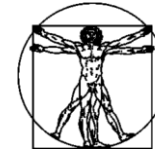


DOI: 10.15593/RZhBiomech/2018.3.02
УДК 531/534: [57+61]



**Российский
Журнал
Биомеханики**
www.biomech.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ В ВЕТВИ НИЖНЕЙ ЧЕЛЮСТИ ЧЕЛОВЕКА

Т.Н. Чикова, А.А. Киченко, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: ChikovaTN@gmail.com, kichenko.alex@inbox.ru, tverier_55@perm.ru, nyashin@inbox.ru

Аннотация. Структура трабекулярной костной ткани в различных участках скелета неодинакова и стремится стать оптимальной для действующей на соответствующую кость нагрузки, перестраивая себя посредством механизмов костеобразования и резорбции. Одной из наиболее подверженных изменению структур кости является челюсть. Помимо нормальных изменений, связанных с заменой молочных зубов постоянными, часто приходится сталкиваться с патологическими изменениями во внутренней архитектуре кости, вызванными недогрузкой отдельных участков костной ткани вследствие потери зубов, травм челюсти, неправильного прикуса. Среди патологий зубочелюстной системы можно назвать, например, синдром Попова – Годона, выражающийся в аномальных зубных сдвигах, спровоцированных потерей зуба-антагониста или соседнего зуба, и сопровождающийся перестройкой окружающих костных тканей. Полагая, что механическая нагрузка является фактором, который приводит к адапционным процессам в кости, в работе рассматривается численный алгоритм, моделирующий перестройку трабекулярной кости на мезоуровне посредством кинетических уравнений, включающих в себя девиатор тензора структуры. Результаты приведены для геометрии нижней челюсти, для упрощения полностью состоящей из трабекулярной костной ткани и нагруженной усилиями от жевательных мышц и реакцией височно-нижнечелюстного сустава. В качестве критической нагрузки выступает сосредоточенная сила, приложенная к моляру нижней челюсти. Целью численного анализа является получение картины распределения интенсивности напряжений и пористости в ветви нижней челюсти на каждом дискретном этапе эволюции под нагрузкой и сравнение результатов с ранее опубликованными данными других авторов [1, 7, 10].

Ключевые слова: трабекулярная (губчатая) костная ткань, тензор структуры, распределение пористости, усилия мышц, ветвь нижней челюсти.

ВВЕДЕНИЕ

Нижняя челюсть является непарной и единственной подвижной костью лицевого скелета; к ней прикрепляется большое количество мышц, приводящих ее в движение. Эта особенность определяет сложность строения нижней челюсти и ее влияние на развитие лицевого скелета и покрывающих скелет мягких тканей [1].

© Чикова Т.Н., Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., 2018

Чикова Татьяна Николаевна, аспирант кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь
Киченко Александр Александрович, старший преподаватель кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

Тверье Виктор Моисеевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь
Няшин Юрий Иванович, д.т.н., профессор кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

В течение жизни форма и структура нижней челюсти человека претерпевают значительные изменения [10], что во многом обусловлено влиянием на нее возрастающей с момента рождения нагрузки: изначально под давлением процесса сосания, а с прорезыванием зубов – акта жевания [1]. По мере роста структура внутреннего пористого слоя кости (трабекулярная костная ткань) изменяется в соответствии с возникающим напряженным состоянием (рис. 1). Экспериментально показано, что структурные единицы трабекулярной кости – трабекулы – выстраиваются вдоль линий главных напряжений, т.е. вдоль главных направлений тензора напряжений, и образуют арочную архитектуру в ветви нижней челюсти [1, 6, 9]. Данное утверждение согласуется с законом Вольфа, согласно которому трабекулярная кость в локальной области структурно приспосабливается к местному напряженному состоянию.

Помимо роста, такие факторы, как, например, возникающие патологии, приводят к изменению давления и, следовательно, перестройке костной ткани.

Решение задачи с использованием кинетических уравнений в трехмерной постановке достаточно сложно из-за большого количества обрабатываемых данных [3–6] и подробно рассмотрено только для случая перестройки бесконечно малого объема, вызванной сжимающей нагрузкой, растяжением и изгибом консоли в состоянии гомеостаза. Заложенная природой симметрия в теле человека позволяет перейти от 3D- к 2D-постановке и рассмотреть перестройку нижней челюсти в сагиттальной плоскости.

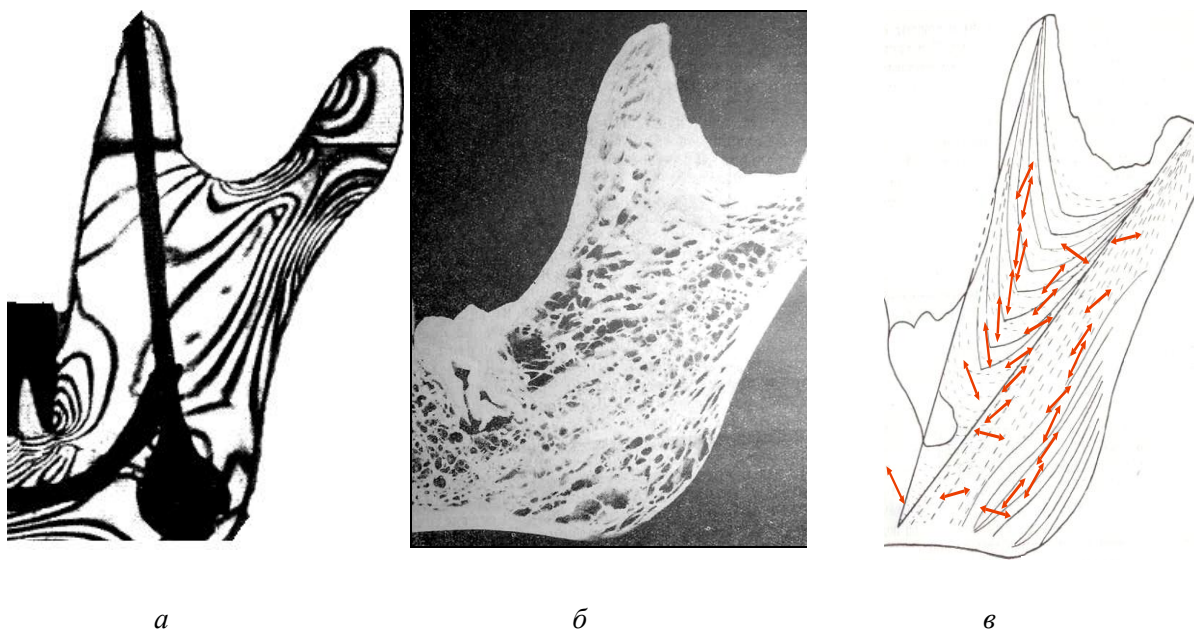


Рис. 1. Ветвь нижней челюсти. Траектории напряжения, полученные методом фотоупругости [6] (а), трабекулярная структура ветви нижней челюсти [1] (б), траектории ветви нижней челюсти и главные направления тензора структуры [10] (в)

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Нормальное функционирование кости без разрушения осуществляется в малом диапазоне деформаций, поэтому физические и геометрические соотношения, содержащие в себе зависимость от тензора деформации, линейны. Биологические ткани являются многофазными и анизотропными [10], поэтому необходимо отразить различие свойств материала в направлениях рассматриваемой координатной системы.

Из вышесказанного следует, что математическая постановка представляет собой линейную задачу теории упругости анизотропного тела, дополненную кинетическими уравнениями, описывающими эволюцию костной ткани (подробнее в статье [6]).

Концептуально задачу можно описать в следующем виде: для элементарного объема dV трабекулярной костной ткани задана начальная структура, описываемая девиатором тензора структуры $\tilde{\mathbf{K}}^0$ и величиной, описывающей изменение доли твердого объема e^0 . При приложенной нагрузке \bar{P}^0 в данном объеме возникают напряжения с тензором $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0$ и деформация с тензором $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^0$. Собственные значения деформации E_i , при $i=1..3$ не выходят за рамки диапазона, характеризуемого E_i^* , при котором отсутствует перестройка (*lazy zone*). В момент времени t^0 на тело начинает действовать добавочная нагрузка $\Delta\bar{P}$, такая что $\bar{P} = \bar{P}^0 + \Delta\bar{P}$, а новое значение деформации $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$ выходит из *lazy zone*. Это вызовет адаптацию структуры и изменение доли твердого объема к соответствующему напряженному состоянию $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$.

Для сравнения тензорных величин используют их главные значения [12]. Известно [6, 12], что согласно закону Вольфа (*Wolff's law*) окончание перестройки происходит при соосности тензоров $\tilde{\mathbf{K}}$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$, $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Углы между главными направлениями $\tilde{\mathbf{K}}$ и $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$, обозначаемые через α_i , $i=1..3$, при окончании перестройки стремятся к нулю. Необходимым и достаточным условием соосности тензоров второго ранга является коммутативность их скалярного произведения, т.е. $\tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}$ [2]. Деформированное состояние меняется в процессе перестройки за счет изменения $\tilde{\mathbf{K}}$ и e при неизменном напряженном состоянии. Из литературы известно, что среднее время окончания перестройки трабекулярной костной ткани человека при неизменном нагружении составляет $T \approx 160$ дней [6, 10, 12]. Для состояния всестороннего сжатия собственные значения тензора деформации $E_i = 0,003$ [12]. Описанную концепцию удобно представить в виде таблицы.

В качестве исходных данных для решения задачи в *ANSYS Mechanical* заданы величины, представленные в таблице.

В данной задаче силы, действующие на кость от мышц нижней челюсти, приложены в точках, хотя, вообще говоря, места крепления мышц образуют поверхность (рис. 2, 3).

Характеристика этапов эволюции трабекулярной костной ткани

Этап эволюции	Гомеостаз	Начало перестройки	Процесс перестройки	Новое состояние гомеостаза
Численная характеристика	$\tilde{\mathbf{K}}^0, e^0, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^0, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^0, \bar{P}^0$	$\tilde{\mathbf{K}}^0, e^0, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \bar{P}$	$\tilde{\mathbf{K}}^i, e_i, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^i, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^i, \bar{P}, \alpha_i$	$\tilde{\mathbf{K}}^T, e^T, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}, \bar{P}$
Условие состояния	$\tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}$ $\alpha_i \rightarrow 0, i=1..3$	$E_i > E_i^*,$ $i=1..3$	$E_i > E_i^*,$ $i=1..3$	$\tilde{\mathbf{K}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}$ $\alpha_i \rightarrow 0, i=1..3$
Временной период/момент	$t < 0$	$t = 0$	$0 < t_i < T,$ $i = 1..160$	$t = T$

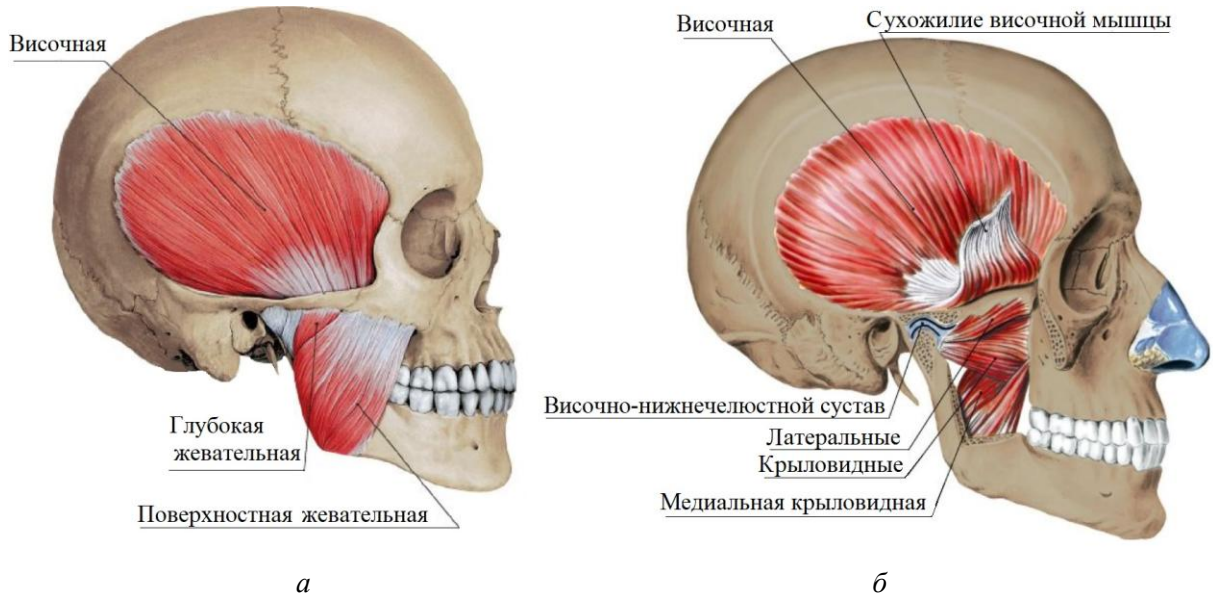


Рис. 2. Жевательные и височная мышцы, вид справа: без удаления венечного отростка и скуловой кости (а), с их удалением и приподнятым лоскутом височной мышцы (б)

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

Расчет напряженно-деформированного состояния производился с помощью метода конечных элементов в *ANSYS Mechanical* (см. рис. 3).

Для задания конечно-элементной сетки использовался двумерный конечный элемент *Plane182*, поддерживающий задание анизотропных свойств. Численное интегрирование кинетических уравнений осуществлялось методом Рунге – Кутты четвертого порядка.

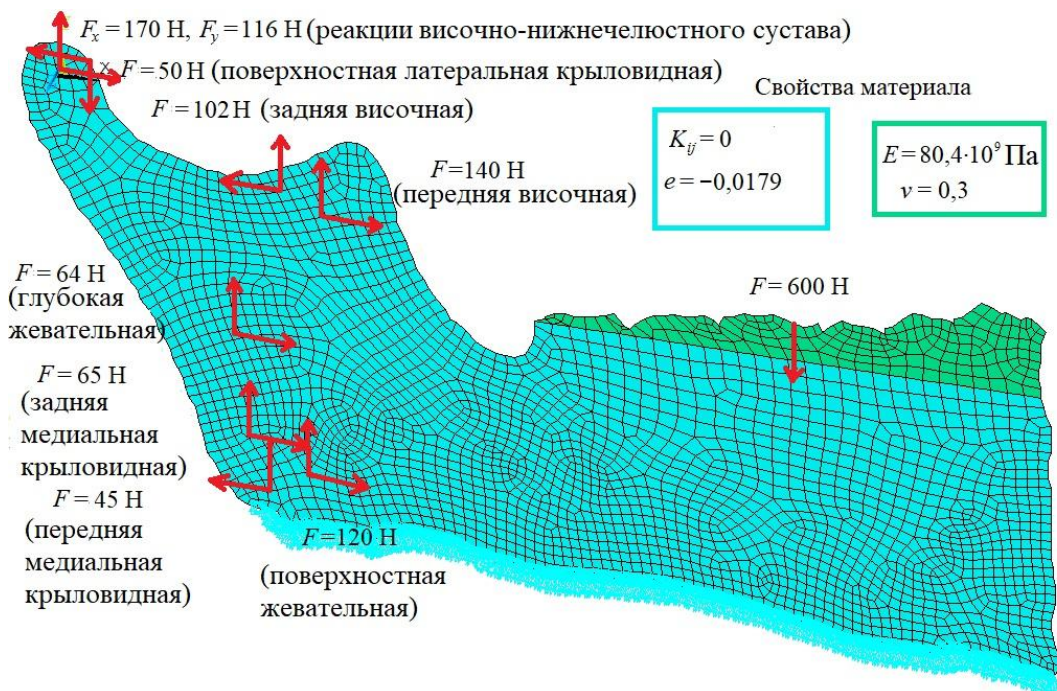
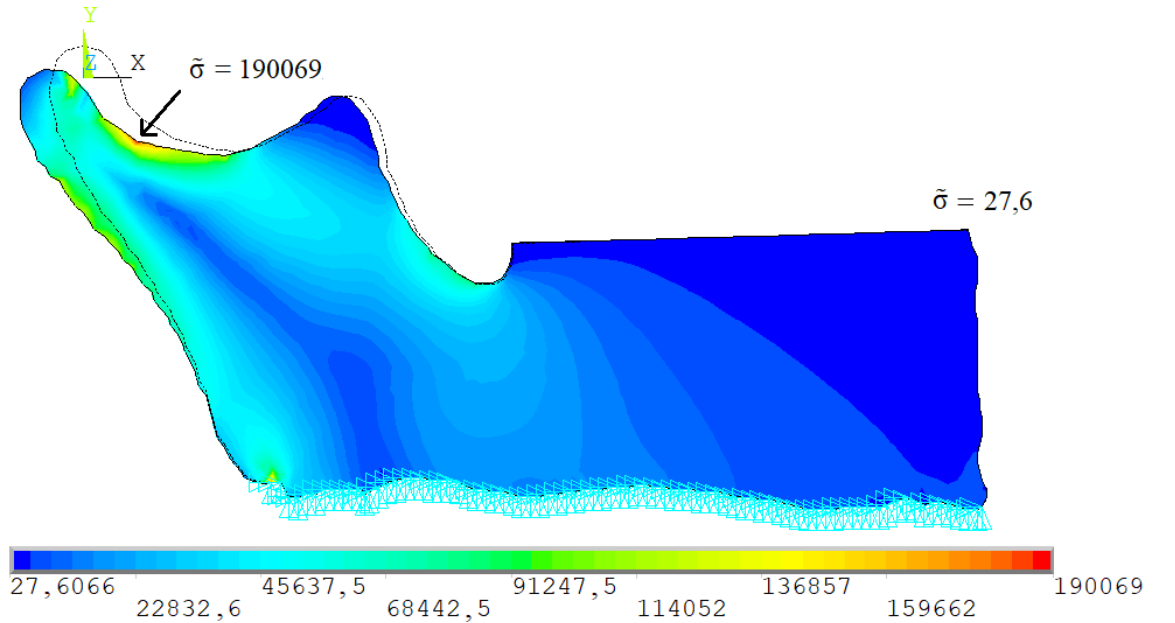
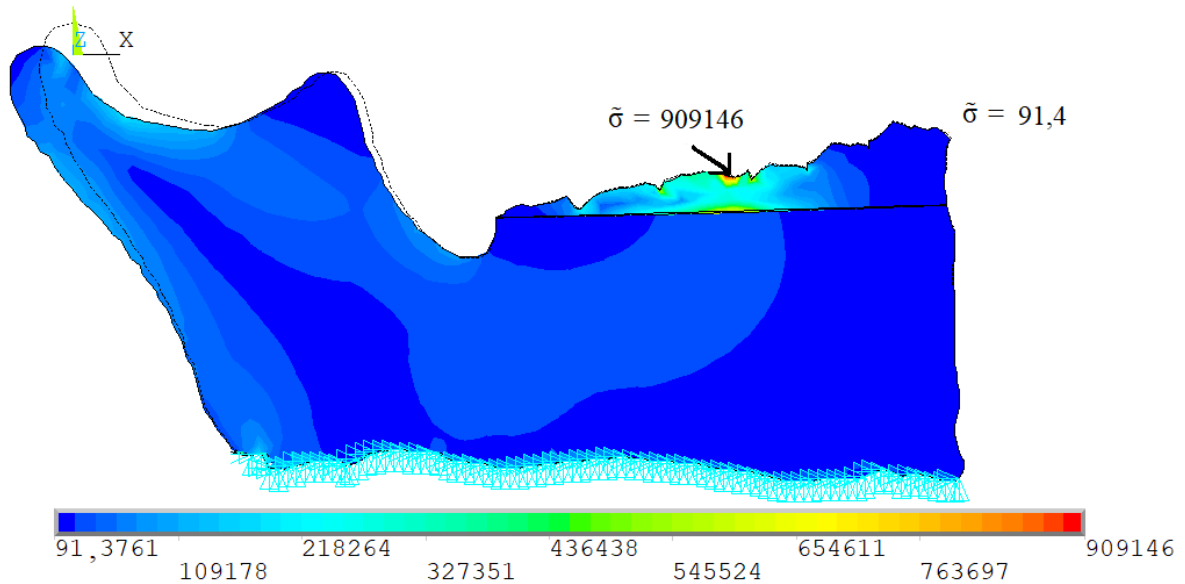


Рис. 3. Конечно-элементная постановка. Координаты мест прикрепления жевательных мышц и нагрузка от их действия на кость взяты из работы [9], силы разложены по осям

Рассмотрим картину распределения интенсивности напряжений в момент начала эволюции в двух случаях: без учета зубного ряда, при этом нагрузка прикладывается непосредственно к кости челюсти между предполагаемым нахождением второго и первого премоляра, непосредственно к зубам с изотропными свойствами ($E = 80,4 \cdot 10^9$, $\nu = 0,3$) (рис. 4). В первом случае концентратором напряжений выступает участок между зубами, к которым приложена сосредоточенная сила, а арочное распределение напряжений в ветви нижней челюсти одинаково в обоих случаях.



a



б

Рис. 4. Интенсивность напряжений по Мизесу: *a* – без учета зубного ряда; *б* – с учетом зубного ряда

Еще одним наглядным и удобным для последующих вычислений способов иллюстрации напряженного состояния является изображение главных направлений тензора напряжений, которые показывают, как ориентированы трабекулы внутри костной ткани (рис. 5).

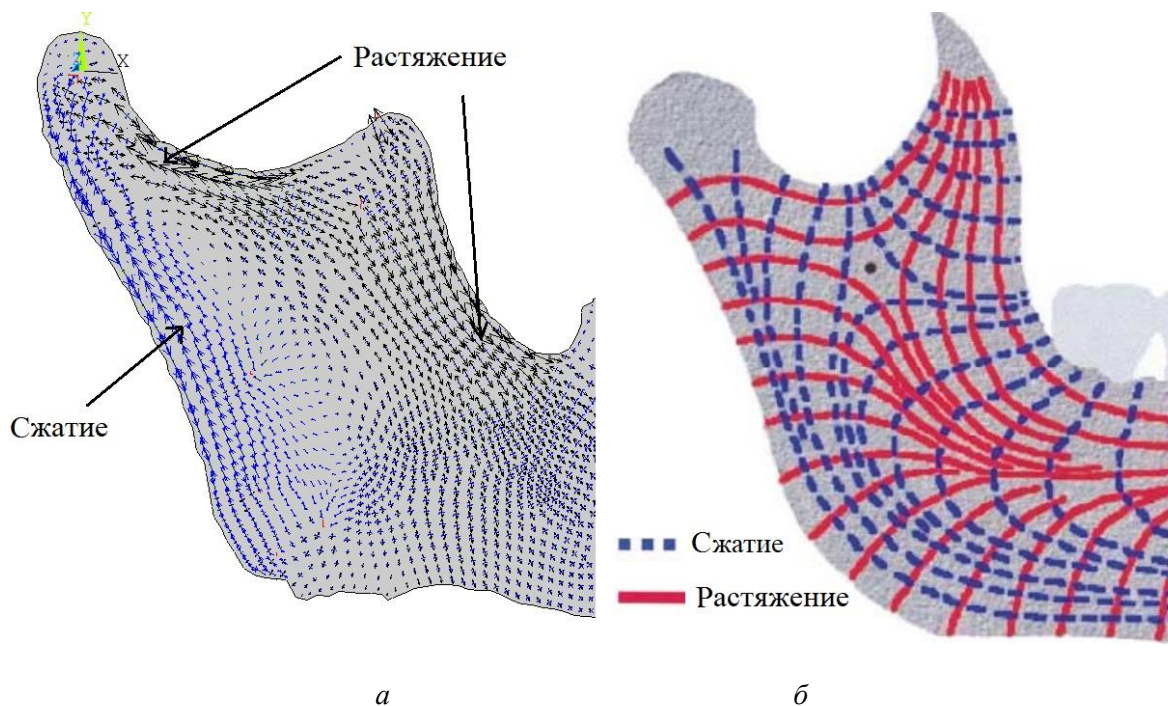


Рис. 5. Упрощенное представление распределения напряжений: главные направления, подсчитанные в ANSYS (а), траектории, в среднем наблюдаемые в челюсти [12] (б)

Далее имитируется начало перестройки путем увеличения нагрузки без изменения ее вида и направления. Полученные после решения задачи компоненты тензора напряжений и деформации всех узлов геометрии импортируются в более подходящую для дальнейшего решения программу *MATLAB* в виде таблиц (подробнее в статье Горожениновой [4]). Моделирование следующих этапов перестройки происходит путем интегрирования эволюционных соотношений [3, 4].

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРИСТОСТИ

Полученная по окончании перестройки кости пористость считается для каждого узла конечно-элементной сетки по формуле $v_p = e + v_0$ (см. рис. 5) [6], где v_0 – начальная пористость, затем v_p нормируется [4].

Учитывая, что красные зоны отвечают за зоны наибольшей пористости и синие, соответственно, за зоны наименьшей пористости, получим картину распределения пористости в нижней челюсти (рис. 6).

Предположение, что вся нижняя челюсть, включая зубы, состоит из трабекулярной костной ткани, на самом деле является упрощением. На рис. 6 и на рис. 1, б наблюдается некоторое сходство в распределении пористости: места прикрепления мышц являются слабопористыми участками, а середина ветви – сильнопористая. В процессе перестройки, вызванной увеличением нагрузки на зуб, происходит увеличение сильнопористой зоны и смещение ее в центр челюсти, при этом по внешним краям остается плотная костная ткань (рис. 7).

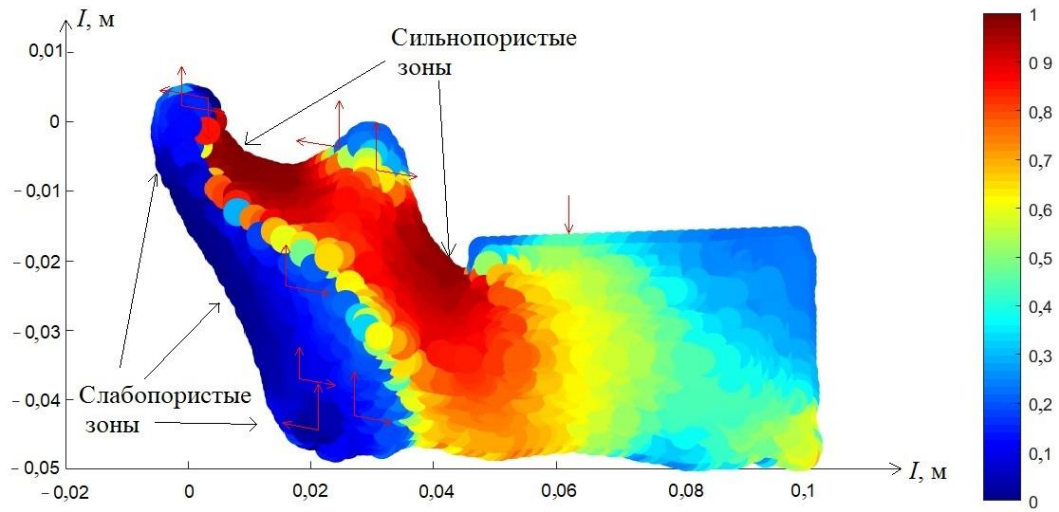
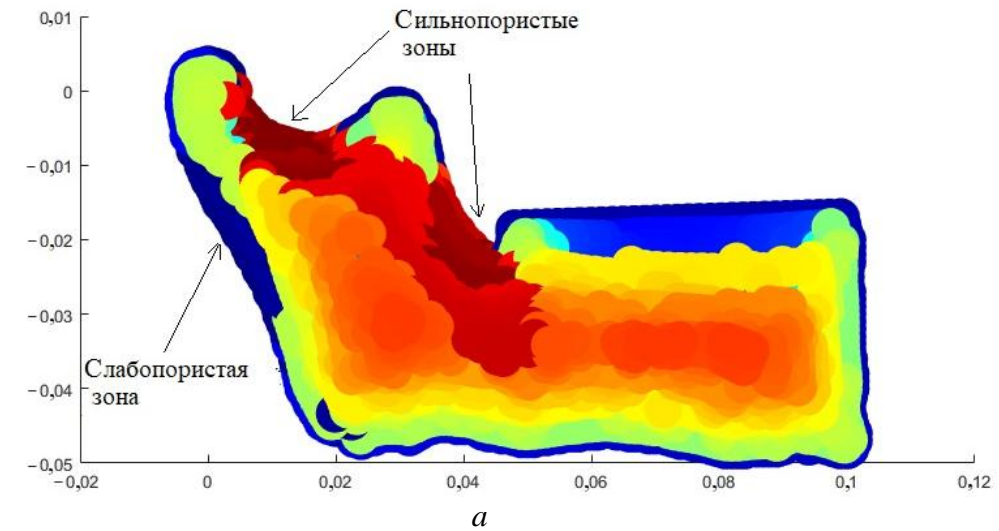
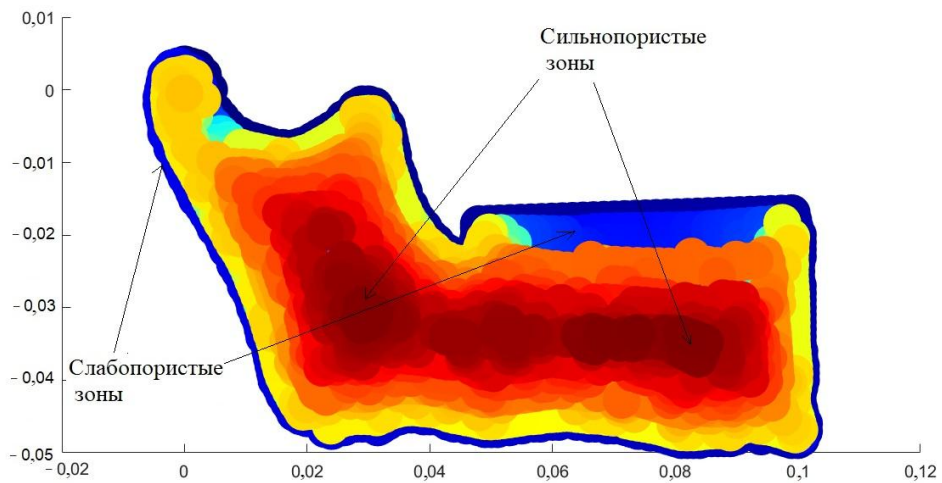


Рис. 6. Распределение пористости при $t < 100$ сут



a



б

Рис. 7. Распределение пористости при: *a* – $t = 120$ сут, *б* – $t = 160$ сут

Результаты распределения пористости, полученные для геометрии челюсти с зубами и без них, при рассматриваемых условиях нагружения качественно совпадают.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена модель перестройки трабекулярной костной ткани в ветви нижней челюсти, реализованная с помощью метода конечных элементов, с учетом кинетических уравнений феноменологической теории [12], описывающих изменения трабекулярной архитектуры на мезоуровне с помощью тензора структуры. Показаны результаты изменения пористости в течение периода адаптации и по его окончании. Рассчитанные изолинии напряжений в ветви нижней челюсти (см. рис. 4) достаточно схожи с траекториями напряжений, полученными методом фотоупругости (см. рис. 1, а). На рис. б и в сравнении с рис. 1, б видно сходство в распределении пористости.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 18-01-00589_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бусыгин А.Т. Возрастные особенности строения восходящей ветви нижней челюсти – Ташкент: Гос. мед. изд-во Министерства здравоохранения УзССР. – 1961.
2. Беллман Р. Введение в теорию матриц – М.: Наука, 1969. – 495 с.
3. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Моделирование изгиба анизотропной консольной балки в ANSYS Mechanical // *Master`s Journal*. – 2017. – № 1. – С. 225–229.
4. Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Создание интерфейса между ANSYS и MATLAB на примере перестройки трабекулярной костной ткани // *Master`s Journal*. – 2018. – № 1. – С. 225–229.
5. Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Осипенко М.А. О приложении теории перестройки трабекулярной костной ткани // *Российский журнал биомеханики*. – 2012. – Т. 16, № 4. – С. 53–72.
6. Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Осипенко М.А., Лохов В.А. Постановка начально-краевой задачи о перестройке трабекулярной костной ткани // *Российский журнал биомеханики*. – 2012. – Т. 16, № 4. – С. 36–52.
7. Курляндский В.Ю. Учебник ортопедической стоматологии: учеб. для студентов мед. ин-тов. – М.: Медгиз, 1962. – 592 с.
8. Лохов В.А., Кучумов А.Г., Мерзляков А.Ф., Асташина Н.Б., Ожгихина Е.С., Тропин В.А., Экспериментальное исследование материалов новой конструкции спортивной зубной шины // *Российский журнал биомеханики*. – 2015. – Т. 19, № 4. – С. 409–420.
9. Никитин В.Н. Реализация методики коррекции прикуса человека // *Российский журнал биомеханики*. – 2016. – Т. 20, № 1. – С. 48–57.
10. Няшин Ю.И., Подгаец Р.М. Экспериментальные методы в биомеханике. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 400 с.
11. Тверье В.М., Симановская Е.Ю., Няшин Ю.И., Киченко А.А. Биомеханический анализ развития и функционирования зубочелюстной системы человека // *Российский журнал биомеханики*. – 2007. – Т. 11, № 4. – С. 84–104.
12. Cowin S.C. Wolff's law of trabecular architecture at remodeling equilibrium // *J. Biomech. Engineering*. – 1986. – Vol. 108. – P. 83–88.
13. Meyer C., Kahn J., Boutemi P., Wilk A. Photoelastic analysis of bone deformation in the region of the mandibular condyle during mastication // *J. Cranio-Maxillofacial Surgery*. – 2002. – Vol. 30. – P. 160–169.

MODELLING OF CANCELLOUS BONE TISSUE ADAPTATION IN RAMUS OF THE HUMAN MANDIBLE

T.N. Chikova, A.A. Kichenko, V.M. Tverier, Y.I. Nyashin (Perm, Russia)

The structure of the cancellous bone tissue in different parts of the skeleton is not the same and tends to become optimal for bone-affecting load, remodelling itself through the mechanisms of bone formation and resorption. Jaw is the one of the most liable bone to change its structure. In addition to the normal changes associated with the replacement of primary teeth by permanent ones, we often have to deal with pathological changes in the internal architecture of the bone caused by underloading of certain areas of bone tissue due to tooth loss, jaw injuries, and malocclusion. Among the pathologies of the dentoalveolar system, for example, Popov – Godon phenomenon takes place, expressed in abnormal dental shifts, provoked by the antagonists loss or adjacent tooth and accompanied by adaptation of surrounding bone tissues. Assuming that the mechanical load is the factor that leads to the adaptation process in the bone, the paper considers a numerical algorithm that simulates the reconstruction of the cancellous bone at the mesolevel through rate equations including the deviator of the fabric tensor. The results are given for the geometry of the lower jaw, for simplicity consisting entirely of cancellous bone tissue and loaded with efforts from the chewing muscles and the reaction of the temporomandibular joint. As a critical load, single force is applied to the molar of the lower jaw. The purpose of the numerical analysis is to obtain a pattern of stress intensity distribution and porosity in ramus of the mandible at each discrete stage of evolution under load and compare the results with previously published data of other authors.

Key words: cancellous (spongy) bone tissue, fabric tensor, porosity distribution, muscle forces, ramus of the mandible.

Получено 1 августа 2018