

DOI: 10.15593/2224-9982/2018.52.07

УДК 629.7.036

В.В. Семенов¹, И.Э. Иванов^{1, 2}, И.А. Крюков^{1, 3}

¹ Московский авиационный институт, МАИ

(национальный исследовательский университет), Москва, Россия

² Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

³ Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия

СРАВНЕНИЕ ТЯГОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕАКТИВНЫХ СОПЕЛ, СПРОФИЛИРОВАННЫХ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ

Приведены три метода профилирования реактивных сопел: метод I предназначен для профилирования сопел с равномерным потоком на выходе, метод II – для сопел с параболическим контуром и метод III – для профилирования радиусных сопел.

Метод профилирования сверхзвуковой части сопла с равномерной характеристикой на выходе заключается в нахождении линии тока (контур стенки сопла), которая проходит через точку, соответствующую контуру в горле сопла. Координаты данной линии тока получаются путем численного интегрирования уравнения для линии тока с использованием значений поля параметров течения, рассчитанных с помощью решения задачи Гурса в области между характеристикой второго семейства, замыкающей веер волн разрежения в горле сопла, и прямолинейной характеристикой первого семейства. Для этого на основании данных течения в горле сопла строится течение потока внутри сопла методом характеристик путем заполнения шаг за шагом в искомой области течения сетки из характеристик, в точках пересечения которых определяются все параметры потока. На практике часто используют сопла с обрезанным контуром, которые получаются путем отбрасывания части контура после достижения заданного угла наклона контура на срезе сопла.

Метод профилирования контура параболического сопла представляет собой замену точного контура параболой, для чего задаются предельным углом отклонения потока на входе в сверхзвуковую часть и углом на срезе сопла, а её длину находят путем определения местоположения точки на оси сопла, где достигается расчетная скорость сверхзвукового потока – число Маха.

В основе метода профилирования радиусного сопла лежит отыскание двух базовых сопел, одно из которых является параболическим соплом, а второе – радиусным с параллельным, но неоднородным истечением. Срез такого 2-го базового радиусного сопла располагается в сечении, проходящем через точку на оси первого базового параболического сопла, в которой достигается характерная для такого сопла скорость – число Маха.

Проведено сравнительное численное исследование тяговых характеристик круглых сопел Лавалья, профилированных разными методами: I – сопел с равномерным потоком на выходе, II – сопел с параболическим контуром и III – сопел, профилированных дугой окружности. Сравнение выполнено для реального газа, т.е. при наличии вязкости в пограничном слое. Показано, что наименьшими потерями обладают сопла с равномерным потоком. К ним по эффективности приближаются параболические сопла. Радиусные сопла, построенные методом сопряженных дуг окружностей, уступают по тяговым характеристикам соплам с равномерным потоком на 1,6 %.

Ключевые слова: двигатель, сопло, контур, газовый поток, тяга, число Маха, коэффициент скорости, удельный импульс, масса, расход, давление, скачок уплотнения.

V.V. Semenov¹, I.E. Ivanov^{1, 2}, I.A. Kryukov^{1, 3}

¹ Moscow Aviation Institute, MAI (National Research University), Moscow, Russian Federation

² Moscow State University. M.V. Lomonosov Moscow State University), Moscow, Russian Federation

³ Institute of Problems of Mechanics im. A.Yu. Ishlinsky), Moscow, Russian Federation

COMPARISON OF TRACTION CHARACTERISTICS OF JET NOZZLES, PROFIED BY DIFFERENT METHODS

Three methods for profiling jet nozzles are described: method I is designed for profiling nozzles with a uniform flow at the outlet, method II for nozzles with a parabolic contour and method III for shaping the radius nozzles.

The method of profiling the supersonic part of the nozzle with a uniform characteristic at the output consists in finding the streamline (the contour of the nozzle wall) that passes through the point corresponding to the contour in the throat of the nozzle. The coordinates of this current line are obtained by numerically integrating the equation for the streamline using the values of the flow parameter field calculated by solving the Goursat problem in the region between the characteristic of the second family of the closing fan of rarefaction waves in the nozzle throat and the rectilinear characteristic of the first family.

For this purpose, by specifying the flow data in the throat of the nozzle, the stream flow inside the nozzle is constructed by the method of characteristics by filling step by step in the desired area of the grid flow from the characteristics at the intersection points of which all flux parameters are determined. In practice, nozzles with a circumscribed contour are often used, which are obtained by discarding a part of the contour after reaching a predetermined slope angle at the nozzle cut.

The method of profiling the contour of a parabolic nozzle is a replacement of the exact contour by a parabola, for which the limiting angle of deflection of the flow at the entrance to the supersonic part and the angle at the nozzle cut are determined, and its length is determined by determining the position of the point on the nozzle axis where the design velocity of the supersonic flow is reached Mach.

The method of profiling a radius nozzle, which is based on the search for two base nozzles, one of which is a parabolic nozzle, and the second is a radial nozzle with a parallel but non-uniform flow. The cut of this 2nd base radial nozzle is located in a section passing through the point on the axis of the first base parabolic nozzle, in which the Mach velocity is characteristic for such a nozzle.

A comparative numerical study of the traction characteristics of Laval round nozzles, profiled by different methods: I – nozzles with a uniform flow at the outlet, II – nozzles with a parabolic contour and III – nozzles, profiled by an arc of a circle. The comparison is made for a real gas, that is, in the presence of a viscosity in the boundary layer. It is shown that nozzles with uniform flow have the least losses. Parabolic nozzles approach them in efficiency. Radius nozzles, constructed by the method of conjugate arcs of circles, are inferior to the traction characteristics of nozzles with uniform flow - by 1.6%.

Keywords: engine, nozzle, contour, gas flow, thrust, Mach number, speed coefficient, specific impulse, mass, flow, pressure, shock wave.

Введение

Для получения высокой экономичности ракетного двигателя недостаточно совершенной организации рабочего процесса в камере сгорания. Необходимо еще организовать истечение продуктов сгорания топлива из камеры через реактивное сопло с минимальными потерями.

Реактивное сопло – необходимый элемент всякого ракетного двигателя, в котором тепловая энергия продуктов сгорания преобразуется в кинетическую энергию истекающей из сопла горячей струи газов. Величина кинетической энергии в конечном итоге определяет главную характеристику двигателя – тягу.

Одна из задач организации рабочего процесса в реактивных соплах – снижение всякого рода потерь, максимальное приближение реального процесса истечения газа из сопла к идеальному. Как известно, в сопле возникают следующие потери:

- на трение и рассеяние;
- из-за наличия скачков уплотнения в сверхзвуковом газовом потоке;
- из-за некоторого охлаждения газа в сопле в результате теплоотдачи через стенку в охлаждающую жидкость;
- на неравномерность истечения.

Опыты показывают, что последние два вида потерь (охлаждение газа и неравномерность истечения) незначительны и практически ими пренебрегают.

Другая задача организации рабочего процесса – уменьшение габаритов сопла двигателя. Объединяя обе задачи, можно сказать, что основной целью при проектировании реактивного сопла является всяческое снижение потерь тяги при минимальных его габаритах.

Таким образом, задача проектирования реактивного сопла состоит в определении такого контура сопла, при котором удовлетворялись бы следующие основные требования, предъявляемые к соплам:

- сопло должно иметь как можно меньше потерь тяги;
- поверхность стенки сопла при заданных его габаритах должна быть минимальной, что уменьшает массу сопла и облегчает его охлаждение;
- конструкция и технология изготовления сопла должны быть возможно более простыми.

Однако указанные требования являются в известной мере противоречивыми, и полное удовлетворение одного из них приводит к некоторому ухудшению других свойств сопла. Поэтому при проектировании сопла в зависимости от назначения двигателя принимают то или иное компромиссное решение.

Для расчета тяговых характеристик сопла необходимо знать координаты его контура, рассчитываемого по заранее заданным исходным данным. В этом случае используют различные методы построения контура сопла: сопло с равномерным потоком на выходе, параболическое сопло и радиусное сопло.

Сопло с равномерным потоком на выходе

Сверхзвуковое стационарное течение идеального газа в цилиндрической системе координат (x, y) описывается следующей системой уравнений Эйлера, выражающих законы сохранения массы, импульсов и энергии [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial (h + q^2/2)}{\partial x} + v \frac{\partial (h + q^2/2)}{\partial y} &= 0, \\ p = \rho RT \quad h = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} &\text{ – энтальпия.} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $q = \sqrt{u^2 + v^2}$ – скорость потока; u, v – компоненты скорости потока в цилиндрической системе координат (x, y) ; ρ – плотность; p – давление в потоке; T – температура; $k = c_p/c_v$ – показатель изэнтропии; c_p, c_v – удельные теплоемкости газа при постоянном давлении и объеме.

Основой расчета течения газового потока в сверхзвуковой части большинства профилированных сопел может являться метод характеристик [1–4, 6, 8–10, 16]. Характеристическая система для системы гиперболических уравнений (1) состоит из 3 семейств характеристик – особых линий, являющихся линиями распространения слабых возмущений. Два семейства характеристик связаны с распространением акустических слабых возмущений, а одна – с конвективными возмущениями. Таким образом, через любую точку расчетной области проходят две характеристики (рис. 1) разных семейств: характеристика 1-го семейства, касательная к которой составляет с вектором скорости угол α , и характеристика 2-го семейства с таким же углом, но обратным по знаку, причем угол α , называемый углом Маха, связан с числом M равенством $\sin \alpha = 1/M$. Угол β – это угол между вектором скорости потока q и координатной осью x .

Из тригонометрических соотношений можно получить еще одно равенство для определения угла Маха α :

$$\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{M^2 - 1} = A.$$

На рис. 1 изображены в плоскости x – y характеристики разных семейств, проходящие через одну выделенную точку пространства. Дифференциальное уравнение акустических характеристик записывается в виде

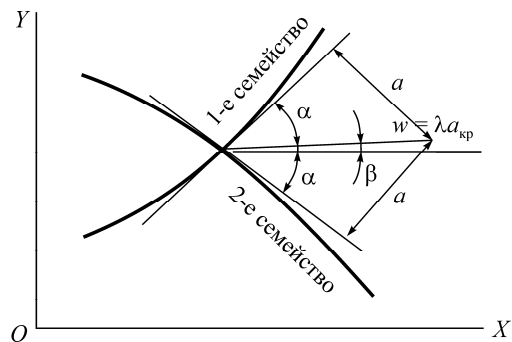


Рис. 1. Характеристики в потоке

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}(\beta \pm \alpha), \quad (2)$$

где знак «+» – для характеристик первого семейства, а знак «-» – для характеристик второго семейства.

С вводом обозначения $\xi = \operatorname{tg} \beta$ уравнения направления характеристик примут вид

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\xi A \pm 1}{A \mp \xi}. \quad (3)$$

Вдоль этих характеристик первого и второго семейства справедливы следующие дифференциальные уравнения, которые называются соотношениями вдоль характеристик:

$$\frac{1}{1 + \xi^2} d\xi \pm \frac{A}{\rho q^2} dp \pm \frac{\xi}{y} \frac{dx}{A \mp \xi} = 0. \quad (4)$$

Как и выше по тексту, верхний знак относится к характеристике первого семейства, а нижний – второго.

Для неизэнтропического вихревого осесимметричного течения идеального газа существует еще одно семейство характеристик, связанное с линиями тока – уравнения направления характеристик третьего семейства

$$\frac{dy}{dx} = \xi. \quad (5)$$

Так как эти характеристики вырожденные, то вдоль них выполняются два соотношения:
– уравнение сохранения импульса

$$d\left(\frac{q^2}{2}\right) + \frac{dp}{\rho} = 0, \quad (6)$$

– уравнение сохранения энтальпии

$$\frac{q^2}{2} + \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{k+1}{k-1}. \quad (7)$$

Для расчета поля течения газа методом характеристик при проектировании контуров сопел ставится и решается задача Гурса. При этом начальные условия задаются на двух характеристиках разных семейств, проходящих через одну точку пространства (рис. 2).

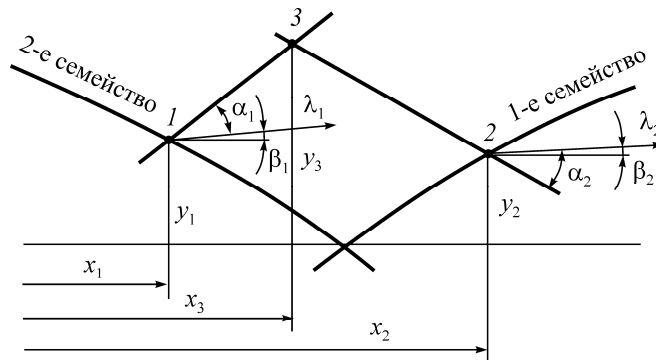


Рис. 2. К задаче о нахождении параметров в точке 3 по данным параметрам в соседних двух точках 1 и 2

В этом случае решение сводится к последовательному решению следующей основной задачи: нахождение параметров потока в точке 3 (см. рис. 2), лежащей на пересечении характеристик разных семейств, проведенных из двух соседних точек 1 и 2, параметры которых известны. Причем точки 1 и 2 должны лежать либо на характеристиках разного семейства, либо на линии, не являющейся характеристикой.

Положение точки 3 определяется пересечением отрезков характеристик 1–3 и 2–3, которые ввиду малости расстояния в первом приближении можно считать совпадающими со своими касательными в точках 1 и 2.

Отрезки характеристик 1–3 и 2–3 задаются разностными аппроксимациями уравнений характеристик (3):

$$y_3 - y_i = m^\pm (x_3 - x_i) \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\text{где } m^\pm = 0,5 \left(\frac{\xi_3 A_3 \pm 1}{A_3 \mp \xi_3} + \frac{\xi_i A_i \pm 1}{A_i \mp \xi_i} \right).$$

Разностные соотношения вдоль двух акустических характеристик имеют вид

$$E^\pm (\xi_3 - \xi_i) \pm K^\pm (p_3 - p_i) \pm L^\pm (x_3 - x_i) = 0, \quad (9)$$

$$\text{где } E^\pm = \frac{1}{1 + \xi_3^2} + \frac{1}{1 + \xi_i^2}, \quad K^\pm = \frac{A_3}{\rho q_3^2} + \frac{A_i}{\rho q_i^2}, \quad L^\pm = \frac{\xi_3}{y_3 (A_3 \mp \xi_3)} + \frac{\xi_i}{y_i (A_i \mp \xi_i)}.$$

Координаты точки 3 определяются из соотношений (8)

$$y_3 = \frac{m^- y_1 - m^+ y_2 + m^- m^+ (x_2 - x_1)}{m^- - m^+}, \quad (10)$$

$$x_3 = \frac{y_1 - y_2 + m^- x_2 - m^+ x_1}{m^- - m^+}. \quad (11)$$

Параметры в точке 3 ввиду малости расстояния и непрерывности течения отличаются от параметров в соседних точках 1 и 2 на очень малые величины.

Так как точка 3 лежит одновременно на характеристике 1-го семейства 1–3 и характеристике 2-го семейства 2–3, проведенных соответственно из точек 1 и 2, то вдоль них могут быть использованы приведенные выше дифференциальные соотношения (4) и их разностные аналоги (9). Решая полученные два уравнения разностных соотношений (9) относительно величин p_3 и ξ_3 , получим

$$p_3 = p_1 + \frac{E^+ (K^- (p_2 - p_1) - E^- (\xi_2 - \xi_1) - L^- (x_3 - x_1)) - E^- L^+ (x_3 - x_2)}{K^+ E^- + K^- E^+}, \quad (12)$$

$$\xi_3 = \xi_1 + \frac{1}{E^+} (K^+ (p_3 - p_1) - L^+ (x_3 - x_1)). \quad (13)$$

Параметры ρ_3 и q_3 определяются из совместного решения уравнений (6) и (8), аппроксимированных вдоль характеристики 0–3, совпадающей с линией тока, проходящей через искомую точку 3 и точку 0, которая лежит на ближайшей характеристике второго семейства (параметры течения в точке 0: ρ_0, p_0, ξ_0, q_0).

$$\rho_3 = \left(\frac{k+1}{k-1} p_3 - p_0 \right) / \left(\frac{k+1}{k-1} q_0^2 + \frac{1}{\rho_0} (p_3 - p_0) \right), \quad (14)$$

$$q_3 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1} - \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_3}{\rho_3}}. \quad (15)$$

Координаты x_0 и y_0 определяются из совместного решения разностных аппроксимаций третьей (линии тока) характеристики, проходящей через точку O , и характеристики второго семейства, проходящей через точку I .

$$y_3 - y_0 = 0,5(\xi_3 + \xi_0)(x_3 - x_0). \quad (16)$$

$$y_1 - y_0 = m^-(x_1 - x_0). \quad (17)$$

Определение координат точек 3 и O и параметров в точке 3 производится в итерационном процессе, параметры в точке O определяются интерполяцией по узловым точкам известной характеристики второго семейства.

Реализуя этот метод нахождения параметров в точке 3 по известным параметрам в двух соседних точках, лежащих на характеристиках разных семейств, можно легко построить решение внутри криволинейного четырехугольника, имеющего две пересекающиеся характеристики как смежные стороны, например MA и AB (рис. 3).

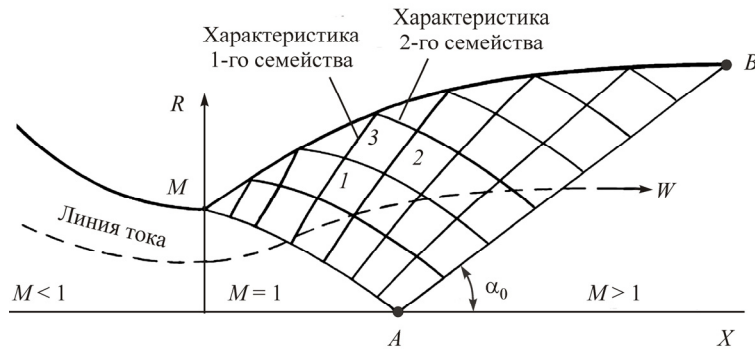


Рис. 3. Сопло с контуром на основе свободно расширяющегося потока

Для профилирования сверхзвуковой части сопла должно быть известно или задано течение в области критического сечения – горла сопла. К настоящему времени наиболее изученным является течение с равномерным звуковым потоком в критическом сечении.

После задания равномерного потока с небольшим сверхзвуковым числом Маха ($M = 1,005$) определяется положение прямолинейной характеристики второго семейства, проходящей через точку M (см. рис. 3). Затем с помощью метода характеристик рассчитываются параметры в центрированном на точку M веере волн разрежения из характеристик второго семейства. Данная газодинамическая структура соответствует течению, возникающему в процессе расширения газа, протекающего через горло сопла в область с пониженным давлением (вакуум). Из всех характеристик второго семейства из веера выделяется характеристика MA , у которой на оси симметрии сопла (см. рис. 3, т. A) скорость потока достигает заданного числа Маха. От точки A строится прямолинейная характеристика первого семейства AB , параметры течения на которой определяются по изоэнтропическим соотношениям для заданного числа Маха.

Линия тока – контур сопла проводится как касательная к векторам скорости, направление которых задается известным углом β на характеристиках или биссектрисой угла пересечения характеристик разного семейства.

Сопло с полностью параллельным истечением не является самым лучшим. Более выгодно сопло с некоторой степенью непараллельности, при которой получаются наименьшие потери.

Параболическое сопло

При профилировании сопел с изломом контура в критическом сечении (так называемых, угловых сопел) для участка предварительного расширения используется течение, которое получается при свободном расширении осесимметричной струи с плоской поверхностью перехода через скорость звука в пространство, как показано на рис. 4 [3, 5].

При обтекании кромки критического сечения возникает течение Прандтля–Майера: в веере волн разрежения, выходящих из угловой точки, поток расширяется, повышая скорость с $\lambda = 1$ до $\lambda > 1$, и одновременно поворачивается на угол $\beta > 0$.

Причем между углом поворота вектора скорости потока β и ее величиной λ вдоль предельной линии тока, т.е. в угловой точке, соблюдается такое же соотношение, как и при обтекании тупого угла плоским бесконечным потоком:

$$\beta = \psi(\lambda), \quad (18)$$

где

$$\psi(\lambda) = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{k-1}{k+1}} \sqrt{\frac{\lambda^2-1}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2}} \right) - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\lambda^2-1}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2}} - \text{газодинамическая функция [14].} \quad (19)$$

С другой стороны, вдоль характеристик 2-го семейства АМ веера волн разрежения наблюдается связь между β и λ , свойственная характеристикам свободно расширяющегося осесимметричного потока.

Эта зависимость с достаточной точностью может быть аппроксимирована соотношением, которое имеет место вдоль характеристик 2-го семейства в радиальном потоке

$$\beta = -\frac{1}{2}\psi(\lambda) + C.$$

Отсюда, учитывая, что в точке А $\lambda = \lambda_A$ и $\beta_A = 0$, имеем

$$\beta = -\frac{1}{2}\psi(\lambda) - \frac{1}{2}\psi(\lambda_A). \quad (20)$$

Используя это выражение и учитывая, что в точке М значение угла отклонения вектора скорости в обоих соотношениях (18) и (20) должно быть одинаковым, получаем

$$\beta_m = \frac{1}{3}\psi(\lambda). \quad (21)$$

Это и есть приближенное значение предельного угла отклонения вектора скорости в точке М в зависимости от расчетной скорости λ_A .

С другой стороны, анализ расчетов поля течения в веере волн разрежения свободно расширяющегося осесимметричного потока позволяет с достаточной точностью аппроксимировать расстояние по оси сопла от критического сечения точки О до точки А (рис. 5), в которой достигается расчетная скорость λ_A , следующим выражением:

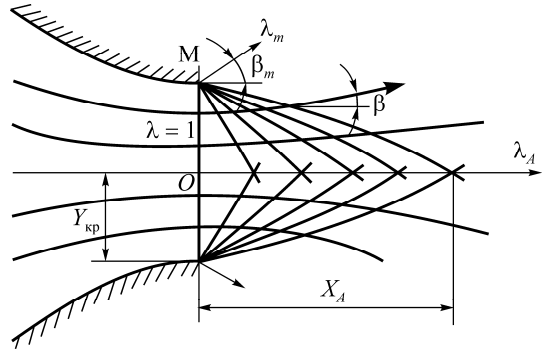


Рис. 4. Схема свободно расширяющегося течения

$$\bar{X}_A = (\bar{Y}_A + 1) \sqrt{1 - \frac{1}{(\bar{Y}_A)^2}}, \quad (22)$$

где \bar{X}_A – относительная координата точки A , отнесенная к радиусу критического сечения,

$$\bar{X}_A = X_A / Y_{кр}; \quad \bar{Y}_A – \text{относительный радиус выходного сечения, } \bar{Y}_A = \frac{Y_A}{Y_{кр}} = \sqrt{F_A}.$$

Положение точки B , через которую проходит контур и срез сопла, находим из условия равномерного и параллельного потока на выходе.

В этом случае прямолинейная характеристика AB выходит из точки A , наклоненной под углом Маха α_A , который определяется расчетной скоростью λ_A :

$$\text{ctg } \alpha_A = \sqrt{\frac{\lambda_A^2 - 1}{1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_A^2}}. \quad (23)$$

Расстояние между точкой A и положением среза B (см. рис. 5)

$$\bar{X}_{AB} = \bar{Y}_A \text{ctg } \alpha_A. \quad (24)$$

Наконец, вся длина сверхзвуковой части сопла с учетом (12) и (14)

$$\bar{X}_O = \bar{X}_A + \bar{X}_{AB}. \quad (25)$$

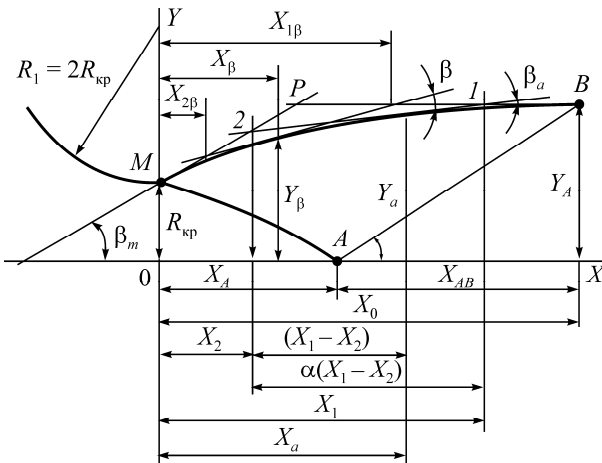


Рис. 5. Схема построения сопла с угловым входом

Таким образом, координаты крайних точек, через которые проходит криволинейный контур сопла (см. рис. 5), известны. Кроме того, известны и углы наклона касательных к контуру в этих точках. Это углы наклона вектора скорости в точке M – β_m и в точке B – $\beta_a = 0$ соответственно, так как на выходе из сопла принято параллельное истечение.

Найдем теперь собственно контур. Как показывает сравнительный анализ, достаточно хорошо точный контур может быть аппроксимирован параболой, которую легко можно провести графически (см. рис. 5) через заданные точки и касательные в них.

Замена точного контура параболой позволяет значительно упростить расчеты, особенно при вычислении контуров производных сопел с заданной непараллельностью на срезе, а порядок вычисления параметров производных сопел будет таким, как в [5].

Радиусное сопло

Практика выдвинула также еще одну задачу – разработку упрощенных методов построения профиля сопла. Это вызвано следующими обстоятельствами. С одной стороны, многие сопла изготавливаются из листовых материалов различными методами штамповки или формуются из композиционных и полимерных материалов с использованием различных приспособлений. В этих случаях технология изготовления не может обеспечить высокой точности соответствие профиля изготовленного сопла его точным расчетно-теоретическим проектным координатам. С другой стороны, при проектных работах часто требуется быстрый простой метод построения профиля сопла, который хотя и будет приближенным, но с гарантией высоких его тяговых характеристик.

Известные методы построения контура профилированных сопел, отличаясь различными деталями расчета и способами построения контура сопла, дают примерно одинаковые по форме профиль и длину сопла и имеют практически одинаковые потери удельного импульса.

В настоящей работе предлагается методика, где в качестве базового семейства контуров используются два семейства контуров: первое базовое сопло – параболическое, а второе – радиусное сопло [6–9].

В основе метода профилирования контура сопла лежит второе базовое радиусное сопло с параллельным, но неоднородным истечением. Срез второго базового радиусного сопла располагается в сечении, проходящем через точку на оси первого базового параболического сопла, в которой достигается характерная для параболического сопла скорость – число Маха (рис. 6).

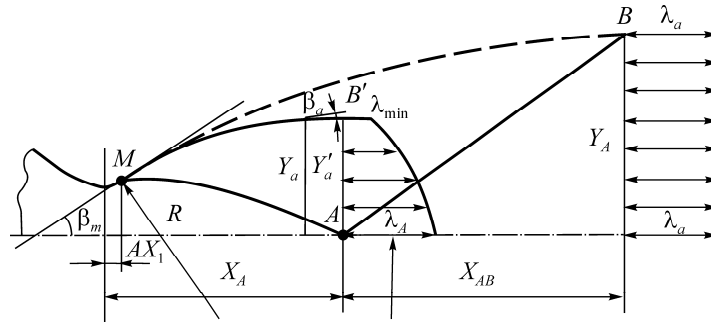


Рис. 6. Схема построения контура радиусного сопла

Для построения профиля сопла с заранее заданным радиусом среза Y_a и углом непараллельности истечения β_a полученное базовое радиусное сопло необходимо обрезать в том сечении, где совпадает заданный радиус среза сопла Y_a .

Если задать в выходном сечении второго базового радиусного сопла условие параллельности потока, то, используя метод характеристик, можно определить профиль предельной линии тока или сопла с угловой точкой в критическом сечении. Поле скорости на срезе такого сопла получается неоднородным – эпюра скорости имеет неоднородный характер: скорость от оси к стенке уменьшается с λ_a до $\lambda_{\min} < \lambda_a$ (см. рис. 6).

Вместе с тем сопло с неоднородным потоком на срезе получается существенно короче аналогичного базового сопла с однородным истечением.

Для упрощения построения и изготовления сопла параболический его контур заменяется дугой окружности радиусом, который рассчитывается как

$$\bar{R} = \bar{X}_A / \sin \beta_m, \quad (26)$$

где β_m – предельный угол отклонения профиля в точке M (см. рис. 6), $\beta_m = 1/3\psi(\lambda_A)$, $\psi(\lambda_A)$ – газодинамическая функция (19).

Кроме того, предполагается, что расстояние от критического сечения сопла до точки на оси, где достигается расчетная скорость M_A (см. рис. 6), равно

$$\bar{X}_A = (\bar{Y}_A + 1) \sqrt{1 - 1/\bar{Y}_A^2}.$$

Относительные координаты центра дуги окружности радиусом R находятся из геометрических соотношений и окончательно имеют следующие выражения:

$$\bar{Y}' = \bar{R} \cos \beta_m [\bar{r} (1 - \cos \beta_m) + 1], \quad (27)$$

$$\bar{X}'_0 = \bar{X}_A + \bar{r} \sin \beta_m, \quad (28)$$

где r – радиус скругления угловой точки $r \leq 0,3R_{\text{кр}}$.

Уравнение окружности – профиля сопла в относительных координатах

$$(\bar{X} - \bar{X}'_0)^2 + (\bar{Y} - \bar{Y}'_0) = \bar{R}^2, \quad (29)$$

откуда

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dY}{dX} = \frac{\bar{X} - \bar{X}'_0}{\bar{Y} - \bar{Y}'_0}. \quad (30)$$

Используя эти выражения, можно получить следующие соотношения координат профиля сопла:

$$\bar{Y} = \frac{\bar{R}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - \bar{Y}'_0, \quad (31)$$

$$\bar{X} = \bar{X}'_0 - \frac{\bar{R} \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (32)$$

Подставляя в уравнения (31) и (32) соотношения (26), (27) и (28), получаем следующие соотношения координат профиля сопла:

$$\bar{Y} = \frac{\bar{X}_A}{\sin \beta_m} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} - \cos \beta_m \right) + [\bar{r}(1 - \cos \beta_m) + 1], \quad (33)$$

$$\bar{X} = \bar{X}_A \left(1 - \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin \beta_m \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} \right) + \bar{r} \sin \beta_m.$$

Абсолютные координаты профиля сопла получаются из соотношений

$$Y = \bar{Y} \cdot Y_{\text{кр}} \quad X = \bar{X} \cdot Y_{\text{кр}} \quad R = \bar{R} \cdot Y_{\text{кр}}. \quad (34)$$

Расчет тяговых характеристик сопла

Для проведения сравнительного анализа тяговых характеристик сопел, контуры которых спрофилированы по трем вышеприведенным методам, были спроектированы три сопла: сопло с равномерным потоком в выходном сечении; параболическое сопло и радиусное сопло со следующими исходными данными для расчета: давление в камере сгорания $p_k = 100 \text{ кг/см}^2$; давление на срезе сопла $p_a = 0,15 \text{ атм.}$; коэффициент адиабаты $\kappa(\gamma) = 1,15$; радиус критического сечения сопла $R_{\text{кр}} = 100 \text{ мм}$; угол на срезе сопла $\beta_a = 8^\circ$. Безразмерные координаты контуров сопел приведены в табл. 1, 2 и 3.

Таблица 1

Безразмерные координаты контура сопла с равномерной характеристикой на выходе, построенные методом характеристик путем решения задачи Гурса

x	y	x	y	x	y
0,00	1,00	1,777	2,096	8,211	4,978
0,045	1,024	2,367	2,444	9,158	5,279
0,098	1,054	2,847	2,712	10,83	5,760
0,255	1,145	4,305	3,447	12,81	6,258
0,459	1,269	4,624	3,594	15,13	6,759
0,778	1,470	5,637	4,031	17,61	7,213
1,147	1,704	6,731	4,459	21,54	7,780

Таблица 2

Безразмерные координаты контура параболического сопла, найденные путем построения параболы при заданных угле предельного отклонения потока на входе в сверхзвуковую часть сопла и угле на его срезе, а также при заданной её длине

x	y	x	y	x	y
0,000	1,000	4,205	3,406	10,91	6,259
0,150	1,011	4,929	3,789	11,71	6,503
0,296	1,045	5,656	4,153	12,53	6,734
0,436	1,100	6,386	4,500	13,362	6,9514
0,566	1,176	7,120	4,831	14,222	7,1565
1,300	1,668	7,861	5,146	15,110	7,3488
2,030	2,136	8,608	5,446	16,033	7,5281
2,756	2,581	9,365	5,731	16,994	7,6943
3,481	3,003	10,13	6,002	18,004	7,8469

Таблица 3

Безразмерные координаты контура радиусного сопла, построенные дугой окружности при заданных координатах её центра, для отыскания которого используется два базовых сопла – параболическое и радиусное

x	y	x	y	x	y
0,000	1,000	3,583	3,463	9,483	6,428
0,177	1,016	4,202	3,860	10,177	6,670
0,349	1,063	4,831	4,240	10,877	6,894
0,510	1,140	5,470	4,604	11,584	7,0995
0,655	1,244	6,118	4,952	12,295	7,2864
1,217	1,718	6,775	5,282	13,015	7,4547
1,791	2,177	7,441	5,595	13,730	7,6043
2,377	2,621	8,114	5,890	14,454	7,7351
2,975	3,050	8,795	6,168	15,1808	7,84688

Математическая модель турбулентного течения вязкого газа представляется моделью, основанной на системе нестационарных, многомерных уравнений Навье–Стокса для сжимаемого газа с соответствующими начальными и граничными условиями и замыкающими соотношениями. Алгоритм и метод расчета тяговых характеристик круглого сопла приведены в работах [11–13, 15].

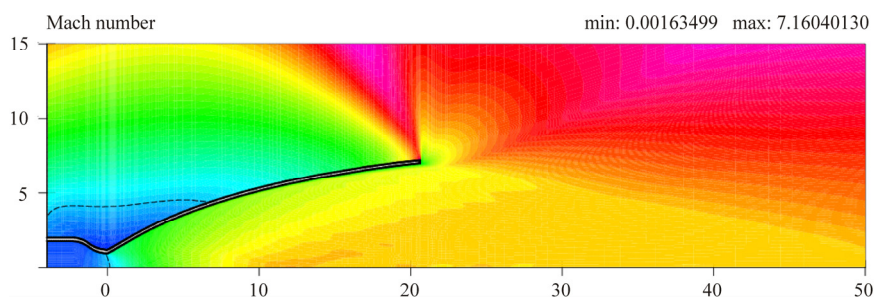
Расчетная сетка построена в областях внутри и снаружи сопла и в области струи, истекающей из сопла. Размер расчетных сеток 300×250 ячеек. Параметры внешней среды соответствуют высоте 200 км.

Результаты расчетов тяговых характеристик круглых сопел, спроектированных тремя разными методами, приведены в табл. 4. Из таблицы видно, что при одинаковых радиусах выходных сечений сопел длины их получаются разные. Если длины сопла с равномерным потоком на выходе и параболического сопла примерно одинаковы, то длина радиусного сопла – существенно короче. Соответственно, и потери у радиусного сопла больше 2,11 % или на ~ 1,6 % по сравнению с другими двумя сравниваемыми соплами.

С другой стороны, так как радиусное сопло короче других, то и масса будет существенно меньше, и с учетом габаритных ограничений это сопло может быть предпочтительным.

Сравнение тяговых характеристик сопел, спроектированных по разным методикам

Безразмерная длина сопла $X/R_{крит}$			По сравнению с соплом с равномерным потоком					
			Импульс ΔI , %			Уд. импульс $I_{уд}$, м/с		
Равномерный поток	Парабола	Радиус	Равномерный поток	Парабола	Радиус	Равномерный поток	Радиус	Парабола
21,54	18,00	15,18	-0,505	-0,378	-2,11	4172,1	4156,8	4084,5

Рис. 7. Поле чисел Маха при высоте $H = 200$ км ($\kappa = 1,20$)

На рис. 7 показаны поля чисел Маха для значения давления в окружающем пространстве, соответствующем высоте полета 200 км, и постоянным параметрам на входе в профилированное реактивное сопло.

Выводы

1. Представлены три способа профилирования сверхзвуковой части сопла:

а) Метод профилирования сверхзвуковой части сопла Лавалья с равномерной характеристикой на выходе, который заключается в нахождении предельной в потоке линии тока (контура сопла), которая проходит через точки, лежащие на пересечении характеристик потока двух разных семейств, для чего, задавшись данными течения в горле сопла, строят течение потока внутри сопла методом характеристик путем заполнения шаг за шагом искомой области течения сеткой, в точках пересечения которой определяются все параметры потока.

б) Метод профилирования контура параболического сопла Лавалья представляет собой замену точного контура параболой, для чего задаются предельной линией отклонения потока на входе в сверхзвуковую часть и углом на его срезе, а её длину находят путем определения местоположения точки на оси сопла, где достигается расчетная скорость сверхзвукового потока – число Маха, что сильно ускоряет построение контура, так как не надо считать течение газа внутри сопла.

в) Метод профилирования радиусного сопла, в основе которого лежит отыскание двух базовых сопел: параболического и радиусного. При этом второе базовое радиусное сопло имеет параллельное, но неоднородное истечение струи. Срез такого второго базового радиусного сопла располагается в сечении, проходящем через точку на оси первого базового параболического сопла, в которой достигается характерная для такого сопла скорость – число Маха.

2. Проведен для каждого из найденных контуров сопел расчет турбулентного течения вязкого газа с целью определения их тяговых характеристик.

3. Выполнен сравнительный анализ тяговых характеристик сопел, спроектированных разными методами, который показал, что контуры сопла, полученные как методом профилирования контура на получение равномерного потока на выходе, так и методом профилирования контура параболического сопла, имеют примерно одинаковую длину, а длина радиусного сопла

короче на 15–30 % длины сопла с равномерным потоком. При этом потери тяги в радиусном сопле составляют 1,5–2,5 %.

Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ грант № 16-01-00444а.

Библиографический список

1. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. – М.: Наука, 1976.
2. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей / А.П. Васильев, В.М. Кудрявцев, В.Д. Курпатенков [и др.]. – М.: Высшая школа, 1993. – Т. 1–2.
3. Мельников Д.А., Пирумов У.Г., Сергиенко А.А. Сопла реактивных двигателей // *Аэродинамика и газовая динамика*. – М.: Наука, 1976.
4. Курпатенков В.Д. Расчет профиля сопла с изломом образующей. – М. Изд-во МАИ, 1975.
5. Пат. РФ на полезную модель. Круглое сопло Лавалья / Семенов В.В., Иванов И.Э. № 132494, 2013 г.
6. Курпатенков В.Д., Семенов В.В., Собачкин А.А. Короткие сопла для ракетных двигателей // *Изв. вузов. Авиационная техника*. – 1995. – № 1. – С. 80–83.
7. Пат. РФ на полезную модель Короткое радиусное сопло ракетного двигателя / Семенов В.В. № 110415, 2011 г.
8. Сергиенко А.А., Собачкин А.А. Профилирование коротких оптимальных сопел // *Изв. вузов. Авиационная техника*. – 1990. – № 2. – С. 62–65.
9. Сергиенко А.А., Семенов В.В., Собачкин А.А. Выбор оптимальных размеров и контура круглого сопла. – М.: Изд-во МАИ, 2004. – 59 с.
10. Стернин Л.Е. Исследование тяговых характеристик реактивных сопел, спроектированных разными методами // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. – 2000. – № 1.
11. Иванов И.Э., Крюков И.А., Квазимонотонный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // *Математическое моделирование*. – 1996. – Т. 8, № 6. – С. 47–55.
12. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с
13. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // *Математическое моделирование*. – 2009. – Т. 21, № 12. – С. 103–121.
14. Газодинамические функции / Ю.Д. Иров [и др.]. – М.: Машиностроение, 1965.
15. Арепьев К.А. Влияние степени турбулентности набегающего потока на аэродинамические характеристики профиля крыла беспилотного летательного аппарата // *Науч. вестн. ГосНИИ ГА: сб. науч. тр.* – 2014. – № 315, № 4. – С. 72–79.
16. Численный метод характеристик расчета неравновесных стационарных и нестационарных течений газа с учетом двухфазности и алгоритмы его реализации / Э.А. Ашратов, В.А. Волков, В.И. Киреев, А.М. Овсянников. – М.: Изд-во МАИ, 1980. – 50 с.

References

1. Abramovich G.N. *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics]. Moscow: Nauka, 1976.
2. Vasiliev A.P., Kudryavtsev V.M., Kurpatenkov V.D. et al. *Osnovy teorii i rascheta zhidkostnykh raketnykh dvigateley* [Fundamentals of the theory and calculation of rocket engines with liquid fuel]. Moscow: Vysshaya shkola, 1993, vol. 1-2.
3. Melnikov D.A., Pirumov U.G. Sergienko A.A. *Sopla reaktivnykh dvigateley* [Jet nozzles]. Moscow: Nauka. *Aerodinamika i gazovaya dinamika*, 1976.
4. Kurpatenkov V.D. *Raschet profilya sopla s izlomom obrazuyushchey* [The calculation of nozzle profile with a kink forming]. Moscow: MAI, 1975.
5. Semenov V.V., Ivanov I.E. *Krugloye soplo Lavalya* [Round Laval nozzle]. Patent of the Russian Federation for utility model No. 132494, 2013.
6. Kurpatenkov V.D., Semenov V.V., Sobachkin A.A. *Korotkiye sopla dlya raketnykh dvigateley* [Short nozzles for rocket engines]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii "Aviatsionnaya Tekhnika"*, 1995, no. 1, pp. 80-83.
7. Semenov V.V. *Korotkoye radiusnoye soplo raketnogo dvigatelya* [Short Radius Nozzle of Rocket Engine]. The patent of the Russian Federation for utility model No. 110415, 2011.

8. Sergienko A.A., Sobachkin A.A. Profiling of short optimal nozzles [Profiling of short optimal nozzles]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii "Aviatsionnaya Tekhnika"*, 1990, no. 2, pp. 62-65.
9. Sergienko A.A., Semenov V.V., Sobachkin A.A. Vybory optimalnykh razmerov i kontura kruglogo sopla [Choosing the optimal size and contour of a round nozzle]. Moscow: MAI, 2004, 59 p.
10. Sternin L.E. Issledovaniye tyagovykh kharakteristik reaktivnykh sopel, sprofilirovannykh raznymi metodami [Study traction characteristics of jet nozzles, profiled by various methods]. *A Journal of Russian Academy of Sciences "Fluid Dynamics"*, 2000, No. 1.
11. Ivanov I.E., Kryukov I.A. Kvazimonotonnyy metod povyshennogo poryadka tochnosti dlya rascheta vnutrennikh i struynykh techeniy nevyazkogo gaza [Extra accuracy quasimonotone method for calculation of internal and jet inviscid flows]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 1996, vol. 8, no. 6, pp. 47-55.
12. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki [Numerical solution of multidimensional gas-dynamic problems]. Moscow: Nauka, 1976, 400 p.
13. Glushko G.S., Ivanov I.E., Kryukov I.A. Metod rascheta turbulentnykh sverkhzvukovykh techeniy [Method of calculation of turbulent supersonic flows]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2009, vol. 21, no. 12, pp. 103-121.
14. Irov Yu.D. and others. Gasdynamicheskiye funktsii [Gas-dynamic functions]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1965.
15. Arepov K.A. Vliyaniye stepeni turbulentnosti nabegaiushchego potoka na aero-dinamicheskie kharakteristiki profil'ya kryla bespilotnogo letatel'nogo apparata [Influence of the degree of free-stream turbulence on the aerodynamic characteristics of the wing profile of an unmanned aerial vehicle]. *Nauchnyi Vestnik GosNII GA, Sbornik nauchnykh trudov*, 2014, (No. 315), No. 4, p. 72-79.
16. Ashratov E.A., Volkov V.A., Kireev V.I., Ovsiannikov A.M. Chislennyy Metod kharakteristik rascheta neravnovesnykh stacionarnykh i nestacionarnykh techeniy gaza s uchetom dvuxfaznosti i algoritmy ego realizatsii [A numerical method for characterizing the calculation of nonequilibrium stationary and nonstationary gas flows with allowance for biphasic and algorithms for its realization]. Moscow, MAI, 1980, 50 p.

Об авторах

Семенов Василий Васильевич (Москва, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры 202 «Ракетные двигатели» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет) (125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: semenov@mai.ru).

Иванов Игорь Эдуардович (Москва, Россия) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры 806 «Вычислительная математика и программирование» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет) (125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: ivanovmai@gmail.com).

Крюков Игорь Анатольевич (Москва, Россия) – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник кафедры 806 «Вычислительная математика и программирование» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет) (125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: ikryukov@gmail.com).

About the authors

Vasiliy V. Semenov (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Technical Science, Professor, Department of Rocket Engines (202 department), Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: semenov@mai.ru).

Igor E. Ivanov (Moscow, Russian Federation) – Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Computational Mathematics and Programming (806 Department), Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: ivanovmai@gmail.com).

Igor A. Kryukov (Moscow, Russian Federation) – Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Department of Computational Mathematics and Programming (806 Department), Moscow Aviation Institute (National Research University) (4, Volokolamskoe shosse, Moscow, 125993, Russian Federation, e-mail: ikryukov@gmail.com).