая функция  $C$  определяется как среднее соответствие;  $P$  – вектор конструктивных переменных (матрица, элементами которой являются относительные плотности каждого элемента сетки);  $\rho_{\min}$  и  $\rho_{\max}$  – минимальная и максимальная относительная плотность элементов соответственно. Целью введения ненулевого значения  $\rho_{\min}$  является избегание работы с недифференцируемой функцией;  $F$  – вектор нагружения;  $U$  – вектор глобального смещения;  $K$  – глобальный тензор жесткости;  $k_i$  – тензор жесткости элемента после интерполяции плотности;  $k_0$  и  $u_i$  – тензор жесткости и вектор смещения узлов элементов;  $V$  – объем материала;  $V_0$  – начальный объем расчетной области;  $f_0$  – заданное объемное отношение [10].

Перед оптимизацией задавалась масса будущей конструкции в процентах от массы первоначальной конструкции – 70 %, тем самым определялся диапазон изменения виртуальной плотности. Выражение для задания условий оптимизации выглядит следующим образом [11]:

$$B_i = \frac{\partial C}{\partial \rho_i} / \lambda \frac{\partial V'}{\partial \rho_i},$$

где  $B$  – условие оптимизации,  $\lambda$  – коэффициент Лагранжа.

### Топологическая оптимизация модели конструктивно подобного кронштейна трубопровода

В данной работе решение задачи топологической оптимизации осуществлялось в программе ANSYS student 19.0 [12]. Поскольку модели для экспериментальной верификации планировалось изготавливать методом послойного наплавления на 3D-принтере, в качестве материала для расчетов был выбран ABS-пластик, имеющий следующие свойства [12]:

$$\rho = 1,03 \text{ г/см}^3;$$

$$E \text{ (при } t = 25 \text{ °C)} = 2000 \text{ МПа.}$$

В качестве граничных условий (см. рис. 2) использовались две цилиндрические опоры, имитирующие болтовое закрепление, и опора, имитирующая вертикальную стенку; значение нагрузки, прикладываемой в вертикальной плоскости к специальному пазу на конце кронштейна, – 5 кг.

После топологической оптимизации в ANSYS поверхность тела не получается гладкой, а состоит из граней элементов сетки, оставшихся после оптимизации. Для сглаживания поверхностей на 3D-моделях используют три метода: метод обрисовки моделей вручную в пакетах 3D-моделирования, использование PolyNURBS сплайнов или сглаживание сетки в специальных пакетах, например Autodesk meshmixer [14, 15]. Сглаживание поверхностей полученной в данной работе модели осуществлялось путем обрисовки сетки геометрическими примитивами в CAD-системе NX. Оптимизированная модель приведена на рис. 3.

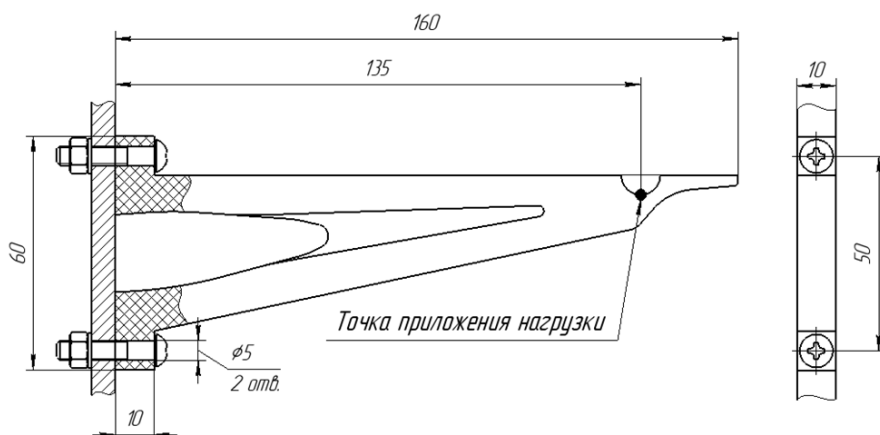


Рис. 3. Оптимизированная модель конструктивно подобной кронштейна трубопровода авиационного ГТД

### Расчетное определение деформации кронштейна под нагрузкой

После построения модели осуществлялся расчет значений перемещения кронштейна в вертикальной плоскости под нагрузкой в 5 кг. Максимальные расчетные значения перемещения исходного (1,16 мм) и оптимизированного кронштейнов (1,22 мм) представлены на рис. 4.

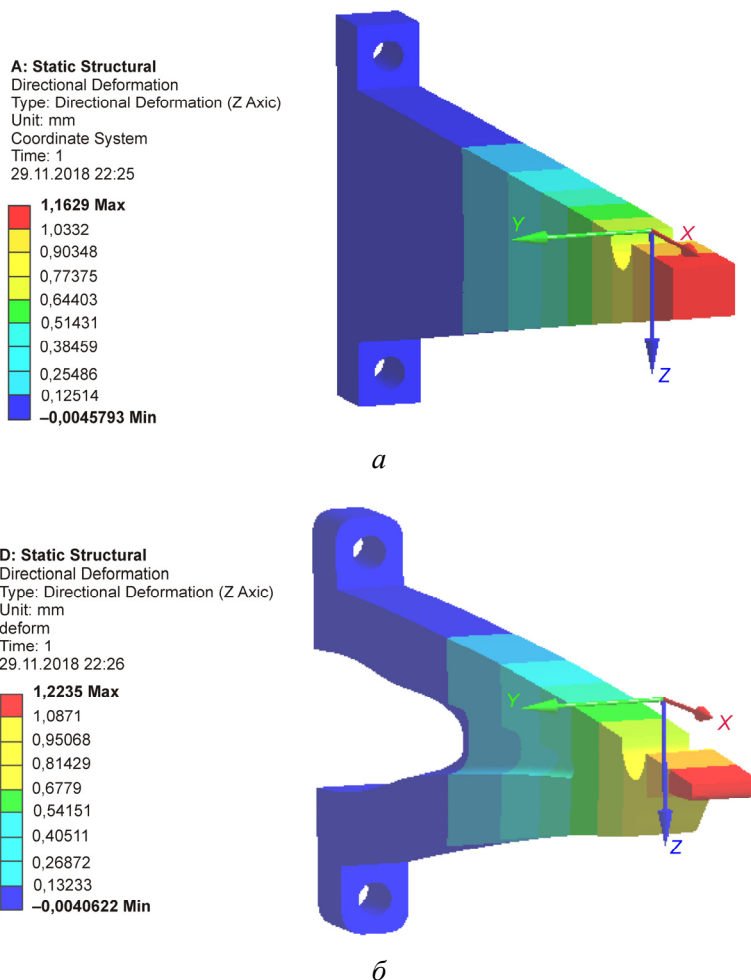


Рис. 4. Расчетные значения перемещения исходного (а) и оптимизированного (б) кронштейнов

Условием оптимизации было снижение массы кронштейна до 70 % от массы исходного кронштейна. Разность в значениях перемещений расчетных моделей составила 4,9 % (0,06 мм).

### Экспериментальное определение деформации кронштейна под нагрузкой

Для эксперимента аддитивным методом послойного наплавления были изготовлены два кронштейна с исходной и оптимизированной геометрией. Масса изготовленных моделей составила 36,33 г у исходного и 25,21 г – у оптимизированного кронштейнов соответственно. Отношение значений массы незначительно отличается от условия оптимизации (70 % массы исходного кронштейна)  $25,21/36,33 = 0,694$  (69,4 %). Внешний вид кронштейнов и их вес, измеренный на прецизионных весах, представлены на рис. 5.



Рис. 5. Изготовленные методом послойного наплавления кронштейны и их вес:  
а – исходная конструкция, б – топологически оптимизированная

Данные кронштейны были закреплены болтами на прямоугольном профиле, который, в свою очередь, был закреплен в прецизионных тисках. Вертикальность опоры обеспечивалась с помощью уголка. Значения перемещения в расчетных точках измерялись с помощью индикатора часового типа (рис. 6, а). Изображение экспериментальной установки приведено на рис. 6, б.

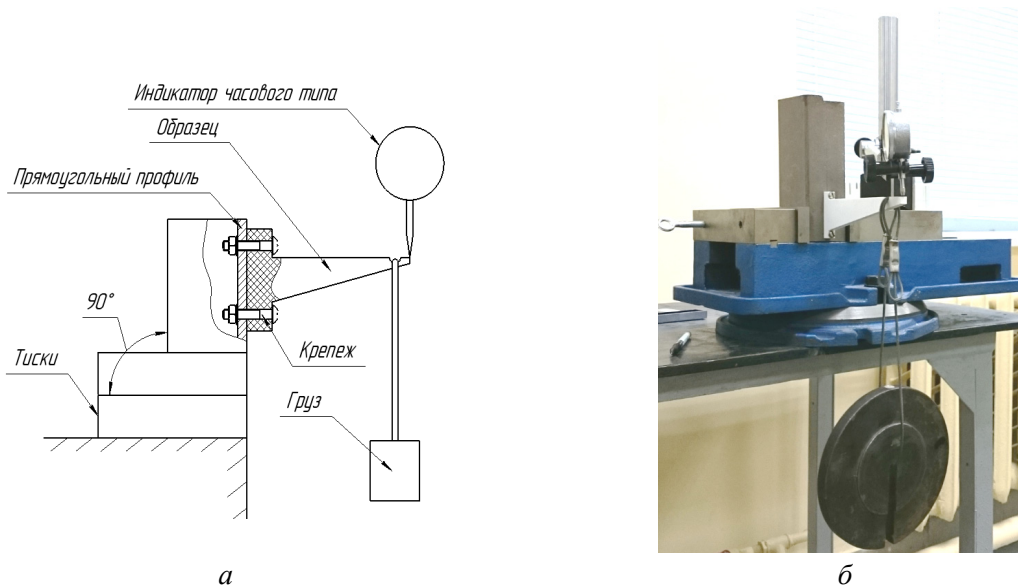


Рис. 6. Схема экспериментальной установки по нагружению образцов (а) и ее фотография (б)

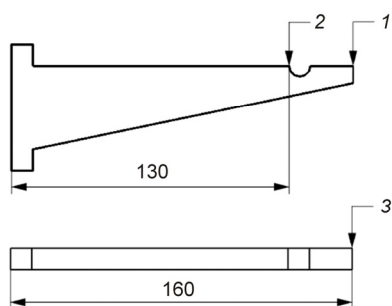


Рис. 7. Точки измерения индикаторной головкой перемещений кронштейна

После установки и обнуления индикаторов каждый из кронштейнов нагружался калибровочными грузами массой 5 кг (фотографии установки показаны на рис. 5), после чего фиксировались перемещения в трех точках, схематично представленных на рис. 7. Следует отметить, что точка 3 была необходима для оценки уровня горизонтальных деформаций, вызванных несимметричностью изготовленной конструкции кронштейна и приложения нагрузки.

Было проведено по три опыта для каждой точки, при которых заново устанавливался индикатор часового типа (для обеспечения перпендикулярности оси индикатора верхней плоскости кронштейна), повторно протягивалось болтовое соединение и проверялся угол установки профиля в тисках.

Результаты измерений для исходного кронштейна представлены в табл. 1, для оптимизированного – в табл. 2.

Таблица 1

Результаты эксперимента для исходного кронштейна

Номер опыта	Перемещение, мм		
	Точка 1	Точка 2	Точка 3
1	1,15	0,76	0,07
2	1,09	0,75	0,08
3	1,17	0,77	0,07
Среднее	1,14	0,76	0,073
Расчетное	1,16	0,76	0
Отклонение от расчетного, мм (%)	-0,02 (1,7 %)	0 (0 %)	0,073 (-)
Стандартное отклонение, мм	0,04163332	0,01	0,005 773 503
Коэффициент вариации	0,036 627 554	0,013 157 895	0,078 729 582

Таблица 2

Результаты эксперимента для оптимизированного кронштейна

Номер опыта	Перемещение, мм		
	Точка 1	Точка 2	Точка 3
1	1,25	0,83	0,09
2	1,26	0,83	0,1
3	1,23	0,81	0,11
Среднее	1,247	0,82	0,1
Расчетное	1,223	0,81	0
Отклонение от расчетного, мм (%)	0,024 (1,9 %)	0,01 (1,2 %)	0,1 (-)
Стандартное отклонение, мм	0,015275252	0,011547005	0,01
Коэффициент вариации	0,012252876	0,014024703	0,1

На основании полученных данных можно сделать вывод, что расчетные значения хорошо согласуются с экспериментальными данными (отклонения перемещений для исходного и оп-

тимизированного кронштейнов составляют 1,7 и 1,9 % соответственно), однако знаки отклонений разные. Этому могли способствовать следующие причины:

1. Отношение значений массы распечатанных моделей (оптимизированного к исходному) равно 0,694, в то время как для CAD-моделей это отношение равно 0,718. Это является следствием особенностей технологического процесса производства методом послойного наплавления на 3D-принтере и говорит о том, что действительная плотность оптимизированного кронштейна отлична от плотности исходного. Также стоит отметить, что отношение 0,718 отличается от условия оптимизации (70 % массы исходного кронштейна), так как выбранный способ доводки модели после оптимизации предполагает обрисовку сетки конечных элементов примитивами и, следовательно, возможен незначительный прирост массы.

2. Различие в граничных условиях закрепления конечно-элементной модели расчетного кронштейна. Для этого в эксперименте присутствовала точка 3. Наличие перемещений, измеренных в точке 3, говорит о том, что оси отверстий не совпадают в вертикальном направлении и это приводит к появлению горизонтальной силы и изгибающих моментов, что является нерасчетным случаем.

### Заключение

Применение методики ТО позволяет уменьшить массу детали при сохранении ее жесткостных и прочностных характеристик. В данной статье это было продемонстрировано на примере кронштейна, конструктивно подобного кронштейнам, используемым на трубопроводах ГТД. Для экспериментальной проверки были изготовлены модели кронштейнов методом послойного наплавления на 3D-принтере и произведено нагружение согласно расчетной схеме.

Полученные в статье расчетные и экспериментальные данные могут быть использованы для верификации более сложных математических моделей, используемых для решения задач статического нагружения деталей, изготовленных с помощью метода 3D-печати.

### Библиографический список

1. Saleem W., Lu H., Yuqing F. Topology optimization – problem formulation and pragmatic outcomes by integration of TOSCA and CAE tools // Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2008, WCECS. San Francisco, USA. – 2008. – P. 6.
2. Bendsøe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods and applications // Springer-Verlag. – 2003. – 370 p.
3. Боровиков А.А., Тененбаум С.М. Топологическая оптимизация переходного отсека КА // Аэрокосм. науч. журн.: электрон. журн. / Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана. – 2016. – № 5. – С. 16–30.
4. Французов А.В., Шаповалов Я.И., Вдовин Д.С. Применение метода топологической оптимизации в задачах проектирования грузоподъемной техники [Электронный ресурс] // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. – 2017. – № 2(42). – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-metoda-topologicheskoy-optimizatsii-v-zadachah-proektirovaniya-gruzopodemnoy-tehniki> (дата обращения: 08.08.2018).
5. Шестаков Д. Применение Generative Design для оптимизации конструкции кронштейна авиадвигателя [Электронный ресурс]. – URL: <https://additiv-tech.ru/publications/primenenie-generative-design-dlya-optimizatsii-konstrukcii-kronshteyna-aviadvigatelya> (дата обращения: 12.06.2018).
6. Башин К.А., Торсунов Р.А., Семенов С.В. Методы топологической оптимизации конструкций, применяющиеся в аэрокосмической отрасли // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2017. – № 51. – С. 51–61.
7. Кротких А.А., Максимов П.В. Исследование и модификация метода топологической оптимизации SIMP // Междунар. науч.-исслед. журн. – 2016. – № 1(55). – С. 91–94.
8. Bruns T. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization // Structural and Multidisciplinary Optimization. – December 2005. – Vol. 30, iss. 6. – P. 428–436.



9. A new hybrid topology optimization method coupling ESO and SIMP method / H. Jiao, Q. Zhou, S. Fan, Y. Li // Lecture Notes in Electrical Engineering Proceedings of China. Modern Logistics Engineering. – 2014. – P. 373–384.
10. Sigmund O., Maute K. Struct topology optimization approaches a comparative review // Structural and Multidisciplinary Optimization. – December 2013. – Vol. 48, iss. 6. – P. 1031–1055.
11. Junichi Koga, Jiro Koga, Shunji Homma. Checkerboard problem to topology optimization of continuum structures / Saitama University. – Saitama, Japan, 2013. – 10 p.
12. Sara Johansson, David Satterman. Simulation driven product development / ANSYS. – Gothenburg, Sweden, 2012. – URL: <http://www.ansys.com> (accessed 11 August 2018).
13. Plating on acrylonitrile–butadiene–styrene (ABS) plastic: a review / Sharon Olivera, Handanahally Basavarajiah Muralidhara, Krishna Venkatesh, Keshavanarayana Gopalakrishna, Chinnaganahalli Suryaprakash Vivek // Journal of Materials Science. – New York: Springer, Science+Business Media, 2016. – 19 p. – URL: [https://www.researchgate.net/profile/Sharon\\_Olivera/publication/289530990\\_Plating\\_on\\_acrylonitrile-butadiene-styrene\\_ABS\\_plastic\\_a\\_review/links/5b3c554e4585150d23f689fd/Plating-on-acrylonitrile-butadiene-styrene-ABS-plastic-a-review.pdf?origin=publication\\_detail](https://www.researchgate.net/profile/Sharon_Olivera/publication/289530990_Plating_on_acrylonitrile-butadiene-styrene_ABS_plastic_a_review/links/5b3c554e4585150d23f689fd/Plating-on-acrylonitrile-butadiene-styrene-ABS-plastic-a-review.pdf?origin=publication_detail) (accessed 11 August 2018).
14. Максимов П.В., Фетисов К.В. Анализ методов доработки конечно-элементной модели после топологической оптимизации // Междунар. науч.-исслед. журн. – 2016. – № 9(51), ч. 2. – С. 58–60.
15. Robin Larsson. Methodology for topology and shape optimization: application to a rear lower control arm / Chalmers University of Technology. – Goteborg, Sweden, 2016. – 53 p.

#### References

1. Saleem W., Lu H., Yuqing F. 2008. Topology Optimization - Problem Formulation and Pragmatic Outcomes by integration of TOSCA and CAE tools. Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2008, WCECS 2008. San Francisco, USA, 6 p.
2. Bendsoe M.P., Sigmund O. Topology optimization: theory, methods and applications. Springer-Verlag, 2003, 370 p.
3. Borovikov A.A., Tenenbaum S.M. Topologicheskaya optimizatsiya perekhodnogo otseka KA [Topological optimization of the spacecraft transition compartment]. *Aeronautical and Rocket Space Engineering. Scientific edition of Bauman MSTU*, 2016, no. 05, pp. 16-30.
4. Frantsuzov A.V., Shapovalov Ya.I., Vdovin D.S. Primeneniye metoda topologicheskoy optimizatsii v zadachakh proyektirovaniya gruzopodyemnoy tekhniki [Application of the method of topological optimization in the design tasks of load-lifting equipment]. *University proceedings. Volga region. Technical sciences*, 2017, no. 2(42). [Electronic resource]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primeneniye-metoda-topologicheskoy-optimizatsii-v-zadachah-proektirovaniya-gruzopodemnoy-tehniki> (access date: 08/08/2018).
5. Shestakov D. Primeneniye Generative Design dlya optimizatsii konstruksii kronshteyna aviadvigatelya [Application of Generative Design to optimize the design of the aircraft engine bracket] [Electronic resource]. URL: <https://additiv-tech.ru/publications/primeneniye-generative-design-dlya-optimizatsii-konstrukcii-kronshteyna-aviadvigatelya> (access date: 12/06/2018).
6. Bashin K.A., Torsunov R.A., Semenov S.V. Metody topologicheskoy optimizatsii konstruksiy, primenyayushchiesya v aerokosmicheskoy otrasli [Methods of topological optimization of structures used in the aerospace industry]. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*, 2017, no. 51, pp. 51-61.
7. Krotkikh A.A., Maksimov P.V. Issledovaniye i modifikatsiya metoda topologicheskoy optimizatsii SIMP [Research and modification of the topological optimization method SIMP]. *Mezhdunarodnyj naučno-issledovatel'skij žurnal*, 2016, no. 01(55), pp. 91-94.
8. Bruns T. A method for filtering the solid and void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, December 2005, Vol. 30, iss. 6, pp. 428-436.
9. H. Jiao, Q. Zhou, S. Fan, Y. Li: A new hybrid method and ESO and SIMP method. *Lecture Notes in Electrical Engineering Proceedings of China. Modern Logistics Engineering*, 2014, pp. 373-384.
10. Sigmund O., Maute K. Struct topology optimization approaches a comparative review. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. December 2013, Vol. 48, Is. 6, pp. 1031-1055.
11. Junichi Koga, Jiro Koga, Shunji Homma. Checkerboard problem to topology optimization of continuum structures. *Saitama University, Saitama, Japan*, 2013, 10 p.
12. Sara Johansson, David Satterman. *Simulation Driven Product Development*. ANSYS. Gothenburg, Sweden, 2012. URL: <http://www.ansys.com> (accessed 11 August 2018).

13. Sharon Olivera, Handanahally Basavarajaiah Muralidhara, Krishna Venkatesh, Keshavanarayana Gopalakrishna, Chinnaganahalli Suryaprakash Vivek. Plating on acrylonitrile–butadiene–styrene (ABS) plastic: a review. *Journal of Materials Science*. Springer, Science+Business Media, New York, 2016, 19 p. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Sharon\\_Olivera/publication/289530990\\_Plating\\_on\\_acrylonitrile-butadiene-styrene\\_ABS\\_plastic\\_a\\_review/links/5b3c554e4585150d23f689fd/Plating-on-acrylonitrile-butadiene-styrene-ABS-plastic-a-review.pdf?origin=publication\\_detail](https://www.researchgate.net/profile/Sharon_Olivera/publication/289530990_Plating_on_acrylonitrile-butadiene-styrene_ABS_plastic_a_review/links/5b3c554e4585150d23f689fd/Plating-on-acrylonitrile-butadiene-styrene-ABS-plastic-a-review.pdf?origin=publication_detail) (accessed 11 August 2018).

14. Maksimov P.V., Fetisov K.V. Analiz metodov dorabotki konechno-elementnoy modeli posle topologicheskoy optimizatsii [Analysis of the refinement methods of the finite element model after topological optimization]. *Mezhdunarodnyj naučno-issledovatel'skij žurnal*, 2016, no. 9(51), part 2, pp. 58-60.

15. Robin Larsson. Methodology for topology and shape optimization: application to a rear rear control arm. Chalmers University Of Technology, Goteborg, Sweden, 2016, 53 p.

#### Об авторах

**Попова Диана Дмитриевна** (Пермь, Россия) – студентка кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: diana-popova-1998@mail.ru).

**Самойленко Никита Андреевич** (Пермь, Россия) – студент кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: nikita5am@yandex.ru).

**Семенов Сергей Валерьевич** (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru).

**Балакирев Александр Андреевич** (Пермь, Россия) – инженер кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: 1st.leonao@gmail.com).

**Головкин Андрей Юрьевич** (Пермь, Россия) – старший преподаватель кафедры «Авиационные двигатели» ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: захар\_must\_die@mail.ru).

#### About the authors

**Diana D. Popova** (Perm, Russian Federation) – Student, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: diana-popova-1998@mail.ru).

**Nikita A. Samoylenko** (Perm, Russian Federation) – Student, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: nikita5am@yandex.ru).

**Sergey V. Semenov** (Perm, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru).

**Alexander A. Balakirev** (Perm, Russian Federation) – Engineer, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: 1st.leonao@gmail.com).

**Andrei Yu. Golovkin** (Perm, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Aircraft Engines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: захар\_must\_die@mail.ru).

Получено 30.11.2018