

**И.В. Зайцева, Г.В. Токарева, А.Н. Ермакова,
Д.Н. Резеньков, Д.В. Шлаев**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО
РАЗМЕЩЕНИЯ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ**

Территориальное размещение трудовых ресурсов – процесс закономерный, но при этом возникают диспропорции в отраслевой и территориальной трудовой обеспеченности. Решение задачи оптимального территориального размещения трудовых ресурсов актуализирует исследование процессов формирования, распределения и использования трудовых ресурсов. Такой подход позволит изучить особенности протекания данных процессов в условиях рыночной экономики России. В статье представлено применение экономико-математических методов для решения задач территориального размещения трудовых ресурсов. Приведен пример реализации алгоритма размещения трудовых ресурсов при многоагентном их взаимодействии на случай размещения двух отраслей, двух типов работников и двенадцати работодателей на сети, заданной на плоскости при заданном для каждого работника наборе отраслей его трудоустройства. Алгоритм заключается в нахождении матрицы кратчайших путей между всеми парами точек на сети алгоритмом Флойда и функций выигрыша игроков и нахождение компромиссного решения. Последовательно составляем матрицу весов кратчайших путей между всеми работниками, матрицу минимальных весов всех путей из точек расположения всех работодателей во все точки возможного расположения работников, матрицу наименьших весов всех путей между работниками для работодателей, матрицы предпочтений. Полученные в результате ситуации и будут компромиссными решениями. Компромиссным решением задачи размещения трудовых ресурсов при многоагентном их взаимодействии является равновесие по Штакельбергу.

Ключевые слова: *трудовые ресурсы, экономико-математическое моделирование, оптимальное управление, территориальное размещение.*

© Зайцева И.В., Токарева Г.В., Ермакова А.Н., Резеньков Д.Н., Шлаев Д.В., 2018

Зайцева Ирина Владимировна – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информационных систем ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», e-mail: zirinazirina2015@yandex.ru.

Токарева Галина Викторовна – канд. экон. наук, заместитель декана экономического факультета по научной работе, доцент кафедры экономической теории и экономики АПК ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», e-mail: tokarewagalia@yandex.ru.

Ермакова Анна Николаевна – канд. экон. наук, заместитель декана экономического факультета по учебной работе, доцент кафедры информационных систем ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», e-mail: dannar@list.ru.

Резеньков Денис Николаевич – канд. техн. наук, доцент кафедры информационных систем ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», e-mail: drezhenkov@mail.ru.

Шлаев Дмитрий Валерьевич – канд. техн. наук, заведующий кафедрой информационных систем ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный аграрный университет», e-mail: shl-dmitrij@yandex.ru.

Управление процессом формирования, распределения и использования трудовых ресурсов является актуальным на сегодняшний день во всех сферах экономики и представляет собой сформированную динамическую подсистему инновационной модели развития экономики [1]. Эффективное использование трудовых ресурсов зависит не только от размещения населения, но и от размещения производства, которые в свою очередь являются сложными взаимодействующими процессами.

Для формирования правильной экономической политики государства и региона в трудовой сфере необходимо решить задачу оптимального управления трудовыми ресурсами [2]. Решение этой задачи начинается с определения объекта и субъекта воздействия, механизмов регулирования процессов формирования, распределения, перераспределения и использования трудовых ресурсов, а также выбора инструментария исследования [3]. При решении данных задач можно использовать экономико-математические методы [4–7]. В качестве примера рассмотрим решение задачи размещения трудовых ресурсов при многоагентном их взаимодействии.

В статье [8] подробно описаны типы задач размещения трудовых ресурсов при многоагентном их взаимодействии и любом конечном числе на сети: размещения работников работодателей при заданном для каждого работника определенном наборе вакансий, который он желает получить, и размещения работодателей при заданном для каждого работодателя определенном наборе работников, который он желает приобрести [9]. Для первого случая возникает задача размещения работников в данной сети, в соответствии с каким-либо принципом оптимальности, компромиссным решением для которой будет равновесие по Штакельбергу [10].

Авторами [8] формализуется алгоритм решения поставленной задачи, состоящий из следующих этапов: нахождение матрицы кратчайших путей между всеми парами точек на сети алгоритмом Флойда; нахождение функций выигрыша игроков и нахождение компромиссного решения [11].

Рассмотрим пример реализации данного алгоритма на случай размещения двух отраслей, двух типов работников и двенадцати работодателей на сети, заданной на плоскости при заданном для каждого работника наборе отраслей, куда он хочет трудоустроиться [12].

В рассматриваемой задаче на плоском торе задана сеть, содержащая 35 вершин с координатами x_0, x_1, \dots, x_{34} . В граничных узлах сети x_0 и x_{34} располагаются две отрасли K_1 и K_2 , каждая из которых располагает одним из двух типов работников (k_1, k_2) . Под стоимостью работника будем понимать величину затрат работодателя на содержание работника. Возьмем стоимость работника в отрасли K_1 за 2 единицы, а стоимость работника в отрасли K_2 за 3 единицы. На сети могут располагаться два типа работников, причем в

двух из четырех точек $(x_9, x_{12}, x_{18}, x_{29})$. Также в точках $(x_2, x_2, x_5, x_{11}, x_{15}, x_{17}, x_{20}, x_{21}, x_{23}, x_{26}, x_{30}, x_{32})$ располагаются работодатели, каждый из которых заинтересован в удовлетворении своего вектора спроса (k_1, k_2) , причем по минимальной стоимости. Для каждого ребра сети зададим две функции транспортных издержек, одну – для работников, а другую – для работодателей. Положим, на перемещение в первой отрасли до работника по горизонтальному ребру сети уходит 2 единицы, а на перемещение по вертикальному ребру – 3 единицы. Положим, на перемещение работодателя по горизонтальному ребру сети уходит 1 единица, а на перемещение по вертикальному – 2 единицы. Построим сеть, изображенную на рис. 1.

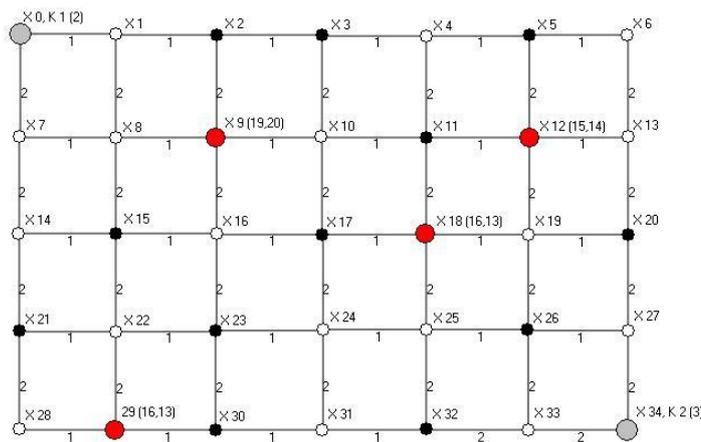


Рис. 1. Результат размещения

Стоимость желаемого набора товаров для каждого работодателя равна сумме его затрат на приобретение работников и его перемещений между ними.

Отдельно выделим матрицу весов кратчайших путей между всеми работниками. Сначала вычислим стоимость работников в каждой из четырех точек их возможного расположения. Для этого воспользуемся алгоритмом Флойда и высчитаем вес кратчайших путей в графе от складов до точек возможного расположения работников:

| | x_9 | x_{12} | x_{18} | x_{29} |
|----------|-------|----------|----------|----------|
| x_0 | 9 | 15 | 16 | 16 |
| x_{34} | 20 | 14 | 13 | 13 |

Зная матрицу весов кратчайших путей между всеми точками сети, себестоимость каждого типа работников в каждой отрасли и функцию транспортных издержек для каждого типа работников, найдем матрицу стоимостей ка-

ждого работника. Таким образом, получаем стоимость во всех четырех точках возможного расположения работников.

Далее, посчитаем матрицу минимальных весов всех путей из точек расположения всех работодателей во все точки возможного расположения работников (табл. 1).

Таблица 1

Матрица минимальных весов

| | x_9 | x_{12} | x_{18} | x_{29} |
|----------|-------|----------|----------|----------|
| x_2 | 2 | 5 | 6 | 9 |
| x_3 | 3 | 4 | 5 | 10 |
| x_5 | 5 | 2 | 5 | 12 |
| x_{11} | 2 | 1 | 2 | 9 |
| x_{15} | 3 | 6 | 3 | 4 |
| x_{17} | 3 | 4 | 1 | 6 |
| x_{20} | 6 | 3 | 2 | 6 |
| x_{21} | 6 | 9 | 6 | 3 |
| x_{23} | 4 | 7 | 4 | 3 |
| x_{26} | 7 | 4 | 3 | 6 |
| x_{30} | 6 | 9 | 6 | 1 |
| x_{32} | 8 | 7 | 4 | 3 |

Также составим матрицу наименьших весов всех путей между работниками для работодателей (табл. 2).

Таблица 2

Матрица наименьших весов

| | x_9 | x_{12} | x_{18} | x_{29} |
|----------|-------|----------|----------|----------|
| x_9 | 0 | 3 | 4 | 7 |
| x_{12} | 3 | 0 | 3 | 10 |
| x_{18} | 4 | 3 | 0 | 7 |
| x_{29} | 7 | 10 | 7 | 0 |

Применяем описанный алгоритм, строим две матрицы предпочтений (табл. 3).

Теперь, используя знания о том, как работодатели будут выбирать работников, т.е. зная, какую прибыль получают работники, сможем вычислить компромиссное решение их распределения [13].

Таблица 3

Матрицы предпочтений

| | | | | | | | | | | |
|----------|-------|----------|----------|----------|---|----------|-------|----------|----------|----------|
| (1) | x_9 | x_{12} | x_{18} | x_{29} | | (2) | x_9 | x_{12} | x_{18} | x_{29} |
| x_2 | 31 | 34 | 35 | 38 | | x_9 | 20 | 17 | 17 | 20 |
| x_3 | 32 | 33 | 34 | 39 | | x_{12} | 12 | 15 | 19 | 26 |
| x_5 | 34 | 31 | 34 | 41 | | x_{18} | 13 | 18 | 16 | 23 |
| x_{11} | 31 | 30 | 31 | 38 | → | x_{29} | 16 | 25 | 23 | 16 |
| x_{15} | 32 | 35 | 32 | 33 | | | | | | |
| x_{17} | 32 | 33 | 30 | 35 | | | | | | |
| x_{20} | 35 | 32 | 31 | 38 | | | | | | |
| x_{21} | 35 | 38 | 35 | 32 | | | | | | |
| x_{23} | 33 | 36 | 33 | 32 | | | | | | |
| x_{26} | 36 | 33 | 32 | 35 | | | | | | |
| x_{30} | 35 | 38 | 35 | 30 | | | | | | |
| x_{32} | 37 | 36 | 33 | 32 | | | | | | |

Для нахождения компромиссного решения в задаче размещения нам необходимо знать функции выигрыша каждого игрока. Игроками в нашей задаче являются работники. Функция выигрыша каждого игрока есть сумма стоимостей всех товаров, купленных у него. Вычисления по приведенному ниже алгоритму позволят после четвертого шага знать, в каком порядке работодатели будут перемещаться между точками возможного расположения работников и каких работников приобретать в каждой такой точке. Это дает нам функции выигрыша каждого работника в каждом возможном случае их расположения [14].

Алгоритм такого решения будет состоять из нескольких шагов [15].

Шаг 1. На этом шаге алгоритма, зная вес любого пути из любой точки графа в любую точку для работодателей и стоимость любого работника, строим матрицу предпочтений для работодателей.

Построим матрицу доходов работодателей в зависимости от выбора ими расположения. Всего у нас 6 ситуаций:

| | | | | | | |
|----------------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| | (9,12) | (9,18) | (9,29) | (12,18) | (12,29) | (18,29) |
| $\Gamma_1 = 1$ | 108 | 108 | 203 | 116 | 203 | 232 |
| 2 | 168 | 156 | 145 | 232 | 145 | 116 |

Пусть $\tilde{\Gamma}_1 = (\alpha_{l,m})$, $l=1,2$; $m=1, \dots, 6$. Данная матрица показывает, какого из работников каждый работодатель предпочтет выбрать первым. Очевидно, что

каждый работодатель приобретет самого дешевого работника из набора, который он желает приобрести, чтобы минимизировать свой вектор спроса. И, таким образом, затратит сумму, равную стоимости пути до работника и его стоимости.

Шаг 2. Составим «Идеальный вектор»: $M = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$, состоящий из максимальных значений доходов, получаемых работниками.

Для каждого работника вычислим величины:

$$M_l = \max_i \alpha_{l,m}, \quad M = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 232 \\ 232 \end{pmatrix}.$$

Шаг 3. Вычисляем «невязки» – величины отклонений доходов от максимального дохода для каждого работника (элементов идеального вектора): $M_l, l=1,2: \Gamma_M = (M - \alpha_{l,m}) = (\beta_{l,m})$.

| (9,12) | (9,18) | (9,29) | (12,18) | (12,29) | (18,29) |
|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 124 | 124 | 29 | 116 | 29 | 0 |
| 64 | 76 | 87 | 0 | 87 | 116 |

Шаг 4. Упорядочим в каждой ситуации доходы по возрастанию таким образом, что в первой строке будут наименьшие величины доходов, а в нижней строке – наибольшие. Таким образом, в последней строке будут стоять $\max_l (\beta_{m,l}) = \max_l (M - \alpha_{l,m})$.

| (9,12) | (9,18) | (9,29) | (12,18) | (12,29) | (18,29) |
|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 64 | 76 | 29 | 0 | 29 | 0 |
| 124 | 124 | 87 | 116 | 87 | 116 |

Шаг 5. Среди найденных максимальных невязок выбираем минимальное значение $\min_m \max_l (M - \alpha_{l,m})$.

Если в последней строке несколько ситуаций с найденным минимумом, то переходим на строку вверх и там уже ищем минимум и т.д. Будем поступать так, пока все работодатели полностью не удовлетворят свой спрос. Поскольку на каждом шаге набор, который желает приобрести работник, будет сокращаться на один товар, купленный по минимально возможной цене, то в итоге нам потребуется h итераций, где h – количество работников в максимальном наборе желаемых работодателями [16].

Полученные таким образом ситуации и будут компромиссными решениями:

| | |
|-----------|------------|
| $(9, 29)$ | $(12, 29)$ |
| 29 | 29 |
| 87 | 87 |

Выигрыши работников следующие: (203, 145).

Найдем 1-е равновесие по Штакельбергу. Для этого предположим, что первый игрок ходит первым и знает свои значения функции выигрыша и второго игрока. Второй игрок знает только свои значения функции выигрыша и ходит вторым. В игре:

$$\Gamma_1 = \begin{pmatrix} & x_9 & x_{12} & x_{18} & x_{29} \\ x_9 & 0 & (108, 168) & (108, 156) & (203, 145) \\ x_{12} & (168, 108) & 0 & (116, 232) & (203, 145) \\ x_{18} & (156, 108) & (232, 116) & 0 & (232, 116) \\ x_{29} & (145, 203) & (145, 203) & (116, 232) & 0 \end{pmatrix}$$

две ситуации 1-го равновесия по Штакельбергу: (x_9, x_{29}) и (x_{12}, x_{29}) , и две ситуации 2-го равновесия по Штакельбергу: (x_{29}, x_9) и (x_{29}, x_{12}) . Выигрыши игроков (работников) соответственно (203, 145), (203, 145) и (145, 203), (145, 203).

Таким образом, после четвертого шага известно, в каком порядке работодатели будут перемещаться между точками возможного расположения работников в каждой такой точке. В результате получены функции выигрыша каждого работника в каждом возможном случае их расположения [17, 18].

Применение рассмотренного алгоритма размещения трудовых ресурсов имеет практическую значимость для решения задачи оптимального распределения трудовых ресурсов в стратегии инновационного развития России. Решение таких задач определяет динамику и возможность развития основных и инновационных производств, диверсификацию структуры экономики России [19, 20].

Список литературы

1. Зайцева И.В., Попова М.В. Управление трудовыми ресурсами как динамическая подсистема инновационной модели развития экономики // Инновационная экономика и промышленная политика региона: материалы Междунар. науч.-практ. конф. (ЭКОПРОМ–2012). – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2012. – С. 43–50.
2. Зайцева И.В. Решение задачи оптимального управления математической моделью сложной экономической системы // Наука. Инновации. Технологии. – 2010. – № 5. – С. 16–21.
3. Зайцева И.В., Семенчин Е.А., Гимбицкий В.А. Математическая модель оптимального распределения трудового потенциала региона по отраслям экономики // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 8-2. – С. 413–416.

4. Optimal control of labour potential of the region / I.V. Zaitseva, E.A. Semenchin, Ya.V. Vorokhobina, M.V. Popova // Life Science Journal. – 2014. – Vol. 11, № 11s. – P. 674–678.

5. Economic and mathematical methods of labor potential management of the region / I.V. Zaitseva, M.V. Popova, S.V. Bogdanova, A.N. Ermakova // Вестник АПК Ставрополя. – 2016. – № 22. – С. 149–153.

6. Системный подход как теоретическая основа исследования структуры трудового потенциала / И.В. Зайцева, М.В. Попова, О.Х. Казначеева, Э.Е. Тихонов // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 5-1. – С. 190–194.

7. Зайцева И.В., Попова М.В. Моделирование территориального распределения трудовых ресурсов // Теория и практика экономики и предпринимательства: материалы XIV Междунар. науч.-практ. конф. – Саки: ИП Бровко А.А., 2017. – С. 69–72.

8. Линейная алгебра с приложениями к моделированию коррупционных систем и процессов: учеб. пособие / О.А. Малафеев, Н.Н. Сотникова, И.В. Зайцева, Ю.А. Пичугин, К.И. Костюков, Г.М. Хитров. – Ставрополь: ТЭСЭРА, 2016. – 366 с.

9. Парфенов А.П., Малафеев О.А. Равновесное и компромиссное управление в сетевых моделях многоагентного взаимодействия // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. – 2007. – № 39. – С. 154–167.

10. Малафеев О.А. Устойчивость решений задач многокритериальной оптимизации и конфликтно управляемые динамические процессы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1990. – 113 с.

11. Зайцева И.В. Экономико-математическое моделирование рынка труда: моногр. / Сев.-Кавказ. социальный ин-т. – Ставрополь, 2009. – 112 с.

12. Zaitseva I., Popova M. Technique to study the employment potential of the region: economic-mathematical aspect //World Applied Sciences Journal. – 2013. – Vol. 22, № 1. – P. 22–25.

13. Малафеев О.А. Управление в конфликтных динамических системах. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 1993. – 92 с.

14. Колокольцов В.Н., Малафеев О.А. Динамические конкурентные системы многоагентного взаимодействия и их асимптотическое поведение (часть II) // Вестник гражданских инженеров. – 2011. – № 1. – С. 134–145.

15. Малафеев О.А., Муравьев А.И. Математические модели конфликтных ситуаций и их разрешение // Математические основы моделирования процессов конкуренции и конфликтов в социально-экономических системах: сб. науч. тр. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001. – Т. 2. – С. 1–294.

16. Alferov G.V., Malafeyev O.A., Maltseva A.S. Programming the robot in tasks of inspection and interception // International Conference on Mechanics – Seventh Polyakhov's Reading. – Saint Petersburg, 2015. – P. 710–713.

17. Зубова А.Ф., Малафеев О.А. Устойчивость по Ляпунову и колебательность в экономических моделях. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2001. – 101 с.

18. Малафеев О.А., Пахар О.В. Динамическая нестационарная задача инвестирования проектов в условиях конкуренции // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. – 2009. – № 41. – С. 103–108.

19. Малафеев О.А., Муравьев А.И. Математические модели конфликтных ситуаций и их разрешение. – Т. 2. Математические основы моделирования процессов конкуренции и конфликтов в социально-экономических системах. – СПб., 2001.

20. Ершова Т.А., Малафеев О.А. Конфликтные управления в модели вхождения в рынок // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. – 2004. – № 36. – С. 19–27.

References

1. Zaitseva I.V., Popova M.V. Upravlenie trudovymi resursami kak dinamicheskaia podsystema innovatsionnoi modeli razvitiia ekonomiki [Human resources management as a dynamic subsystem of the innovation model of economic development]. *EKOPROM–2012. Innovatsionnaia ekonomika i promyshlennaia politika regiona*. Conference Proceedings. St. Petersburg, St. Petersburg State Polytechnic University, 2012, pp. 43–50.

2. Zaitseva I.V. Reshenie zadachi optimal'nogo upravleniia matematicheskoi model'iu slozhnoi ekonomicheskoi sistemy [Solving the problem of optimal control over a mathematical model of a complex economic system]. *Nauka. Innovatsii. Tekhnologii*, 2010, no. 5, pp. 16–21.

3. Zaitseva I.V., Semenchin E.A., Gimbitskii V.A. Matematicheskaiia model' optimal'nogo raspredeleniia trudovogo potentsiala regiona po otrasliam ekonomiki [Mathematical model of optimal allocation of labor potential of the region by sector]. *Fundamental'nye issledovaniia*, 2013, no. 8–2, pp. 413–416.

4. Zaitseva I.V., Semenchin E.A., Vorokhobina Ya.V., Popova M.V. Optimal control of labour potential of the region. *Life Science Journal*, 2014, vol. 11, no. 11s, pp. 674–678.

5. Zaitseva I.V., Popova M.V., Bogdanova S.V., Ermakova A.N. Economic and mathematical methods of labor potential management of the region. *Vestnik APK Stavropol'ia*, 2016, no. 22, pp. 149–153.

6. Zaitseva I.V., Popova M.V., Kaznacheeva O.Kh., Tikhonov E.E. Sistemnyi podkhod kak teoreticheskaiia osnova issledovaniia struktury trudovogo potentsiala [System approach as a theoretical basis of research structure of labour potential]. *Fundamental'nye issledovaniia*, 2015, no. 5–1, pp. 190–194.

7. Zaitseva I.V., Popova M.V. Modelirovanie territorial'nogo raspredeleniia trudovykh resursov [Modeling the territorial distribution of labor resources]. *Teoriia i praktika ekonomiki i predprinimatel'stva*. Conference proceedings. Saki, IP Brovko A.A., 2017, pp. 69–72.

8. Malafeev O.A., Sotnikova N.N., Zaitseva I.V., Pichugin Iu.A., Kostiukov K.I., Khitrov G.M. Lineinaia algebra s prilozheniiami k modelirovaniu korrupsionnykh sistem i protsessov [Linear algebra with applications to the modeling of corrupt systems and processes]. Stavropol, TESERA, 2016, 366 p.

9. Parfenov A.P., Malafeev O.A. Ravnovesnoe i kompromissnoe upravlenie v setevykh modeliakh mnogoagentnogo vzaimodeistviia [Equilibrium and compromise control in network models of multi-agent interaction]. *Problemy mekhaniki i upravleniia: Nelineinye dinamicheskie sistemy*, 2007, no. 39, pp. 154–167.

10. Malafeev O.A. Ustoichivost' reshenii zadach mnogokriterial'noi optimizatsii i konfliktno upravliaemye dinamicheskie protsessy [Stability of solutions to multicriteria optimization problems and conflict-controlled dynamic processes]. Leningrad, Leningrad State University, 1990, 113 p.

11. Zaitseva I.V. Ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie rynka truda [Economic and mathematical modeling of the labor market]. Stavropol, 2009, 112 p.

12. Zaitseva I., Popova M. Technique to study the employment potential of the region: Economic-mathematical aspect. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 22, no. 1, pp. 22–25.

13. Malafeev O.A. Upravlenie v konfliktnykh dinamicheskikh sistemakh [Management in conflicting dynamic systems]. St. Petersburg, St. Petersburg State University, 1993, 92 p.

14. Kolokol'tsov V.N., Malafeev O.A. Dinamicheskie konkurentnye sistemy mnogoagentnogo vzaimodeistviia i ikh asimptoticheskoe povedenie (chast' II) [Dynamic competitive systems of multi-agent interaction and their asymptotic behaviour (Part II)]. *Vestnik grazhdanskikh inzhenerov*, 2011, no. 1, pp. 134–145.

15. Malafeev O.A., Murav'ev A.I. Matematicheskie modeli konfliktnykh situatsii i ikh razreshenie [Mathematical models of conflict situations and their solution]. *Matematicheskie osnovy modelirovaniia protsessov konkurentsii i konfliktov v sotsial'no-ekonomicheskikh sistemakh*. St. Petersburg, St. Petersburg State University, 2001, vol. 2, pp. 1–294.

16. Alferov G.V., Malafeyev O.A., Maltseva A.S. Programming the robot in tasks of inspection and interception. *International Conference on Mechanics – Seventh Polyakhov's Reading*. St. Petersburg, 2015, pp. 710–713.

17. Zubova A.F., Malafeev O.A. Ustoichivost' po Liapunovu i kolebatel'nost' v ekonomicheskikh modeliakh [Stability by Lyapunov and oscillation in economic models]. St. Petersburg, St. Petersburg State University, 2001, 101 p.

18. Malafeev O.A., Pakhar O.V. Dinamicheskaia nestatsionarnaia zadacha investirovaniia proektov v usloviakh konkurentsii [Dynamic unsteady problem of project investment under competitive conditions]. *Problemy mekhaniki i upravleniia: Nelineinye dinamicheskie sistemy*, 2009, no. 41, pp. 103–108.

19. Malafeev O.A., Murav'ev A.I. Matematicheskie modeli konfliktnykh situatsii i ikh razreshenie. T. 2. Matematicheskie osnovy modelirovaniia protsessov

konkurentsii i konfliktov v sotsial'no-ekonomicheskikh sistemakh [Mathematical models of conflict situations and their resolution. Vol. 2. Mathematical bases of modeling processes of the competition and conflicts in social and economic systems]. St. Petersburg, 2001.

20. Ershova T.A., Malafeev O.A. Konfliktnye upravleniia v modeli vkhozheniia v rynek [Conflict control in the model of entering the market]. *Problemy mekhaniki i upravleniia: Nelineinye dinamicheskie sistemy*, 2004, no. 36, pp. 19–27.

Оригинальность 84 %

Получено 21.07.2017 Принято 14.08.2017 Опубликовано 28.12.2018

**I.V. Zaytseva, G.V. Tokareva, A.N. Ermakova,
D.N. Rezenkov, D.V. Shlayev**

RESEARCH INTO TERRITORIAL ALLOCATION OF LABOR RESOURCES BY ECONOMIC-MATHEMATICAL METHODS

The territorial allocation of labour resources is a natural process, but it implies distortions in the sectoral and territorial employment security. The solution of the problem of optimal territorial allocation of labor resources empowers research of the processes of formation, distribution and use of labor resources. This approach will allow to study the peculiarities of these processes in the market economy of Russia. The paper presents the use of economic and mathematical methods for solving the problems of territorial allocation of labor resources. An example of implementation of the algorithm of labor resources allocation in their multi-agent interaction in the case of placing two industries, two types of workers and twelve employers on the network specified on the plane, with a given set of industries for each employee. The algorithm consists in finding the matrix of shortest paths between all pairs of points on the network by Floyd's algorithm and payoff functions to build a compromise solution. The algorithm produces progressively a matrix of weights of the shortest paths between all employees, a matrix of minimum weights of all paths from the points of location of all employers to all points of possible location of employees, a matrix of the lowest weights of all paths between employees for employers, a matrix of preferences. The resulting situations will be compromise solutions. The Stackelberg equilibrium is a compromise solution to the problem of allocation of labor resources with their multi-agent interaction.

Keywords: *labor resources, economic and mathematical modeling, optimal management, territorial allocation.*

Irina V. Zaytseva – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Information Systems, Stavropol State Agrarian University, e-mail: zirinaziri-na2015@yandex.ru.

Galina V. Tokareva – Candidate of Economic Sciences, Deputy Dean, Faculty of Economics for Scientific Work; Associate Professor, Department of Economic Theory and Economics of Agriculture, Stavropol State Agrarian University, e-mail: tokarewagalia@yandex.ru.

Anna N. Ermakova – Candidate of Economic Sciences, Deputy Dean, Faculty of Economics for Educational Work; Associate Professor, Department of Economic Theory and Economics of Agriculture, Stavropol State Agrarian University, e-mail: dannar@list.ru.

Denis N. Rezenkov – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Information Systems, Stavropol State Agrarian University, e-mail: drezenkov@mail.ru.

Dmitry V. Shlayev – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Information Systems, Stavropol State Agrarian University, e-mail: shl-dmitrij@yandex.ru.

Received 21.07.2017 Accepted 14.08.2017 Published 28.12.2018