

М.Г. Бояршинов, Д.С. Балабанов

Пермский государственный технический университет

ПЕРЕНОС И РАССЕЯНИЕ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ ТЯЖЕЛОГО ГАЗА, ЭМИТИРОВАННОГО ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Для моделирования переноса и рассеяния выхлопных газов автомобильного транспорта используется система дифференциальных уравнений Эйлера (неразрывности, движения, энергии и состояния) в частных производных с соответствующими краевыми условиями. Численное решение поставленной задачи основано на методе крупных частиц (методе Давыдова). Учет плавучести отработанных газов ведется в рамках приближения Буссинеска.

Ключевые слова: газовая динамика, численные методы, приближение Буссинеска.

Возрастание интенсивности транспортных потоков приводит к росту объемов выбросов отработанных газов двигателей автомобильного транспорта. Для оценки уровня загрязнения атмосферного воздуха отработанными газами над территорией современного города требуется решить ряд связанных между собой задач.

В настоящей работе рассматривается задача о движении автомобиля, моделируемого как точечный источник, эмитирующий поток газа с интенсивностью m и мощностью ε , содержащий загрязняющую воздух пассивную газовую примесь ($q = 0,1 m$, то есть 10 % эмитируемой массы). Решение такой задачи обусловлено необходимостью исследования переноса и рассеяния отработанных газов от потока транспортных средств, моделируемого как множество отдельных подвижных точечных источников загрязняющей примеси различной интенсивности в произвольной пространственной области со сложной геометрией.

Использование численных методов в настоящее время является основным способом построения решений краевых задач газовой динамики. При исследовании подобных задач большее внимание уделяется конечно-разностным методам [1–4], требующим относительно малых вычислительных ресурсов. Значительный интерес вызывают схемы факторизации эволюционных дифференциальных уравнений [5, 6], по-

звolyающие «расщеплять» многомерные задачи на последовательности одномерных задач, что приводит к существенному повышению эффективности вычислительных алгоритмов. В ряде исследований [7–13] для решения задач движения сплошной среды используются методы конечных и граничных элементов с различными видами аппроксимации полей скорости, перемещения, плотности, давления, температуры и других характеристик.

Для решения прикладных задач механики сплошных сред интенсивно развивается и успешно применяется метод крупных частиц (метод Давыдова), позволяющий выполнять расчеты вихревых структур с учетом отрывных явлений, исследовать фильтрационные и струйные [14] течения, газо- и гидродинамические потоки с большими перемещениями и соударяющимися поверхностями раздела, движение многокомпонентных [15, 16], сыпучих и деформируемых сред [17], течения сквозь проницаемые объекты [18] и многие другие процессы. С использованием системы уравнений Эйлера построены трехмерные вычислительные модели взаимодействия струй с поперечными потоками [19, 20], истечения газа из отверстий и каналов [21, 22], воздействия ударных волн на препятствия и границы раздела сред [23, 24, 25], влияния локализованных источников энергии и массы на газодинамические характеристики газовых потоков [26, 27].

Для моделирования движения газоздушной смеси используется система дифференциальных уравнений Эйлера (в дивергентной форме [17, 18, 29]), описывающая движение сплошной среды в рассматриваемой области, включающая эволюционные уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = q \delta(\mathbf{r}_S), \quad (1)$$

движения

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) + \nabla P = \rho \bar{\mathbf{g}} + q \mathbf{V}_q \delta(\mathbf{r}_S), \quad (2)$$

полной удельной энергии

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \mathbf{V}) + \nabla(P \mathbf{V}) = 0, \quad (3)$$

состояния (адиабатический процесс)

$$\rho(k-1)(U - \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}/2) - P = 0 \quad (4)$$

и концентрации (в рамках дифференциального приближения [28])

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C\mathbf{V}) = \nabla(\lambda\nabla C) + q_{\text{CO}_2} \delta(\mathbf{r}_S). \quad (5)$$

Здесь ρ – плотность газовой смеси; \mathbf{V} – вектор скорости потока с компонентами V_x, V_y, V_z ; U – полная удельная энергия; P – давление; C – концентрация загрязняющей примеси; k – показатель адиабаты; $\delta()$ – дельта-функция Дирака; \mathbf{r}_S – радиус-вектор положения точечного источника; λ – коэффициент диффузии; q – интенсивность выброса смеси отработанных газов; q_{CO_2} – интенсивность выброса диоксида углерода; V_q – скорость выброса смеси отработанных газов из выхлопной трубы.

Точечный источник с координатами x_S, y_S, z_S моделирует положение отверстия выхлопной трубы автомобиля в расчетной области G (рис. 1).

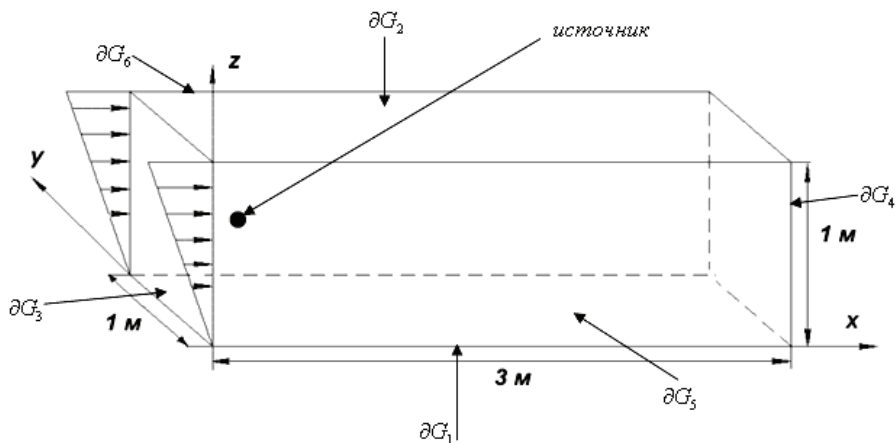


Рис. 1. Схема расчетной области и обозначения ее границ

В начальный момент времени в области G известны распределения компонент вектора скорости, плотности, энергии, концентрации и давления:

$$V_x(0, x, y, z) = V_0, \quad V_y(0, x, y, z) = 0, \quad V_z(0, x, y, z) = 0, \quad C(0, x, y, z) = 0, \\ \rho(0, x, y, z) = \rho_0, \quad U(0, x, y, z) = U_0, \quad P(0, x, y, z) = P_0 \quad x, y, z \in G.$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
V_x = 0, V_y = 0, V_z = 0, \partial\rho/\partial z = 0, \partial U/\partial z = 0, \partial C/\partial z = 0, \quad x, y, z \in \partial G_1; \\
\partial V_x/\partial z = 0, \partial V_y/\partial z = 0, \partial V_z/\partial z = 0, \partial\rho/\partial z = 0, \partial U/\partial z = 0, \\
\partial C/\partial z = 0, \quad x, y, z \in \partial G_2;
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
V_x = V_0, \partial V_y/\partial x = 0, \partial V_z/\partial x = 0, \rho = \rho_0, U = U_0, C = 0, \quad x, y, z \in \partial G_3; \\
\partial V_x/\partial x = 0, \partial V_y/\partial x = 0, \partial V_z/\partial x = 0, \partial\rho/\partial x = 0, \\
\partial U/\partial x = 0, \partial C/\partial z = 0, \quad x, y, z \in \partial G_4; \\
\partial V_x/\partial y = 0, V_y = 0, \partial V_z/\partial y = 0, \partial\rho/\partial y = 0, \\
\partial U/\partial y = 0, \partial C/\partial z = 0, \quad x, y, z \in \partial G_5; \\
\partial V_x/\partial y = 0, \partial V_y/\partial y = 0, \partial V_z/\partial y = 0, \partial\rho/\partial y = 0, \\
\partial U/\partial y = 0, \partial C/\partial z = 0, \quad x, y, z \in \partial G_6.
\end{aligned}$$

Для учета плавучести загрязняющей газовой примеси используется приближение Буссинеска [0], согласно которому в предположении о малости концентрации C используется представление плотности газовой смеси в виде

$$\rho(C) = \rho(C_0) + \rho'_C(C_0)(C - C_0) = \rho_0 + \alpha C, \tag{7}$$

где $\rho_0 = \rho(C_0)$; $\alpha = \rho'_C(C_0)$ – концентрационный коэффициент плотности; начальная концентрация загрязняющей примеси отсутствует, то есть $C_0 = 0$.

Пусть в некотором объеме Ω содержатся воздух, имеющий плотность ρ_0 , и пассивная газовая примесь с плотностью ρ_Π , занимающая объем Ω_Π . Массы воздуха и примеси соответственно равны $m_0 = \rho_0(\Omega - \Omega_\Pi)$ и $m_\Pi = \rho_\Pi \Omega_\Pi$. Плотность газовой смеси в рассматриваемом объеме Ω определяется выражением

$$\begin{aligned}
\rho = \frac{m_0 + m_\Pi}{\Omega} = \frac{\rho_0(\Omega - \Omega_\Pi)}{\Omega} + \frac{\rho_\Pi \Omega_\Pi}{\Omega} = \rho_0 - \frac{\rho_0}{\rho_\Pi} \frac{\rho_\Pi \Omega_\Pi}{\Omega} + C = \\
= \rho_0 - \frac{\rho_0}{\rho_\Pi} C + C = \rho_0 + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_\Pi}\right) C,
\end{aligned}$$

где C – концентрация примеси в объеме Ω . Сравнение полученного выражения и соотношения (7) позволяет определить величину концентрационного коэффициента плотности:

$$\alpha = 1 - \frac{P_0}{P_{\Pi}}.$$

Для корректного учета скоростных граничных условий целесообразно полное давление газо-воздушной смеси P в уравнениях (2)–(4) представить в виде суммы гидростатического давления P_{Γ} и отклонения p давления от гидростатического,

$$P = P_{\Gamma} + p, \quad (8)$$

причем $P_{\Gamma} = P_0 - \rho g z$, P_0 – давление воздуха на уровне поверхности земли; g – ускорение свободного падения.

С учетом приближения выражений (7) и (8) уравнения движения (2), полной удельной энергии (3) и состояния (4) принимают вид

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) + \nabla p = \alpha C \bar{g} + q \mathbf{V}_q \delta(\mathbf{r}_S), \quad (9)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \mathbf{V}) + \nabla(p \mathbf{V}) = -\nabla(P_{\Gamma} \mathbf{V}), \quad (10)$$

$$\rho(k-1)(U - \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}/2) - p = P_{\Gamma}. \quad (11)$$

В соответствии с идеей метода крупных частиц система уравнений (1), (5), (9)–(11) расщепляется по физическим процессам. Расчет каждого временного слоя разбивается на три этапа. Для реализации первого (эйлерова) этапа считается, что изменяются лишь величины, относящиеся к ячейке в целом, а сплошная среда предполагается заторможенной. Система уравнений (1), (3), (5) и (11) представляется в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = \text{const}, \\ C = \text{const}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \nabla p = \alpha C \bar{g}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla(p \mathbf{V}) = -\nabla(P_{\Gamma} \mathbf{V}). \end{array} \right.$$

Уравнения этой системы записываются в виде явных конечно-разностных схем:

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_{xijk} &= V_{xijk} - (p_{i+1/2,jk} - p_{i-1/2,jk}) \Delta t / \rho_{ijk} h_x, \\
\tilde{V}_{yijk} &= V_{yijk} - (p_{ij+1/2,k} - p_{ij-1/2,k}) \Delta t / \rho_{ijk} h_y, \\
\tilde{V}_{zijk} &= V_{zijk} - (p_{ijk+1/2} - p_{ijk-1/2}) \Delta t / \rho_{ijk} h_z - \alpha C_{ijk} g \Delta t / \rho_{ijk}, \\
\tilde{U}_{ijk} &= U_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(pV_x)_{i+1/2,jk} - (pV_x)_{i-1/2,jk} \right] / h_x + \left[(pV_y)_{ij+1/2,k} - (pV_y)_{ij-1/2,k} \right] / h_y + \right. \\
&\quad + \left[(pV_z)_{ijk+1/2} - (pV_z)_{ijk-1/2} \right] / h_z + \left[(P_\Gamma V_x)_{i+1/2,jk} - (P_\Gamma V_x)_{i-1/2,jk} \right] / h_x + \\
&\quad \left. + \left[(P_\Gamma V_y)_{ij+1/2,k} - (P_\Gamma V_y)_{ij-1/2,k} \right] / h_y + \left[(P_\Gamma V_z)_{ijk+1/2} - (P_\Gamma V_z)_{ijk-1/2} \right] / h_z \right\} / \rho_{ijk}.
\end{aligned}$$

В приведенных соотношениях величины с дробными индексами определяются как

$$\begin{aligned}
\Lambda_{i\pm 1/2,jk} &\equiv (\Lambda_{ijk} + \Lambda_{i\pm 1,jk}) / 2, \quad \Lambda_{ij\pm 1/2,k} \equiv (\Lambda_{ijk} + \Lambda_{ij\pm 1,k}) / 2, \\
\Lambda_{ijk\pm 1/2} &\equiv (\Lambda_{ijk} + \Lambda_{ijk\pm 1}) / 2,
\end{aligned}$$

где Λ принимает значения $p, pV_x, pV_y, pV_z, P_\Gamma V_x, P_\Gamma V_y, P_\Gamma V_z$.

На втором (лагранжевом) этапе вычисляются эффекты переноса, учитывающие обмен между ячейками при их перестройке на прежнюю эйлерову сетку. Определяются потоки массы за время Δt через границы эйлеровых ячеек. Для учета направления движения сплошной среды потоки массы, импульса и полной удельной энергии определяются выражениями

$$\begin{aligned}
(\Lambda \tilde{V}_x)_{i+1/2,jk} &= \begin{cases} \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{xi+1/2,jk}, & \tilde{V}_{xi+1/2,jk} \geq 0, \\ \Lambda_{i+1,jk} \tilde{V}_{xi+1/2,jk}, & \tilde{V}_{xi+1/2,jk} < 0; \end{cases} \\
(\Lambda \tilde{V}_x)_{i-1/2,jk} &= \begin{cases} \Lambda_{i-1,jk} \tilde{V}_{xi-1/2,jk}, & \tilde{V}_{xi-1/2,jk} \geq 0, \\ \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{xi-1/2,jk}, & \tilde{V}_{xi-1/2,jk} < 0; \end{cases} \\
(\Lambda \tilde{V}_y)_{ij+1/2,k} &= \begin{cases} \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{yij+1/2,k}, & \tilde{V}_{yij+1/2,k} \geq 0, \\ \Lambda_{ij+1,k} \tilde{V}_{yij+1/2,k}, & \tilde{V}_{yij+1/2,k} < 0; \end{cases} \\
(\Lambda \tilde{V}_y)_{ij-1/2,k} &= \begin{cases} \Lambda_{ij-1,k} \tilde{V}_{yij-1/2,k}, & \tilde{V}_{yij-1/2,k} \geq 0, \\ \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{yij-1/2,k}, & \tilde{V}_{yij-1/2,k} < 0; \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\Lambda \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} &= \begin{cases} \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{zijk+1/2}, & \tilde{V}_{zijk+1/2} \geq 0, \\ \Lambda_{ijk+1} \tilde{V}_{zijk+1/2}, & \tilde{V}_{zijk+1/2} < 0; \end{cases} \\
(\Lambda \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} &= \begin{cases} \Lambda_{ij-1k} \tilde{V}_{zijk-1/2}, & \tilde{V}_{zijk-1/2} \geq 0, \\ \Lambda_{ijk} \tilde{V}_{zijk-1/2}, & \tilde{V}_{zijk-1/2} < 0. \end{cases}
\end{aligned}$$

В этих выражениях Λ принимает значения ρ , $\rho \tilde{V}_x$, $\rho \tilde{V}_y$, $\rho \tilde{V}_z$, $\rho \tilde{U}$, C , $C \tilde{V}_x$, $C \tilde{V}_y$, $C \tilde{V}_z$.

На третьем, заключительном, этапе окончательные значения массы, импульса и энергии в момент времени $\hat{t} = t + \Delta t$ определяются законами сохранения массы, импульса и энергии, записанными с учетом промежуточных значений параметров потока:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \tilde{\mathbf{V}}) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\mathbf{V}}) + \nabla(\rho \tilde{\mathbf{V}} \tilde{\mathbf{V}}) = \mathbf{0}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{U}) + \nabla(\rho \tilde{U} \tilde{\mathbf{V}}) = 0, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C \mathbf{V}) = \nabla(\lambda \nabla C). \end{cases}$$

Разностная аппроксимация уравнений приводит к системе разрешающих соотношений

$$\begin{aligned}
\hat{\rho}_{ijk} &= \rho_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(\rho \tilde{V}_x)_{i+1/2,jk} - (\rho \tilde{V}_x)_{i-1/2,jk} \right] / h_x + \right. \\
&+ \left. \left[(\rho \tilde{V}_y)_{ij+1/2,k} - (\rho \tilde{V}_y)_{ij-1/2,k} \right] / h_y + \left[(\rho \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (\rho \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / h_z \right\}, \\
\hat{V}_{xijk} &= \tilde{V}_{xijk} \rho_{ijk} / \hat{\rho}_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_x)_{i+1/2,jk} - (\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_x)_{i-1/2,jk} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_x + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[(\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_y + \left[(\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_z \left. \vphantom{\left[(\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (\rho \tilde{V}_x \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right]} \right\}, \\
\hat{V}_{yijk} & = \tilde{V}_{yijk} \rho_{ijk} / \hat{\rho}_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_x)_{i+1/2jk} - (\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_x)_{i-1/2jk} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_x + \right. \\
& + \left. \left[(\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_y + \left[(\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (\rho \tilde{V}_y \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_z \right\}, \\
\hat{V}_{zijk} & = \tilde{V}_{zijk} \rho_{ijk} / \hat{\rho}_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_x)_{i+1/2jk} - (\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_x)_{i-1/2jk} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_x + \right. \\
& + \left. \left[(\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_y + \left[(\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (\rho \tilde{V}_z \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_z \right\}, \\
\hat{U}_{ijk} & = \tilde{U}_{ijk} \rho_{ijk} / \hat{\rho}_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(\rho \tilde{U} \tilde{V}_x)_{i+1/2jk} - (\rho \tilde{U} \tilde{V}_x)_{i-1/2jk} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_x + \right. \\
& + \left. \left[(\rho \tilde{U} \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (\rho \tilde{U} \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_y + \left[(\rho \tilde{U} \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (\rho \tilde{U} \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / \hat{\rho}_{ijk} h_z \right\}. \\
\hat{C}_{ijk} & = C_{ijk} - \Delta t \left\{ \left[(C \tilde{V}_x)_{i+1/2jk} - (C \tilde{V}_x)_{i-1/2jk} \right] / h_x + \left[(C \tilde{V}_y)_{ij+1/2k} - (C \tilde{V}_y)_{ij-1/2k} \right] / h_y + \right. \\
& + \left. \left[(C \tilde{V}_z)_{ijk+1/2} - (C \tilde{V}_z)_{ijk-1/2} \right] / h_z \right\} + \Delta t \left\{ \left[(\lambda \nabla C)_{i+1/2jk} - (\lambda \nabla C)_{i-1/2jk} \right] / h_x + \right. \\
& + \left. \left[(\lambda \nabla C)_{i+1/2jk} - (\lambda \nabla C)_{i-1/2jk} \right] / h_y + \left[(\lambda \nabla C)_{i+1/2jk} - (\lambda \nabla C)_{i-1/2jk} \right] / h_z \right\}.
\end{aligned}$$

В последнем выражении использованы обозначения

$$\begin{aligned}
(\lambda \nabla C)_{i+1/2jk} & = (\lambda_{i+1jk} + \lambda_{ijk}) (C_{i+1jk} - C_{ijk}) / 2h_x, \\
(\lambda \nabla C)_{i-1/2jk} & = (\lambda_{ijk} + \lambda_{i-1jk}) (C_{ijk} - C_{i-1jk}) / 2h_x,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\lambda \nabla C)_{ij+1/2k} &= (\lambda_{i+1jk} + \lambda_{ijk}) (C_{i+1jk} - C_{ijk}) / 2h_y, \\
(\lambda \nabla C)_{ij-1/2k} &= (\lambda_{ijk} + \lambda_{i-1jk}) (C_{ijk} - C_{i-1jk}) / 2h_y, \\
(\lambda \nabla C)_{ijk+1/2} &= (\lambda_{i+1jk} + \lambda_{ijk}) (C_{i+1jk} - C_{ijk}) / 2h_z, \\
(\lambda \nabla C)_{ijk-1/2} &= (\lambda_{ijk} + \lambda_{i-1jk}) (C_{ijk} - C_{i-1jk}) / 2h_z.
\end{aligned}$$

Поле давления вычисляется из уравнения состояния (11)

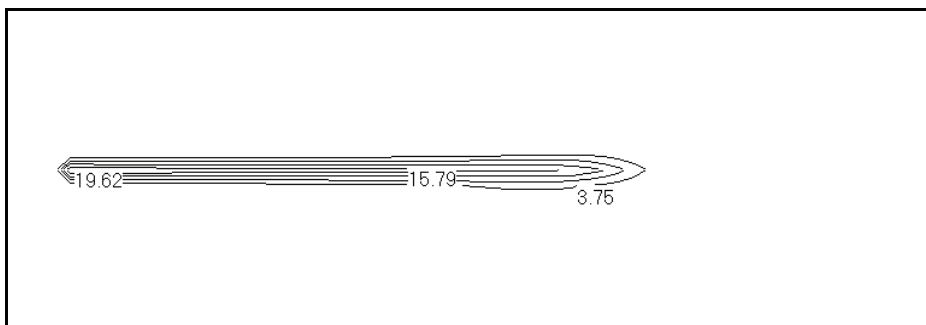
$$\begin{aligned}
p_{ijk} &= (k-1) \hat{p}_{ijk} \left\langle \hat{U}_{ijk} - 0,5 \left\{ \hat{V}_{xijk}^2 + \hat{V}_{yijk}^2 + \hat{V}_{zijk}^2 + \right. \right. \\
&+ \rho_{ijk} \left[\left(\hat{V}_{xijk} - \tilde{V}_{xijk} \right)^2 + \left(\hat{V}_{yijk} - \tilde{V}_{yijk} \right)^2 + \left(\hat{V}_{zijk} - \tilde{V}_{zijk} \right)^2 \right] / \hat{p}_{ijk} \left. \right\rangle - P_r.
\end{aligned}$$

По окончании третьего этапа в ячейке, где расположен точечный источник, в соответствии с уравнениями (1), (5) и (10) пересчитываются значения плотности, энергии и концентрации с учетом заданных величин q , q_{CO_2} и \mathbf{V}_q :

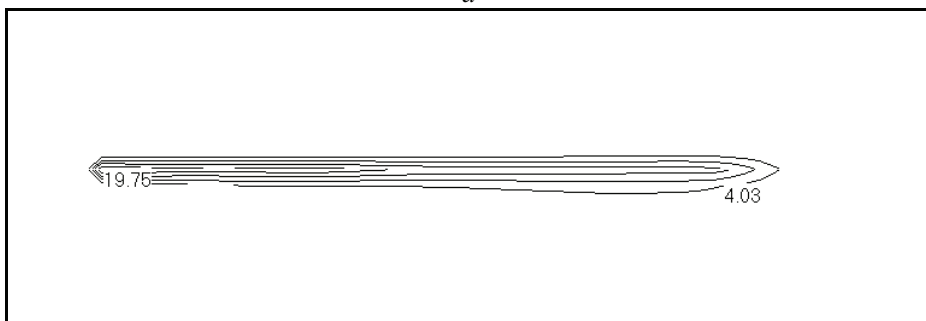
$$\begin{aligned}
V_{xijk}(\hat{t}) &= \hat{V}_{xijk} + qV_{qx}\Delta t / \rho_{ijk} h_x h_y h_z, \quad \rho_{ijk}(\hat{t}) = \hat{\rho}_{ijk} + q\Delta t / h_x h_y h_z, \\
C_{ijk}(\hat{t}) &= \hat{C}_{ijk} + q_{\text{CO}_2} \Delta t / h_x h_y h_z.
\end{aligned}$$

С использованием описанного алгоритма разработан комплекс программ для численного исследования пространственного переноса и рассеяния примесей, выбрасываемых точечным источником. Тестирование программного комплекса выполнено с использованием точного решения частной задачи об эмиссии сжимаемого газа точечным источником [31].

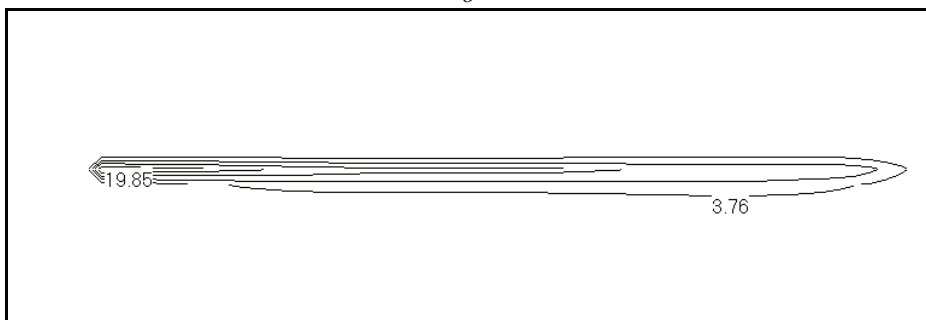
Для выполнения вычислительных экспериментов принято: интенсивность источника отработанных газов $q = 1,2$ г/с; интенсивность эмиссии диоксида углерода $q_{\text{CO}_2} = 0,12$ г/с; скорость $\mathbf{V}_q = 10$ м/с; показатель адиабаты $k = 1,67$; плотность воздуха $\rho_0 = 1,29$ кг/м³, плотность диоксида углерода (содержание в отработанных газах автотранспорта достигает 10 %, [0]) $\rho_{\text{п}} = 1,98$ кг/м³. Вычислительный эксперимент выполнялся с учетом ветра, изменяющегося по высоте рассматриваемой области линейно от 0 до 1 м/с (см. рис. 1).



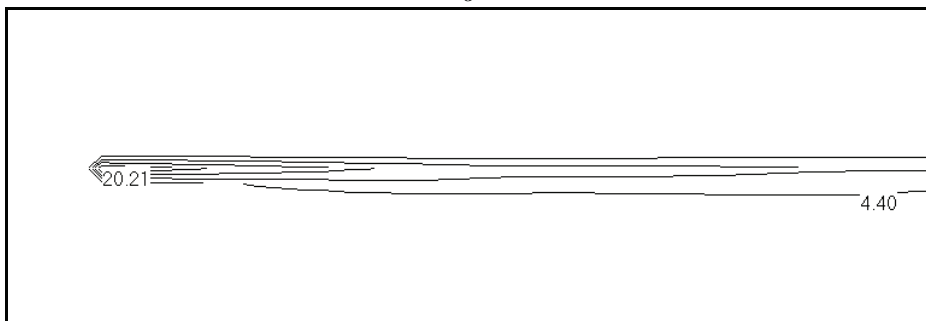
a



б



в



г

Рис. 2. Распределение концентрации диоксида углерода ($\text{г}/\text{м}^3$) в плоскости $y = 0,5$ м после 1,0 с (*a*), 1,25 с (*б*), 1,5 с (*в*) и 1,75 с (*г*)

На рис. 2 показаны распределения концентрации загрязняющего вещества в плоскости $y = 0,5$ м после 1, 1,25, 1,5 и 1,75 секунд после начала рассматриваемого процесса. Приведенные на рисунке распределения концентраций показывают, что за счет силы тяжести относительно тяжелая примесь диоксида углерода опускается вниз, нарушая симметричное первоначальное распределение загрязняющего вещества в составе отработанных газов автомобильного транспорта.

Получено численное решение задачи о переносе и рассеянии в трехмерной области тяжелого газа, эмитируемого подвижным точечным источником (на примере диоксида углерода). Для интегрирования системы уравнений Эйлера использован модифицированный вариант метод Давыдова (метода крупных частиц), учитывающий плавучесть газа с помощью приближения Буссинеска. Вычислительный эксперимент позволил определить поля скорости, плотности, концентрации, давления и удельной внутренней энергии для каждого момента времени рассматриваемого процесса. Распределение концентраций показывает опускание относительно тяжелой газовой примеси под действием силы тяжести.

Библиографический список

1. Давыдов Ю.М. Дифференциальные приближения и представления разностных схем. – М.: Изд-во МФТИ, 1981. – 131 с.
2. Пирумов У.Г. Обратная задача теории сопла. – М.: Машиностроение, 1988. – 237 с.
3. Численный эксперимент в теории РДТТ / А.М. Липанов [и др.] – Екатеринбург: Наука, 1994. – 301 с.
4. Тарунин Е.Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 228 с.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с.
6. Кучер Н.А. Некоторые замечания о схемах расщепления для уравнений газовой динамики, используемых в методе «крупных частиц» // Вычисл. технол. – 2006. – № 11. – С. 94–108.
7. Коннор Дж., Бреббиа К. Метод конечных элементов в механике жидкости. – Л.: Судостроение, 1979. – 264 с.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

9. Флетчер К. Вычислительные методы в механике жидкостей: в 2 т. – М.: Мир, 1991. – 1056 с.
10. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
11. Бреббия К, Телес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
12. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с.
13. Угодчиков А.Г., Хуторянский Н.М. Метод граничных элементов в механике деформируемого твердого тела. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1986. – 296 с.
14. Давыдов Ю.М. Численное исследование течения со струями, направленными навстречу потоку // Тр. ВВИА им. Н.Е. Жуковского. – 1971. – Вып. 1301. – С. 70–82.
15. Давыдов Ю.М. Образование зоны повышенной концентрации частиц при сфокусированном вдуве в двухфазной среде // Докл. АН СССР. – 1990. – Т. 315, № 4. – С. 813–815.
16. Давыдов Ю.М., Нигматулин Р.И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенным потоком газа с каплями или частицами // Докл. АН СССР. – 1981. – Т. 259, № 1. – С. 57–60.
17. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц: в 5 т. / Ю.М. Давыдов [и др.]; под. ред. Ю. М. Давыдова; Национальная академия прикладных наук. – М., 1995. – 1658 с.
18. Давыдов Ю.М. Аэродинамика, гидроупругость и устойчивость полета парашютных систем / НАПН РФ, НИИ парашютостроения. – М., 2001. – 306 с.
19. Галактионов А.Ю. Численное моделирование пространственного взаимодействия боковой струи со сверхзвуковым потоком // Ракетно-космическая техника: фундаментальные и прикладные проблемы: тр. 2-й Междунар. науч. конф. – М.: Изд-во МГТУ, 2005. – Ч. 1. – С. 183.
20. Simulations of starting gas jets at low Mach numbers / I. Iglesias [et al.] // Phys. Fluids. – 2005. – Vol. 17, No. 3. – P. 038105/1–038105/4.
21. Мордвинцев Г.Г. Численное исследование структур течения, возникающих в процессе взаимодействия блочных струй с прилегающей поверхностью при их истечении в вакуум // Космонавт. и ракетостр. – 2007. – № 1. – С. 80–85.

22. Азарова О.А., Колесниченко Ю.Ф. Воздействие тонкого разреженного канала на сверхзвуковое обтекание цилиндрического тела с полостью // Математическое моделирование. – 2008. – Т. 20, № 4. – С. 27–39.

23. Боровиков С.Н., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование пространственных течений идеального газа с использованием тетраэдрических сеток // Математическое моделирование. – 2006. – Т. 18, № 8. – С. 37–48.

24. Дмитриев О.А., Лебо И.Г. Расчеты трехмерных вихревых сверхзвуковых течений многокомпонентных газов на параллельном суперкомпьютере МВС-15000 // 55-я научно-техническая конференция МИРЭА: Физико-математические науки. – М., 2006. – Ч 2. – С. 14–18.

25. Tai Chang-Hsien, Teng Jyh-Tong, Lo Shi-Wei, Liu Chia-Wei. A three-dimensional numerical investigation into the interaction of blast waves with bomb shelters // JSME Int. J. B. – 2005. – Vol. 48, No. 4. – P. 820–829.

26. Левин В.А., Георгиевский П.Ю. Газодинамика передних отрывных течений в условиях локального энерговклада в набегающий на тело поток // Проблемы современной механики: к 85-летию со дня рождения академика Г.Г. Черного. – М.: Изд-во МГУ: Омега-Л, 2008. – С. 222–239.

27. Гарифуллин А.Р. Пример сферически симметричного движения сжимаемой жидкости // Сиб. ж-л индустр. мат. – 2007. – Т. 10, № 2. – С. 45–52.

28. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

29. Валландер С.В. Лекции по гидроаэромеханике. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 296 с.

30. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука, 1989. – 320 с.

31. Бояршинов М.Г., Балабанов Д.С. Вычислительное моделирование движения сжимаемой среды, генерируемой точечным источником // Вычислительная механика сплошных сред / Институт механики сплошных сред УрО РАН. – Пермь, 2010. – Т. 3, № 3. – С. 18–31.

32. Бояршинов М.Г. Модели переноса и рассеяния примесей в растительном массиве / Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2000. – 142 с.

Получено 10.11.2010