

DOI: 10.15593/RZhBiomech/2017.4.13  
УДК 531/534:[57+61]



## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДИКИ УСТАНОВКИ СТЕНТА ИЗ МАТЕРИАЛА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭНДОБИЛИАРНЫХ ВМЕШАТЕЛЬСТВ

А.Г. Кучумов<sup>1</sup>, Ю.И. Няшин<sup>1</sup>, В.А. Самарцев<sup>2</sup>, В.С. Туктамышев<sup>1</sup>,  
В.А. Лохов<sup>1</sup>, А.П. Шестаков<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кафедра теоретической механики и биомеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: kuchumov@inbox.ru

<sup>2</sup> Кафедра общей хирургии № 1 Пермского государственного медицинского университета имени академика Е.А. Вагнера Министерства здравоохранения Российской Федерации, 614990, Пермь, ул. Петропавловская, 26, e-mail: samarcev-v@mail.ru

<sup>3</sup> Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Россия, 614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1, e-mail: shar@icmm.ru

**Аннотация.** Заболевания желчного пузыря и желчевыводящих путей занимают третье место в России по распространенности. Наиболее частым осложнением желчнокаменной болезни является рубцовый стеноз большого дуоденального сосочка: сужение места впадения в двенадцатиперстную кишку общего желчного протока и общего панкреатического протока. Для устранения рубцового стеноза большого дуоденального сосочка применяются транспапиллярные и эндобилиарные хирургические методы лечения (направленные на создание нормального оттока желчи и секрета поджелудочной железы в двенадцатиперстную кишку). Наиболее широко применяются эндоскопическая папиллотомия, баллонная дилатация и стентирование гепатикохоледоха. Однако последнее эндобилиарное вмешательство не всегда успешно, поскольку врачи учитывают лишь субъективный опыт, а полных биомеханических моделей, которые могли бы количественно оценить эффективность данной хирургической операции, нет. Таким образом, целью работы является разработка, развитие и усовершенствование методики установки билиарного стента при стенозе терминального отдела гепатикохоледоха на основе математического моделирования, что позволит объективизировать лечение и повысить качество жизни пациента при проведении эндобилиарных вмешательств. Данная цель достигается решением двух связанных между собой задач. Задача 1 посвящена процедуре предоперационной подготовки стента и заключается в установлении связи между деформацией стента с эффектом памяти формы и давлением, приложенным к его внешней поверхности. Задача 2 посвящена определению напряжённо-деформированного состояния внешнего цилиндра (протока) после расширения в нем стента. Для решения задач были использованы соотношения теории упругости, определяющие соотношения для механического поведения материала с памятью формы и теория управления собственными деформациями. Согласно расчётам, стент с памятью формы может быть установлен для достижения диаметра протока в норме (8 мм), если радиус стенозированного протока менее 2,4 мм.

---

© Кучумов А.Г., Няшин Ю.И., Самарцев В.А., Туктамышев В.С., Лохов В.А., Шестаков А.П., 2017  
Кучумов Алексей Геннадьевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

Няшин Юрий Иванович, д.т.н., профессор кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь  
Самарцев Владимир Аркадьевич, д.м.н., профессор, заведующий кафедрой общей хирургии, Пермь  
Туктамышев Вадим Саитзянович, к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

Лохов Валерий Александрович, к.ф.-м.н., завкафедрой теоретической механики и биомеханики, Пермь  
Шестаков Алексей Петрович, м.н.с. Института механики сплошных сред, Пермь

**Ключевые слова:** никелид титана, рубцовый стеноз, стент, управление, эндобилиарное вмешательство.

## ВВЕДЕНИЕ

### Медицинские аспекты применения стентов в хирургии гепатобилиарно-дуоденальной зоны

Стентирование – мини-инвазивное внутрипросветное хирургическое вмешательство, проводимое с целью установки стента – специального полого каркасного устройства, которое помещается в просвет полых органов человека (коронарных сосудов, желчных протоков и т.д.) и обеспечивает проходимость и расширение участка, суженного патологическим процессом [17]. Стентирование нашло широкое применение в разных направлениях медицины – чаще всего этот метод используют для восстановления кровотока в крупных сосудах (артериях), которые питают сердце насыщенной кислородом кровью [33].

Различные методы стентирования стали применять в гепатологии и гастроэнтерологии – в частности, для восстановления просвета желчевыводящих путей [20]. Сужение просвета желчевыводящих протоков на различных уровнях, как и их непроходимость, может наблюдаться при различных заболеваниях, включая злокачественные опухоли печени и поджелудочной железы. В результате такого сужения может развиться холестаз – нарушение оттока желчи, чреватое появлением механической желтухи, развитием холангита – воспаления желчных протоков – и других тяжелых последствий [15, 26]. Стентирование желчевыводящих путей – процедура достаточно сложная, так как при ее проведении обычно используется специальная система, состоящая из проводника, катетера и собственно стента.

Эндоскопическое лечение стенозов желчных протоков основано на использовании пластиковых или саморасправляющихся металлических стентов (рис. 1). Билиарное стентирование производится при доброкачественных и злокачественных стенозах общего желчного протока у части пациентов с высоким операционным риском или у пациентов с невозможностью выполнить радикальную операцию (метастазы/местная инвазия) [29].

Первые эндоскопические вмешательства на большом дуоденальном сосочке (рис. 2) были выполнены в 1974 году К. Kawai в Японии [18] и М. Classen в Германии [13].

Применение эндоскопического стентирования панкреатического протока при помощи пластиковых стентов для лечения или профилактики острого панкреатита было рассмотрено в работах [11, 30, 31]. В статье [8] выполнено транспапиллярное стентирование желчевыводящих путей при доброкачественной опухоли панкреатобилиарной области, что позволило: ликвидировать или уменьшить болевой синдром; привести к норме биохимические и лабораторные показатели крови и мочи; предупредить развитие постманипуляционного панкреатита; подготовить больных к последующему оперативному вмешательству.

В работе [1] представили результаты лечения 13 пациентов с доброкачественными поражениями внепеченочных желчных протоков. Во всех случаях в область сформировавшихся стриктур (сужений) и послеоперационных дефектов желчных протоков антеградным доступом под ультразвуковым и рентгентелевизионным контролем успешно имплантированы эндобилиарные стенты различных модификаций. Средняя продолжительность функционирования имплантатов составила 18 месяцев, максимальная – 48 месяцев.



Рис. 1. Коммерческий стент из сплава с памятью формы для эндобилиарных вмешательств



Рис. 2. Рубцовый стеноз большого дуоденального сосочка

Оценка эффективности эндоскопического билиодуоденального стентирования в лечении больных с опухолевой и послеоперационной рубцовой стриктурой внепеченочных желчных протоков рассмотрена в работе [10]. Результаты показали, что при рубцовых послеоперационных стриктурах данный метод может служить альтернативой хирургической операции, а при опухолевых стриктурах – средством подготовки к операции или окончательным вариантом терапии.

Одной из основных проблем стентирования остаётся перфорация (механическое повреждение) тканей при раскрытии стента. Таким образом, целью работы является разработка, развитие и усовершенствование методики установки стента с памятью формы в желчный проток при рубцовом стенозе на основе математического моделирования, что позволит объективизировать лечение и повысить качество жизни пациента при проведении эндобилиарных вмешательств.

### Биомеханические аспекты применения стентов

Биомеханические свойства нитиноловых стентов и их взаимодействие со стенками каналов являются основными темами, рассматриваемыми в биомеханической литературе. Изучению свойств и характеристик нитиноловых стентов посвящены экспериментальные работы [14, 16, 28]. Следует отметить, что в данных работах отражены результаты механических испытаний стентов, вопросы биосовместимости и анализ гистологических свойств протоков после имплантирования. Однако данные исследования проводились лишь для кардиологических стентов: результатов исследования эндобилиарных стентов в доступной авторам литературе найдено не было. Конечно-элементным расчётам стентов из сплавов с памятью формы посвящены работы [12, 22, 25, 35]. Следует отметить, что в них не учитывается процедура имплантации в сосуд. Более полные модели, связанные с вопросами имплантации, можно найти в работах [27, 32, 34]. Вышеуказанные модели основаны на конечно-элементных моделях (неаналитических), что, в свою очередь, не всегда удобно в хирургической практике, в них не рассматриваются вопросы управления напряжениями в стенке протока, которые играют огромную роль и, что также очень существенно, не изучен вопрос об управлении формой стента и напряжениями, создаваемыми стентом за счёт памяти формы.

Решение задачи управления, отраженное в данной статье, позволит определить параметры предоперационной обработки стента, которые обеспечат правильную форму сосуда после имплантации стента и обеспечат допустимый уровень напряжений в ткани.

Несмотря на относительные успехи в применении таких устройств, данное эндобилиарное вмешательство не всегда успешно, поскольку врачи учитывают лишь субъективный опыт, а полных биомеханических моделей, которые могли бы количественно оценить эффективность данной хирургической операции, нет. Таким образом, целью работы является разработка, развитие и усовершенствование методики установки стента с памятью формы в желчный проток при рубцовом стенозе на основе математического моделирования с учётом определяющих соотношений, описывающих поведение материала с памятью формы, что позволит объективизировать лечение и повысить качество жизни пациента при проведении эндобилиарных вмешательств.

## ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ УСТАНОВКЕ СТЕНТА ИЗ МАТЕРИАЛА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

### Модель системы «стент – проток»

В качестве простейшей модели системы «стент – проток» примем соосные цилиндры (рис. 3), механическое поведение которых соответствует законам теории упругости. Оценим риск возникновения разрушений в этой системе в процессе расширения просвета протока. Решение данной задачи разделим на две составляющие. Первая часть (задача 1) посвящена процедуре предоперационной подготовки стента и будет заключаться в установлении связи между деформацией стента с эффектом памяти формы и давлением, приложенным к его внешней поверхности. Вторая часть (задача 2) будет посвящена определению напряжённо-деформированного состояния внешнего цилиндра (протока) после расширения в нем стента.

### Постановка и решение задачи 1

Для решения первой части задачи рассмотрим внутренний цилиндр без учёта внешнего. Допустим, что диаметр протока, необходимый для нормальной работы билиарной системы, равен  $2R_0$ . Данному значению должен соответствовать начальный внешний диаметр недеформированного стента. Путем приложения давления  $p$  к внешнему контуру стента в аустенитном состоянии можно добиться его сжатия на необходимую величину  $u_0$ . При этом если диаметр отверстия стенозированного протока принять равным  $2R_C$ , то  $u_0 = R_0 - R_C$ . Далее стент имплантируется в проток без натяга и после нагрева расширяется до начального состояния, увеличивая просвет протока (рис. 4).

Определим зависимость  $p$  от  $u_0$  на внешнем контуре стента. В полярных координатах постановка задачи содержит следующие уравнения.

Уравнение равновесия:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (1)$$

Выражение для полных деформаций, записанное с использованием закона Гука:

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^{ph}, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^{ph}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_r^e$ ,  $\varepsilon_\theta^e$ ,  $\varepsilon_r^{ph}$ ,  $\varepsilon_\theta^{ph}$  – компоненты тензоров упругих и фазовых деформаций.

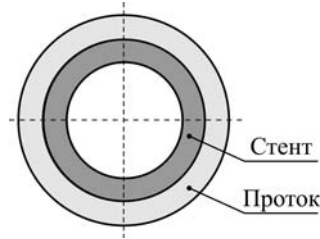


Рис. 3. Система «стент – проток»

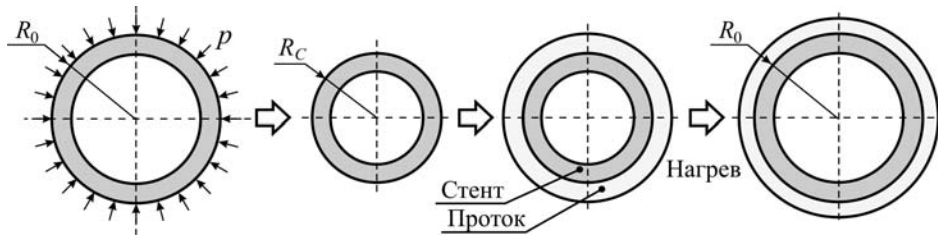


Рис. 4. Схема установки и поведения стента с памятью формы в желчном протоке

Соотношения Коши:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r}. \quad (3)$$

Граничные условия:

$$\sigma_r(r = r_1) = -p, \quad \sigma_r(r = r_2) = 0, \quad (4)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  – внешний и внутренний радиусы цилиндра.

Определяющие соотношения модели А.А. Мовчана для прямого мартенситного перехода [7]:

$$\partial \varepsilon_r^{ph} = (c_0 s_r + a_0 \varepsilon_r^{ph}) \partial q, \quad \partial \varepsilon_\theta^{ph} = (c_0 s_\theta + a_0 \varepsilon_\theta^{ph}) \partial q \quad \text{при } \partial q > 0, \quad (5)$$

где  $q$  – объемная доля мартенсита [7]; символ  $s$  обозначает девиатор тензора напряжений;  $c_0$ ,  $a_0$  – константы материала, определяемые экспериментально,  $\partial \varepsilon_r^*$  и  $\partial \varepsilon_\theta^*$  – изменения собственной деформации в данной точке рассматриваемой области, вызванные изменением объемной доли мартенсита  $\partial q$ .

Найдем напряжения, вызванные поверхностным давлением до начала охлаждения ( $q = 0$ ), что представляет собой решение задачи Ляме при

$$\sigma_r = p \frac{r_1^2 (r^2 - r_2^2)}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)}, \quad \sigma_\theta = p \frac{r_1^2 (r^2 + r_2^2)}{r^2 (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (6)$$

Компоненты девиатора тензора напряжений также удовлетворяют уравнению равновесия (1) и имеют вид

$$s_r = p \frac{r_1^2 (r^2 - 3r_2^2)}{3r^2 (r_2^2 - r_1^2)}, \quad s_\theta = p \frac{r_1^2 (r^2 + 3r_2^2)}{3r^2 (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (7)$$

Для дальнейшего решения задачи о фазовом переходе необходимо интегрировать соотношения (5) по параметру  $q$ . Это представляет собой весьма сложную проблему, так как возникающая фазовая деформация влияет, вообще говоря, на напряжения и уравнения (1)–(5) становятся связанными. Но если фазовая

деформация является свободной от напряжений, т.е. не изменяет напряжений в цилиндре, то соотношения (5) можно интегрировать по  $q$ , считая напряжения постоянными.

Проверим условия для собственной (фазовой) деформации, свободной от напряжений [24]. Уравнение совместности главных деформаций для рассматриваемого случая

$$\varepsilon_r - \frac{\partial}{\partial r}(r\varepsilon_\theta) = 0 \quad (8)$$

можно записать в приращениях компонент тензора собственной деформации по переменной  $q$ :

$$\partial\varepsilon_r^{ph} - \frac{\partial}{\partial r}(r\partial\varepsilon_\theta^{ph}) = 0. \quad (9)$$

Для  $\varepsilon_r^{ph} = \varepsilon_\theta^{ph} = 0$  (при  $q = 0$ ) согласно (5), (7) получаем

$$\partial\varepsilon_r^{ph} = c_0 s_r \partial q = c_0 \left( p_1 \frac{r_1^2 (r^2 - 3r_2^2)}{3r^2 (r_2^2 - r_1^2)} \right) \partial q, \quad \partial\varepsilon_\theta^{ph} = c_0 s_\theta \partial q = c_0 \left( p_1 \frac{r_1^2 (r^2 + 3r_2^2)}{3r^2 (r_2^2 - r_1^2)} \right) \partial q. \quad (10)$$

Подстановка соотношений (10) в (9) показывает тождественность деформаций  $\partial\varepsilon_r^*$  и  $\partial\varepsilon_\theta^*$  в рамках уравнения совместности.

Поскольку граница  $\Gamma_u = \emptyset$  для поставленной задачи, то выполнение необходимых условий доказывает, что собственные деформации (10) являются свободными от напряжений [24].

При следующем приращении  $\partial_1 q$  соотношения (5) дают

$$\partial_1 \varepsilon_r^{ph} = (c_0 s_r + a_0 \partial\varepsilon_r^{ph}) \partial_1 q, \quad \partial_1 \varepsilon_\theta^{ph} = (c_0 s_\theta + a_0 \partial\varepsilon_\theta^{ph}) \partial_1 q,$$

что также удовлетворяет условию для собственной деформации, свободной от напряжений, так как напряжения  $s_r$  и  $s_\theta$  не изменились после первого шага  $\partial q$ , а деформации  $\partial\varepsilon_r^{ph}$  и  $\partial\varepsilon_\theta^{ph}$  после первого шага свободны от напряжений.

Следовательно, зная напряжения (6), можно найти фазовую деформацию, возникающую при мартенситном переходе, интегрируя уравнения (5):

$$\int_0^{\varepsilon_r^{ph}} \frac{\partial\varepsilon_r^{ph}}{c_0 s_r + a_0 \varepsilon_r^{ph}} = 1, \quad \int_0^{\varepsilon_\theta^{ph}} \frac{\partial\varepsilon_\theta^{ph}}{c_0 s_\theta + a_0 \varepsilon_\theta^{ph}} = 1.$$

Результат интегрирования:

$$\varepsilon_r^{ph} = \frac{c_0}{a_0} (e^{a_0} - 1) s_r, \quad \varepsilon_\theta^{ph} = \frac{c_0}{a_0} (e^{a_0} - 1) s_\theta. \quad (11)$$

Поле перемещений, соответствующее (11), будет следующим:

$$u_r = \varepsilon_\theta^{ph} r = p \frac{c_0}{a_0} (e^{a_0} - 1) \frac{r_1^2 (r^2 + 3r_2^2)}{3r (r_2^2 - r_1^2)}.$$

Тогда искомая зависимость  $p(u_0)$  может быть представлена в виде соотношения

$$p = u_0 \frac{a_0}{c_0} \frac{1}{(e^{a_0} - 1)} \frac{3r(r_1^2 - r_2^2)}{r_2^2(3r_1^2 + r^2)}. \quad (12)$$

Компоненты тензора напряжений в цилиндре в зависимости от величины  $p$  определяются с помощью соотношения (6):

$$\sigma_r = u_0 \frac{a_0}{c_0} \frac{1}{(e^{a_0} - 1)} \frac{3r(r_1^2 - r_2^2)}{r_2^2(3r_1^2 + r^2)} \frac{r_1^2}{r^2} \frac{(r_2^2 - r^2)}{(r_1^2 - r_2^2)}, \quad \sigma_\theta = -u_0 \frac{a_0}{c_0} \frac{1}{(e^{a_0} - 1)} \frac{3r(r_1^2 - r_2^2)}{r_2^2(3r_1^2 + r^2)} \frac{r_1^2}{r^2} \frac{(r_2^2 + r^2)}{(r_1^2 - r_2^2)}. \quad (13)$$

### Постановка и решение задачи 2

По аналогии с первой частью решение второй подзадачи можно провести, рассматривая внешний цилиндр в отдельности от внутреннего. При этом действие на проток стента при его расширении необходимо заменить соответствующими граничными условиями в виде задания перемещений на внутренней границе протока.

Как было отмечено ранее, диаметр просвета стенозирванного протока равен  $2R_C$ , внешний диаметр протока определяется толщиной его стенки, равной 1 мм. Будем полагать, что внешняя (по отношению к потоку) среда не сопротивляется растяжению протока, т.е. давление, приложенное к внешнему контуру цилиндра, равно нулю. Стент увеличивает радиус внутренней поверхности  $R_C$  на величину  $u_0$  ( $u_0 = R_0 - R_C$ ) (рис. 5), рассмотренную на предыдущем этапе решения задачи.

Таким образом, получаем следующую постановку осесимметричной плоской задачи теории упругости.

Условия равновесия:

$$\sigma_r = 2C_1 + \frac{C_2}{r}, \quad \sigma_\theta = 2C_1 - \frac{C_2}{r}, \quad u = 2C_1 \frac{1-\nu}{E} - \frac{C_2}{r} \frac{1+\nu}{E}, \quad (14)$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  и  $u$  – радиальные, окружные напряжения и перемещения в точках цилиндра, удалённых на расстояние  $r$  от его центра;  $E$  и  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала. Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определяются из граничных условий

$$u(r = R_C) = u_0, \quad \sigma_r(r = R_1) = 0,$$

где  $R_C$  – начальный радиус стенозирванного протока;  $R_1$  – внешний радиус протока.

Подставляя данные условия в соотношения (3), получаем

$$\sigma_r = \frac{R_C u_0 E}{R_C^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} - \frac{R_C R_1^2 u_0 E}{R_C^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} \frac{1}{r^2}, \quad (15)$$

$$\sigma_\theta = \frac{R_C u_0 E}{R_C^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} + \frac{R_C R_1^2 u_0 E}{R_C^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} \frac{1}{r^2}, \quad (16)$$

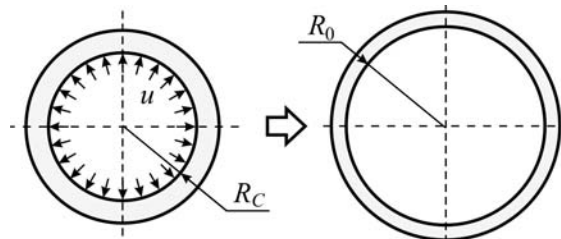


Рис. 5. Схема подзадачи 2

$$u = \frac{R_c u_0 E}{R_c^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} \frac{1-\nu}{E} r + \frac{R_c R_1^2 u_0 E}{R_c^2(1-\nu) + R_1^2(1-\nu)} \frac{1+\nu}{E} \frac{1}{r^2}. \quad (17)$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ

### Результаты решения задачи 1

В работе [19] представлено решение задачи оптимизации для нахождения оптимальной формы протока при рубцовом стенозе с учётом индивидуальных особенностей пациента. В данном случае примем диаметр протока равным 8 мм, соответствующим значению в норме, т.е.  $r_1 = R_0 = 0,004$  м. Материалом, из которого изготовлен стент, является никелид титана ( $c_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  1/МПа,  $a_0 = 0,172$  [7]). Таким образом, для внешнего контура рассматриваемого цилиндра (при толщине его стенки в 1 мм) зависимость (1) можно представить в виде графика, приведенного на рис. 6.

Отметим, что на представленном графике степень стенозирования  $s$  протока (отношение  $R_c$  к  $R_0$ ) варьируется от 0 до 75%.

Для разной степени стенозирования  $s$  графики напряжений (2) в зависимости от радиальной координаты изображены на рис. 7.

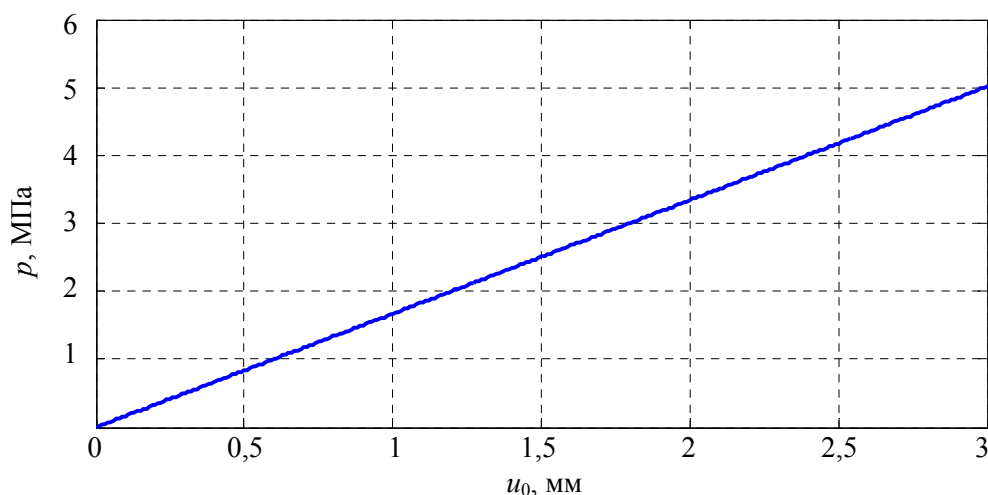


Рис. 6. Зависимость давления  $p$  от перемещения  $u_0$

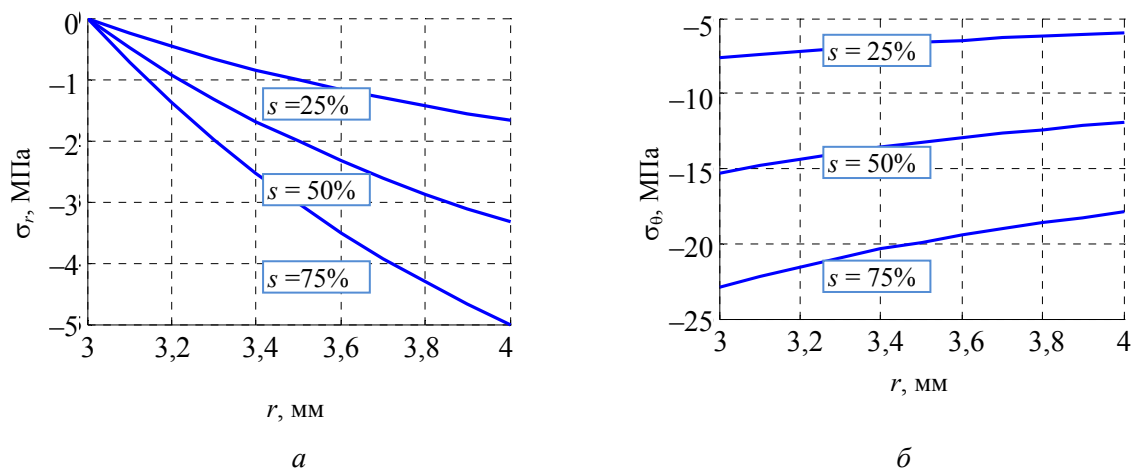


Рис. 7. Распределения напряжений в стенте при различной степени стенозирования: а – радиальные напряжения, б – окружные



Согласно этим графикам напряжения, возникающие в модели стента даже при его значительном сжатии, далеки от критических значений (предел прочности никелида титана составляет 1100 МПа [9]).

### Результаты решения задачи 2

При различных значениях модуля упругости  $E$  протока и коэффициента Пуассона  $\nu=0.4$  (величины  $E$  и  $\nu$  взяты из работы [21]) напряжения, выраженные в формулах (4), (5) определяются графиками, приведенными на рис. 8 ( $s=50\%$ , т.е.  $R_c = 2$  мм,  $R_0 = 4$  мм).

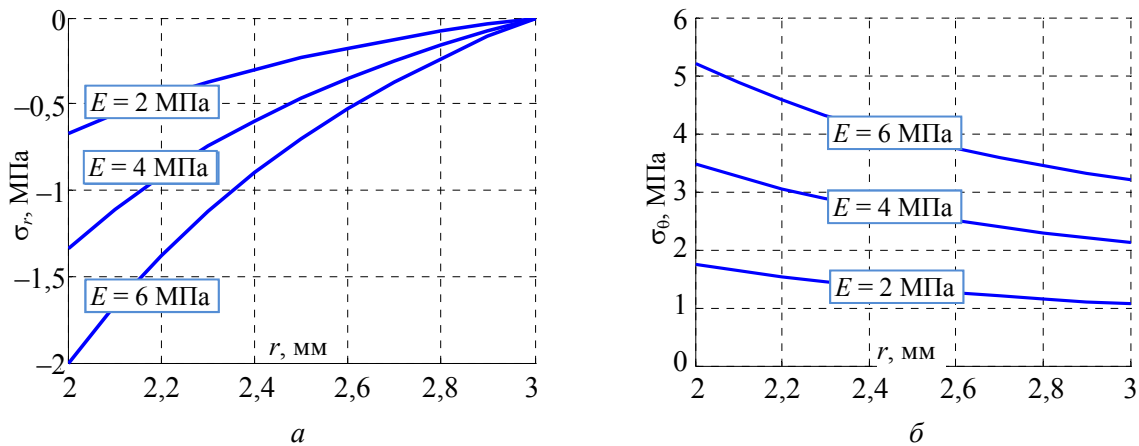


Рис. 8. Распределения напряжений в желчном протоке при различной степени стенозирования: а – радиальные напряжения, б – окружные

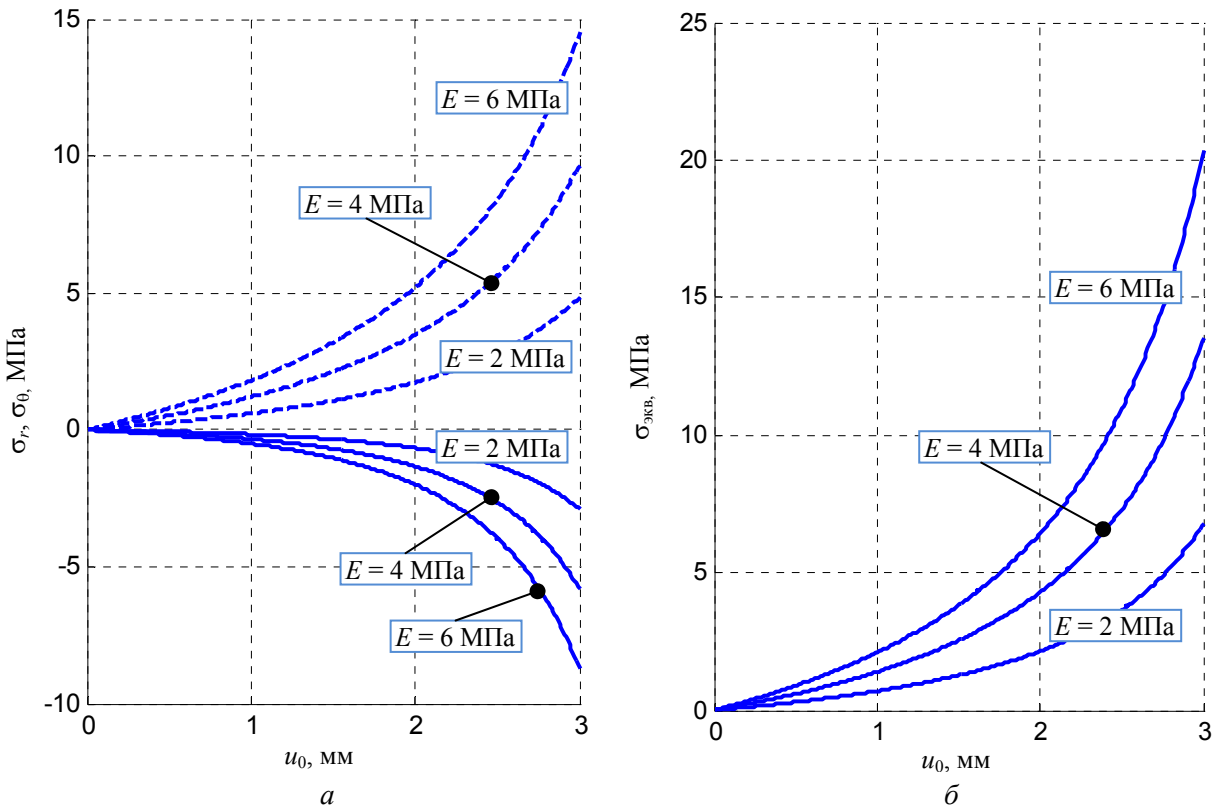


Рис. 9. Зависимости напряжений от  $u_0$  при различных модулях Юнга желчного протока: а – радиальные  $\sigma_r(u_0)$  (сплошная линия) и окружные напряжения  $\sigma_\theta(u_0)$  – пунктирная линия; б – эквивалентные напряжения  $\sigma_{экв}(u_0)$

Из графиков видно, что наибольшие напряжения реализуются на внутренней границе модели протока. Поэтому целесообразно рассмотреть компоненты  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  в данной области в зависимости от величины  $u_0$ . На рис. 9 изображены графики функций  $\sigma_r(u_0)$  и  $\sigma_\theta(u_0)$  при  $r = R_C$ , а также соответствующие эквивалентные по Мизесу напряжения  $\sigma_{\text{экв}}$ .

Согласно литературным данным, эквивалентные напряжения в протоке не могут превышать величины, равной 4,42 МПа [23]. Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что при условии принятых допущений и данных разрушения тканей протока будут наблюдаться при значениях переменной  $u_0$  выше 1,6; 2 и 2,6 мм для величин модуля упругости 2; 3 и 6 МПа соответственно.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе на основе простейшей модели самораскрывающегося стента из материала с эффектом памяти формы показан подход к решению задачи о стентировании большого дуоденального сосочка. Данный подход позволяет оценить напряженно-деформированное состояние модели системы «стент – проток» при ее расширении, что делает возможным проведение анализа возникновения разрушений биологических тканей. Например, согласно приведенным вычислениям, при оптимальном диаметре просвета протока радиус стенозирванного протока  $R_C$  не должен быть меньше 2,4 мм, если модуль его упругости равен 2 МПа.

Таким образом, развитие описанной модели позволит реализовать объективную систему помощи для принятия решений по установке стентов при стенозах терминального отдела гепатикохоледаха различной этиологии.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-08-00718 и гранта «Государственное задание 2017–2019», шифр проекта 19.7286.2017/8.9.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулезнева Ю.В., Израйлов Р.Е., Куприянов Е.Ю., Гурченкова Е.Ю., Капустин В.И., Кириллова М.С. Саморасправляющиеся стенты в лечении пациентов с доброкачественными стриктурами и травмами желчных протоков // Тихоокеанский медицинский журнал. – 2011. – № 4. – С. 29–32.
2. Кучумов А.Г., Лохов В.А., Няшин Ю.И., Менар М., Селянинов А.А. Численное решение задачи оптимизации для определения параметров установки фиксаторов с памятью формы // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 1. – С. 18–28.
3. Кучумов А.Г., Лохов В.А., Словиков С.В., Вильдеман В.Э., Штраубе Г.И., Суторихин Д.А. Экспериментальное исследование сплавов с памятью формы, применяющихся в медицине // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 3. – С. 7–19.
4. Лохов В.А., Кучумов А.Г. Создание заданных усилий в фиксаторах, изготовленных из сплавов с эффектом памяти формы // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Т. 10, № 3. – С. 41–52.
5. Лохов В.А., Няшин Ю.И., Кучумов А.Г. Сплавы с памятью формы: применение в медицине. Обзор моделей, описывающих их поведение // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 3. – С. 9–27.
6. Лохов В.А., Няшин Ю.И., Кучумов А.Г., Менар М., Гачкевич А.Р., Будз С.Ф., Оньшко А.Е. Применение материалов с эффектом памяти формы к лечению патологий зубочелюстной системы // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т. 12, № 4. – С. 7–17.
7. Мовчан А.А. Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. – 1995. – № 1. – С. 197–205.
8. Сайфутдинов И.М., Славин Л.Е., Галимзянов А.Ф., Зимагулов Р.Т. Результаты транспиллярного стентирования желчевыводящих путей при доброкачественной и злокачественной патологии панкреатобилиарной области // Современная эндоскопия. – 2013. – Т. 67, № 2. – С. 52–55.

9. Солдатова М.И., Ходоренко В.Н., Гюнтер В.Э. Физико-механические и прочностные свойства сплавов на основе никелида титана (ТН-10, ТН-20, ТН-1В) // Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. – 2013. – Т. 322, № 2. – С. 135–139.
10. Шаповальянц С.Г., Паньков А.Г., Мыльников А.Г., Будзинский С.А., Орлов С.Ю. Возможности эндоскопического билиодуоденального протезирования в лечении опухолевых и рубцовых стриктур внепеченочных желчных протоков // Российский журнал гастроэнтерологии, гепатологии, колопроктологии. – 2008. – Т. 18, № 6. – С.57–63.
11. Brackbill S., Young S., Schoenfeld P., Elta G. A survey of physician practices on prophylactic pancreatic stents // *Gastrointestinal Endoscopy*. – 2006. – Vol. 64, № 1. – P. 45–52.
12. Brand M., Ruykin M. The cardiocoil stent-artery interaction // *Journal of Biomechanical Engineering, Transactions of the ASME*. – 2005. – Vol. 127. – P. 337–344.
13. Classen M., Demling L. Endoskopische sphinkterotomie der papilla Vateri und steinextraktion aus dem ductus choledochus // *Deutsch. Med. Wochenschr.* – 1974. – Vol. 99, № 1. – P. 496–497.
14. Grenacher L., Rohde S., Ganger E., Deutsch J., Kauffmann G.W., Richter G.M. In vitro comparison of self-expanding versus balloon-expandable stents in a human ex vivo model // *Cardiovascular and Interventional Radiology*. – 2006. – Vol. 29. – P. 249–254.
15. Grolich T., Crha M., Novotný L., Kala Z., Hep A., Nečas A., Hlavsa J., Mitáš L., Misík J. Self-expandable biodegradable biliary stents in porcine model // *Journal of Surgical Research*. – 2015. – Vol. 193, № 2. – P. 606–612.
16. Hanus J., Zahora J. Measurement and comparison of mechanical properties of nitinol stents // *Physica Scripta*. – 2005. – Vol. 118. – P. 264–267.
17. Hart J.P., Peeters P., Verbist J., Deloose K., Bosiers M. Do device characteristics impact outcome in carotid artery stenting // *Journal of Vascular Surgery*. – 2006. – Vol. 44. – P. 725–730.
18. Kawai K., Akasaka Y., Murakami K., Tada M., Koli Y. Endoscopic sphincterotomy of the ampulla of Vater // *Gastrointestinal Endosc.* – 1974. – Vol. 20, № 4. – P. 148–151.
19. Kuchumov A., Tuktamyshev V., Kamaltdinov M. Peristaltic flow of lithogenic bile in the Vateri's papilla as non-Newtonian fluid in the finite-length tube: analytical and numerical results for reflux study and optimization // *Lekar a Technika*. – Vol. 47, № 2. – P. 35–42.
20. Lee Y.N., Moon J.H., Choi H.J., Choi M.H., Lee T.H., Cha S.W., Cho Y.D., Choi S.Y., Lee H.K., Park S.H. Effectiveness of a newly designed antireflux valve metal stent to reduce duodenobiliary reflux in patients with unresectable distal malignant biliary obstruction: a randomized, controlled pilot study // *Gastrointestinal Endoscopy*. – 2015 – Vol. 83, № 2. – P. 404–412.
21. Li W.C., Zhang H.M., Li J. Comparison of biomechanical properties of bile duct between pigs and humans for liver xenotransplant // *Transplantation Proceedings*. – 2013. – № 45. – P. 741–747.
22. Migliavacca F., Petrini L., Massarotti P., Schievano S., Auricchio F., Dubini G. Stainless and shape memory alloy coronary stents: a computational study on the interaction with the vascular wall // *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*. – 2004. – Vol. 2, № 4. – P. 205–217.
23. Monson K.L., Goldsmith W., Barbaro N.M., Manley G.T. Axial mechanical properties of fresh human cerebral blood vessels // *J Biomech Eng.* – 2003. – Vol. 125, № 2. – P. 288–294.
24. Nyashin Y., Lohov V., Ziegler F. Stress-free displacement control of structures // *Acta Mechanica*. – 2005. – Vol. 175. – P. 45–56.
25. Petrini L., Migliavacca F., Massarotti P., Schievano S., Dubini G., Auricchio F. Computational studies of shape memory alloy behavior in biomedical applications // *Journal of Biomechanical Engineering, Transactions of the ASME*. – 2005. – Vol. 127. – P. 716–725.
26. Rodarte-Shade M., Kahaleh M. Stent placement as a bridge to surgery in malignant biliary obstruction (pancreatic cancer, distal bile duct cancer, and hilar tumors) // *Gastrointestinal Intervention*. – 2015. – Vol. 4, № 1. – P. 21–26.
27. Saleebn A.F., Dhakal B., Owusu-Danquah J.S. On the role of SMA modeling in simulating nitinol self-expanding stenting surgeries to assess the performance characteristics of mechanical and thermal activation schemes // *J. Mech. Behav. Biomed. Mater.* – 2015. – Vol. 49. – P. 43–60.
28. Santhosh N., Reddy V., Aswatha K., Seetharamu N., Kumar S. S., Anand M., Kumar U.L. Experimental and analytical studies on mechanical properties of nitinol based shape memory alloys for biomedical application // *International Journal of Advanced and Innovative Research*. – 2015. – Vol. 4, № 8. – P. 33–39.
29. Sawas T., Al-Halabi S., Parsi M.A., Vargo J.J. Self-expandable metal stents versus plastic stents for malignant biliary obstruction: a meta-analysis // *Gastrointestinal Endoscopy*. – 2015 – Vol. 82, № 2. – P. 256–267.
30. Smithline A., Silverman W., Rogers D., Nisi R., Wiersema M., Jamidar P., Hawes R., Lehman G. Effect of prophylactic main pancreatic duct stenting on the incidence of biliary endoscopic sphincterotomy-induced pancreatitis in high-risk patients // *Gastrointestinal Endoscopy*. – 1993. – Vol. 39, № 5. – P. 652–657.

31. Sofuni A., Maguchi H., Itoi T., Katanuma A., Hisai H., Niido T., Toyota M., Fujii T., Harada Y., Takada T. Prophylaxis of post-endoscopic retrograde cholangiopancreatography pancreatitis by an endoscopic pancreatic spontaneous dislodgement stent // Clin. Gastroenterol. Hepatol. – 2007. – Vol. 5. – P. 1339–1346.
32. Theriault Ph., Theriault Pat., Brailovski V., Gallo R. Finite element modeling of a progressively expanding shape memory stent // Journal of Biomechanics. – 2006. – Vol. 39. – P. 2837–2844.
33. Thurnher S.A., Grabenwöger M. Endovascular treatment of thoracic aortic aneurysms: a review // Eur. Radiol. – 2002. – Vol. 12. – P. 1370–1387.
34. Wei W., Qi M., Liu X.P., Yang D., Wang W.Q. Delivery and release of nitinol stent in carotid artery and their interactions: A finite element analysis // Journal of Biomechanics. – 2007. – Vol. 40, № 13. – P. 3034–3040.
35. Whitcher F.D. Simulation of in vivo loading conditions of nitinol vascular stent structures // Computers and Structures. – 1997. – Vol. 64. – P. 1005–1011.

## MATHEMATICAL MODELLING OF SHAPE MEMORY STENT PLACING AT ENDOBILIARY INTERVENTIONS

**A.G. Kuchumov, Yu.I. Nyashin, V.S. Samartsev, V.S. Tuktamyshev,  
V.A. Lokhov, A.P. Shestakov (Perm, Russia)**

Gallbladder and biliary tract diseases ranks third in Russia by number of patients. The most common complication of the gallbladder disease is the papillary stenosis. The papillary stenosis results in narrowing of the confluence of the duodenum, common bile duct and pancreatic duct in common. To eliminate papillary stenosis the surgeons apply transpapillary endobiliary surgical treatment methods aimed at providing normal bile outflow and pancreatic juice into the duodenum. Endoscopic papillotomy, ballon dilatation, and stenting of the common bile duct are widely performed surgical operations. However, the last endobiliary intervention is not always successful because physicians consider only their subjective experience, and there are not complete biomechanical models of stent-bile duct interaction that could quantify the surgical procedure effectiveness. Thus, the aim is to develop and improve the installation procedure of the shape memory biliary stent in terminal department of the common bile duct with papillary stenosis on the basis of mathematical modeling for the objectification of treatment and improve patient the quality of life during endobiliary surgery. The presented aim is achieved by the solving of two interconnected problems. Problem 1 is devoted to the procedure of pre-operative stent treatment and estimation of the link between shape memory stent deformation and the pressure, applied to its external surface. Problem 2 is related to determination of stress–strain state of the external cylinder (duct) after stent expansion. To solve the problems, the theory of elasticity relations, constitutive equations for mechanical behavior of shape memory alloy and eigenstrain control theory were adopted. According to computations, shape memory stent can be inserted to achieve normal duct diameter (8 mm) in case when stenosed duct diameter is not less than 2.4 mm.

**Key words:** nickel titanium, papillary stenosis, stent, control, endobiliary intervention.

*Получено 26 ноября 2017*