

УДК 624.131.54

**А.В. Безматерных, В.Г. Офрихтер**

**A.V. Bezmaternykh, V.G. Ofrikhter**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Perm National Research Polytechnic University

## **ЯВЛЕНИЕ ДИЛАТАНСИИ И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ХАРАКТЕР ДЕФОРМИРОВАНИЯ ГРУНТОВ ПОД НАГРУЗКОЙ**

### **THE PHENOMENON OF DILATANCY AND ITS IMPACT ON THE NATURE OF DEFORMATION OF SOIL UNDER LOAD**

Статья посвящена явлению дилатансии в зернистой среде. Рассмотрены параметры, используемые для определения и расчетов влияния дилатансии. Проанализированы возможности применения ассоциированного и неассоциированного закона пластического течения для расчетов по второй группе предельных состояний.

**Ключевые слова:** дилатансия, пластическая деформация, пластический потенциал.

The article is devoted to the phenomenon of dilatancy in a granular environment. Reviewed the parameters used for the definition and calculations of the influence of dilatancy. The possibilities of application of the associated and non-associated law of plastic flow for calculations for the second group of limiting States are analyze.

**Keywords:** dilatancy, plastic deformation, plastic potential.

Впервые явления разрыхления и уплотнения песков при сдвиге были отмечены О. Рейнольдсом в 1886 г. Он назвал это явление дилатансией и объяснил его переупаковкой частиц песка при сдвиге [1].

Дилатансия проявляется как при упругом, так и при пластическом и вязком деформировании, причем во всех случаях она может сопровождаться как увеличением объема, так и его уменьшением, тогда это явление называется контракцией [2]. Эти явления наблюдаются и на образцах грунта в лабораторных условиях, и в основании зданий и сооружений.

Нередко наблюдается несоответствие расчетной прочности грунтов с определенной из натуральных экспериментов, что является результатом неучета дилатирования грунтов [3].

В настоящей работе рассматриваются явление дилатансии в зернистой среде, используемые параметры для определения и расчетов влияния дилатансии, а также возможность применения ассоциированного и неассоциированного закона пластического течения для расчетов по второй группе предельных состояний.

Разрушение несвязного грунта вызывает изменения первоначального сложения зерен, которое происходит под действием сил межгранулярного трения и зацепления, т.е. выражается в сдвигах. Изменение плотности несвязного грунта есть результат пластической деформации от переупаковки частиц, которая может выражаться в их взаимном смещении, скалывании и переориентации [3].

Казагранде ввел понятие критической плотности. Это плотность, к которой при длительном сдвиге стремятся плотные и рыхлые песчаные грунты. Согласно исследованиям В.Н. Бурлакова и А.З. Тер-Мартirosяна [4] можно говорить о том, что большие нормальные напряжения увеличивают значение критической плотности. Отмечаемое в сдвиговых опытах подавление дилатансии с увеличением нормального давления предполагает, соответственно, уменьшение толщины слоя зерен, вовлеченных в переупаковку. Это имеет физическое объяснение, так как чем выше напряжения в точках контакта, тем труднее вызвать скольжение [4].

Между плотностью песчаного грунта, критической плотностью и коэффициентом дилатансии существует следующая зависимость [4]:

$$\eta = d \frac{m - m_{кр}}{m_{кр}} \quad (1)$$

где  $d$  – безразмерный коэффициент;  $\eta$  – коэффициент дилатансии, который можно определить как  $\eta = \text{tg}\psi$  в предельном состоянии;  $m$  – плотность грунта;  $m_{кр}$  – критическая плотность.

Из опытов, проведенных с цилиндрическими образцами плотного песка при осевом сжатии, видно, что пластические деформации, дилатансия, дальнейшее разрушение локализуются вдоль некоторой узкой зоны (поверхности скольжения) [3]. За пределами полосы поверхности скольжения переупаковки не происходит. При решении задач предельного равновесия сыпучих масс главной проблемой является нахождение потенциальных линий скольжения. Образцы же из рыхлого песка разрушаются, принимая бочкообразную форму. Реальные сыпучие материалы в области высоких давлений дробятся, чему соответствует слом прямой Мора–Кулона и изменение эффективных угла трения, сцепления и дилатансии [5].

Если рассматривать случаи стесненного дилатирования, то можно говорить о том, что на условия сдвига и прочность грунта оказывают влияние факторы деформирования среды за пределами поверхности разрушения. Напряженное состояние зоны разрушения определяется отпором смежного массива, степень которого есть функция его деформационных характеристик, которые сообщаются внешними воздействиями. Возникающие дилатантные

напряжения тем выше, чем жестче массив, плотнее грунт, крупнее его зерна и прочнее минерал [3].

Стесненная дилатансия, развивающаяся во всем объеме области пластических деформаций, приводит к внутренним и внешним выпорам. Условия внутреннего выпора наиболее полно моделируются в приборах трехосного сжатия по методу раздавливания. Необходимо отметить, что стеснение дилатансии является резервом дополнительной прочности грунта при внутреннем выпоре и не учитывается согласно существующим представлениям.

Для описания эффекта дилатансии используется угол дилатансии, который определяется как отношение объемной деформации при сдвиге к деформации сдвига, не являющийся постоянной величиной [1]:

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{\Delta\varepsilon_v}{\Delta\gamma}, \quad (2)$$

где  $\Delta\varepsilon_v$  – объемная деформация при сдвиге;  $\Delta\gamma$  – деформация сдвига.

Угол дилатансии для условий плоской деформации определяется из выражения [6]

$$\sin\psi_{\max} = \left( -\frac{d\varepsilon_1 + d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3} \right). \quad (3)$$

Деформация формы в грунтах зависит и от девиаторной, и от гидростатической части тензора напряжений, также довольно часто оказывает влияние вид напряженного состояния [7].

На данный момент для описания нелинейного деформирования грунтов в основном используются различные варианты теории течения, в которых используются как ассоциированные, так и неассоциированные законы пластического течения. При определении соотношений в рамках теории пластического течения исходят из соосности векторов главных напряжений, линейных и пластических составляющих главных деформаций.

Для того чтобы найти решение задач теории предельного равновесия, необходимо совместно решить дифференциальные уравнения равновесия с учетом условия предельного напряженного состояния грунта. По Кулону–Мору, для плоской деформации система уравнений имеет вид [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} &= X, \\ \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} &= Z, \\ (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 4\tau_{xz}^2 &= (\sigma_z + \sigma_x + 2c \cdot \operatorname{ctg}\varphi)^2 \cdot \sin^2\varphi, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c$  – удельное сцепление грунта;  $\varphi$  – угол внутреннего трения;  $X, Z$  – компоненты объемных сил.

В дополнение к функциям текучести модели Мора–Кулона определяют функции пластического потенциала – такой функции напряжения, частная производная от которой пропорциональна приращениям пластической деформации [2]:

$$g = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \sin \psi. \quad (5)$$

Первые предложения были связаны с формальным применением ассоциированного правила к условию Мора–Кулона, обобщенного в форме Мизеса–Шлейхера–Боткина [5].

Приращения пластических деформаций могут быть определены из закона течения, который основывается на понятии пластического потенциала  $g = g(\sigma_{ij})$ . Мизес предложил идентифицировать пластический потенциал с функцией текучести [8]. Таким образом, общий вид закона пластического течения имеет вид

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (6)$$

где  $\lambda$  – неопределенный положительный коэффициент пропорциональности, являющийся функцией напряженного состояния.

В практических целях пластический потенциал часто заменяется функцией текучести, что приводит к ассоциированному закону течения [8]

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (7)$$

Уравнение (7) означает, что приращение пластических деформаций может быть представлено вектором, нормальным к поверхности текучести.

Функция текучести грунта в точке по Мору–Кулону имеет вид

$$f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \sin \varphi - c \cos \varphi = 0. \quad (8)$$

Угол трения и сцепление – параметры пластической модели, которые есть в функциях текучести. Эти функции текучести представляют собой шестигранную пирамиду в пространстве главных напряжений [5].

Условие текучести Кулона–Мора для песчаных грунтов:

$$f = (\sigma_1 - \sigma_3)^2 - (\sigma_1 + \sigma_3)^2 \sin^2 \varphi = 0.$$

При дифференцировании функции текучести по  $\sigma_1$

$$f' = 2\sigma_1(1 - \sin^2 \varphi) - 2\sigma_3(1 - \sin^2 \varphi) = 0.$$

При дифференцировании функции текучести по  $\sigma_3$

$$f' = 2\sigma_3(1 - \sin^2 \varphi) - 2\sigma_1(1 - \sin^2 \varphi) = 0.$$

Подставим в полученные уравнения значения угла внутреннего трения  $\varphi$  и напряжения  $\sigma_1, \sigma_3$  для армированного песка  $\sigma_1 = 1600$  кПа  $>$   $\sigma_3 = 100$  кПа;  $\varphi = 49^\circ$ .

$$d\varepsilon_1^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_1} = \lambda(2 \cdot 1600(1 - 0,57) - 2 \cdot 100(1 + 0,57)) = 1063,4\lambda,$$

$$d\varepsilon_3^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_3} = \lambda(2 \cdot 100(1 - 0,57) - 2 \cdot 1600(1 + 0,57)) = -4936,6\lambda,$$

где  $d\varepsilon_1^p$  – вертикальные деформации;  $d\varepsilon_3^p$  – горизонтальные деформации. Полученные результаты не согласуются с экспериментальными данными.

Таким образом, применение ассоциированного закона пластического течения приводит к завышенным значениям горизонтальных деформаций, что противоречит результатам натуральных испытаний. Нереальность отсутствия диссипации в среде с сухим трением часто служит аргументом против применения ассоциативного закона в любой его форме [5].

Применение неассоциированного закона течения позволяет учитывать влияние дилатансии. Неучет явления дилатансии приводит к искажению расчетных показателей и схем деформирования грунтов.

### Список литературы

1. Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов. Состояние вопроса: монография. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2008. – 696 с.
2. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов: учеб. пособие для строит. вузов. – М.: Высш. школа, 1978. – 447 с.
3. Соболевский Д.Ю. Прочность и несущая способность дилатирующего грунта. – Минск: Навука і тэхніка, 1994. – 232 с.
4. Бурлаков В.Н., Тер-Мартirosян А.З. Дилатансия, влияние на деформируемость грунтов // Вестник Моск. гос. строит. ун-та. – 2010. – № 4. – С. 182–193.
5. Николаевский В.Н. Собрание трудов. Геомеханика. Т. 1. Разрушение и дилатансия. Нефть и газ. – М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика: Институт компьютерных исследований, 2010. – 640 с.

6. Bolton M.D. The strength and dilatancy of sand // Geotechnique 36. – № 1. – P. 65–78.

7. Иванов П.Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений: учеб. для гидротехн. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1985. – 352 с.

8. Шапиро Д.М. Теория и расчетные модели оснований и объектов геотехники: монография. – Воронеж: Научная книга, 2012. – 164 с.

Получено 25.09.2017

**Безматерных Александра Владимировна** – студентка, строительный факультет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, e-mail: sos-clauf@yandex.ru.

**Офрихтер Вадим Григорьевич** – доктор технических наук, профессор кафедры «Строительное производство и геотехника», строительный факультет, Пермский национальный исследовательский политехнический университет, e-mail: ofrikhter@mail.ru.