

М.Г. Бояршинов, Д.С. Балабанов, А.В. Харченко

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

ПЕРЕНОС И РАССЕЯНИЕ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ ТЯЖЕЛОГО НАГРЕТОГО ГАЗА

Представлено решение пространственной задачи о движении смеси воздуха и тяжелого нагретого газа, поступающего из локализованного источника, полученное с использованием системы уравнений Эйлера (неразрывности, импульса, энергии, состояния и дополнительного уравнения концентрации) с соответствующими начальными и граничными условиями. Численное решение строится на основе метода Давыдова (крупных частиц). Вычислительный эксперимент позволяет изучать эволюцию полей скорости, плотности, энергии, давления и концентрации газовой примеси в рассматриваемой области.

Ключевые слова: газовая динамика, система уравнений Эйлера, метод крупных частиц

Рассеяние тяжелого нагретого газа обусловлено механизмами положительной и отрицательной плавучести газа, переносимого атмосферным потоком в поле силы тяжести. Прикладное значение исследования такого явления определяется наличием значительного числа реальных процессов, влияющих на состояние окружающей среды: подъем легких взрывоопасных газов на значительные высоты [1], растекание холодного тяжелого газа в результате промышленной аварии [2], формирование и перенос на дальние расстояния облака продуктов сгорания ракетного топлива при проведении огневых наземных испытаний [3], загрязнение приземной атмосферы городской территории отработанными газами автомобильного транспорта [4] и проч.

Для моделирования движения газоздушного потока, образованного смешением условно чистого воздуха с тяжелым нагретым газом, поступающим из локализованного источника, используется система уравнений Эйлера, описывающая движение сплошной среды в рассматриваемой области и включающая эволюционные уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = m \delta(\mathbf{r}_S), \quad (1)$$

движения

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) + \nabla P = \rho \mathbf{g} + m \mathbf{V}_m \delta(\mathbf{r}_S), \quad (2)$$

полной удельной энергии

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \mathbf{V}) + \nabla(P \mathbf{V}) = e \delta(\mathbf{r}_s), \quad (3)$$

состояния (адиабатический процесс)

$$\rho(k-1)(U - \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}/2) - \mu P = 0 \quad (4)$$

и концентрации (в диффузионном приближении)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla(C \mathbf{V}) = \nabla(\lambda \nabla C) + q \delta(\mathbf{r}_s). \quad (5)$$

Принимается, что полное давление газа P может быть представлено в виде суммы гидростатической составляющей $P_g = P_0 - \rho g z$, где P_0 – давление воздуха на уровне поверхности земли, и отклонения p давления воздуха от гидростатического:

$$P = P_g + p. \quad (6)$$

Для учета плавучести газовой примеси применяется приближение Буссинеска [5], использующее разложение в ряд Тейлора плотности газозвушной смеси,

$$\begin{aligned} \rho(C, T) &= \rho(C_0, T_0) + \rho'_C(C_0)(C - C_0) + \rho'_T(T_0)(T - T_0) = \\ &= \rho_0 + \alpha C + \beta(T - T_0), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\rho_0 = \rho(C_0, T_0)$, $\alpha = \rho'_C(C_0)$ – концентрационный коэффициент плотности; $\beta = \rho'_T(T_0)$ – коэффициент температурного расширения газа; C_0 и T_0 – концентрация и температура газа в невозмущенном потоке, при этом $C_0 = 0$. Принято, что для рассматриваемого диапазона изменения T полная удельная энергия и температура связаны соотношением $U - \mathbf{V} \cdot \mathbf{V}/2 = c_v T$.

Пусть в объеме Ω содержатся воздух, имеющий плотность ρ_1 , и пассивная газовая примесь с плотностью ρ_2 , занимающая объем Ω_2 . Массы воздуха и примеси соответственно равны $m_1 = \rho_1(\Omega - \Omega_2)$ и $m_2 = \rho_2 \Omega_2$. Плотность газозвушной смеси в рассматриваемом объеме Ω определяется выражением

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_1 + m_2}{\Omega} = \frac{\rho_1(\Omega - \Omega_2) + m_2}{\Omega} = \rho_1 - \rho_1 \frac{\Omega_2}{\Omega} + C = \rho_1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} C + C = \\ &= \rho_1 + \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) C, \end{aligned}$$

где $C = m_2/\Omega$ – концентрация газовой примеси в объеме Ω . Сравнение полученного выражения и соотношения (7) позволяет определить величину концентрационного коэффициента плотности:

$$\alpha = 1 - \rho_1/\rho_2.$$

Для определения коэффициента температурного расширения β уравнение состояния газа $P\Omega = mRT/\mu$ записывается в виде $\rho = \mu P/RT$, где R – универсальная газовая постоянная. Дифференцирование этого уравнения приводит к выражению $\partial\rho/\partial T = -\rho/T$ и, таким образом, $\beta = -\rho_0/T_0$.

С учетом принятых гипотез, выражений (6) и (7), уравнения движения (2), полной удельной энергии (3) и состояния (4) принимают вид

$$\frac{\partial(\rho\mathbf{V})}{\partial t} + \nabla(\rho\mathbf{V}\mathbf{V}) + \nabla p = \mathbf{g}[\alpha C + \beta(T - T_0)] + m\mathbf{V}_m\delta(\mathbf{r}_s), \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U\mathbf{V}) + \nabla(p\mathbf{V}) = -\nabla(P_g\mathbf{V}) + e\delta(\mathbf{r}_s), \quad (9)$$

$$\rho(k-1)(U - \mathbf{V}\mathbf{V}/2) - \mu p = \mu P_g. \quad (10)$$

В начальный момент времени в рассматриваемой области G известны распределения компонент вектора скорости, плотности, энергии, концентрации и давления, соответствующие невозмущенному потоку, $V_x = V_0$, $V_y = 0$, $V_z = 0$, $C = 0$, $\rho = \rho_0$, $U = U_0$, $P = P_0 - \rho g z$, $\mathbf{r} \in G, t = 0$ (схема расчетной области приведена на рис. 1).

На входной границе ∂G_1 , а также на боковых границах ∂G_3 и ∂G_4 поддерживаются значения компонент вектора скорости, плотности, энергии и концентрации, соответствующие невозмущенным значениям, $V_x = V_0$, $V_y = 0$, $V_z = 0$, $\rho = \rho_0$, $U = U_0$, $C = 0$, $\mathbf{r} \in \partial G_1 \cup \partial G_3 \cup \partial G_4, t > 0$.

На выходной границе ∂G_2 заданы условия переноса всех искомым величин, $\partial V_x/\partial x = 0$, $\partial V_y/\partial x = 0$, $\partial V_z/\partial x = 0$, $\partial\rho/\partial x = 0$, $\partial U/\partial x = 0$, $\partial C/\partial x = 0$, $\mathbf{r} \in \partial G_2, t > 0$. На нижней ∂G_5 и верхней ∂G_6 границах заданы условия переноса всех искомым величин, $\partial V_x/\partial z = 0$, $\partial V_y/\partial z = 0$, $\partial V_z/\partial z = 0$, $\partial\rho/\partial z = 0$, $\partial U/\partial z = 0$, $\partial C/\partial z = 0$, $\mathbf{r} \in \partial G_5 \cup \partial G_6, t > 0$.

Для численного решения прикладных задач газовой динамики интенсивно развивается и успешно применяется метод Давыдова, по-

звolyающий выполнять расчеты вихревых структур с учетом отрывных явлений, исследовать фильтрационные и струйные течения, газо- и гидродинамические потоки с большими перемещениями и соударяющимися поверхностями раздела, движение многокомпонентных, сыпучих и деформируемых сред, течения сквозь проницаемые объекты [6] и многие другие процессы. В соответствии с идеей метода Давыдова [7] система уравнений (1), (5), (8)–(10) расщепляется по физическим процессам. Расчет каждого временного слоя разбивается на три этапа. Первый (эйлеровый) этап предполагает, что изменяются лишь величины, относящиеся к ячейке в целом, а сплошная среда предполагается заторможенной. На втором (лагранжевом) этапе вычисляются эффекты переноса, учитывающие обмен между ячейками при их перестройке на прежнюю эйлерову сетку. Определяются потоки массы за время τ через границы эйлеровых ячеек. На третьем (заключительном) этапе окончательные значения массы, импульса и энергии в момент времени $\hat{t} = t + \tau$ определяются законами сохранения массы, импульса и энергии, записанными с учетом промежуточных значений параметров потока.

На основе изложенного подхода к решению поставленной задачи построен комплекс вычислительных программ, позволяющий исследовать перенос и рассеяние тяжелого нагретого газа, эмитированного локализованным источником. Тестирование программного комплекса [8] выполнены с использованием точного решения задачи о стационарном течении идеального сжимаемого газа из точечного источника [9] при аппроксимации расчетной области (рис. 1) с использованием от 216 до $8 \cdot 10^6$ расчетных ячеек.

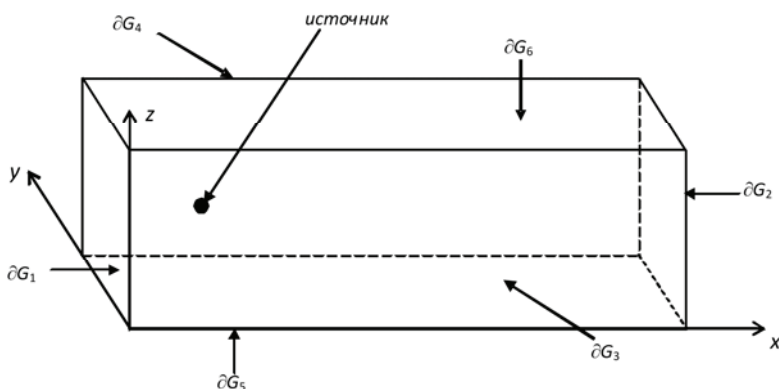


Рис. 1. Схема расчетной области и обозначения ее границ

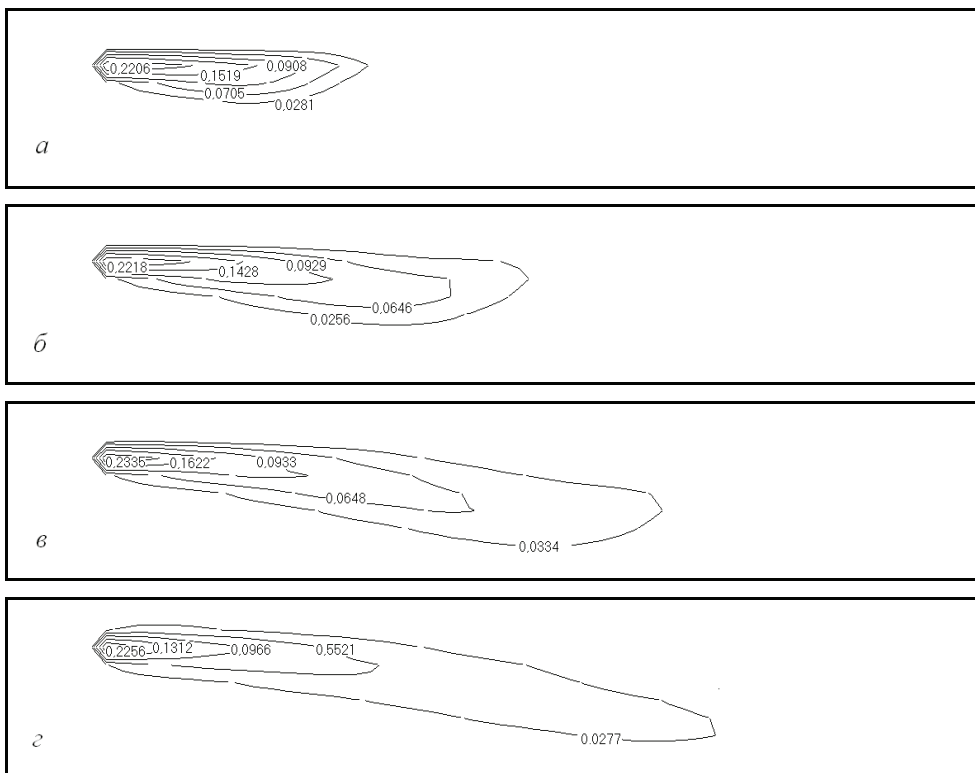


Рис. 2. Эволюция поля концентрации ($\text{кг}/\text{м}^3$) тяжелого газа в плоскости $x = 0,5$ м в моменты времени 0,5 с (а), 1,0 с (б), 1,5 с (в) и 2,0 с (г)

Вычислительное моделирование переноса и рассеяния тяжелого нагретого газа потоком воздуха выполнено для области с размерами $1,0 \times 3,0 \times 1,0$ м³; параметры источника: $m = 0,012$ кг/с, $q = 0,012$ кг/с; скорость поступления газа m из локализованного источника горизонтальна и равна $V_m = 2,0$ м/с; скорость невозмущенного потока 1,0 м/с; температура окружающей среды $T_0 = 300$ К, температура источника 600 К; коэффициент теплоемкости $c_V = 12,5$ Дж/кг·К; плотность воздуха $\rho_1 = 1,205$ кг/м³, плотность поступающего газа $\rho_2 = 10,0$ кг/м³.

Для аппроксимации области использовано $20 \times 60 \times 20$ расчетных ячеек; шаг интегрирования по времени принят равным 10^{-5} с. Результаты вычислительного эксперимента по переносу и рассеянию воздушным потоком тяжелого газа, имеющего температуру окружающей среды, приведены на рис. 2.

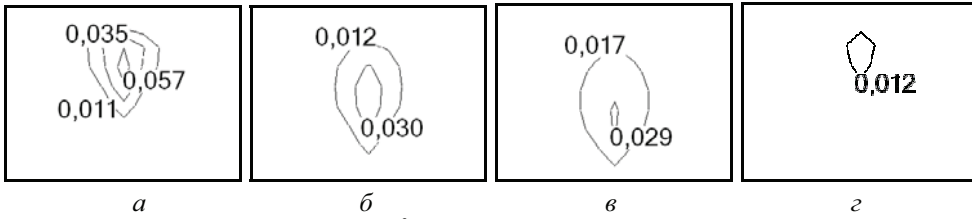


Рис. 3. Концентрация (кг/м^3) тяжелого газа в плоскостях: $x = 1,0 \text{ м}$ (а), $1,5 \text{ м}$ (б), $2,0 \text{ м}$ (в) и $2,5 \text{ м}$ (г) в момент времени $2,0 \text{ с}$

Газовое облако с изменяющейся концентрацией вытягивается в горизонтальном направлении, увлекаемое горизонтальным потоком воздуха, и одновременно опускается под действия силы тяжести за счет более высокой плотности (по сравнению с атмосферным воздухом) поступающего газа.

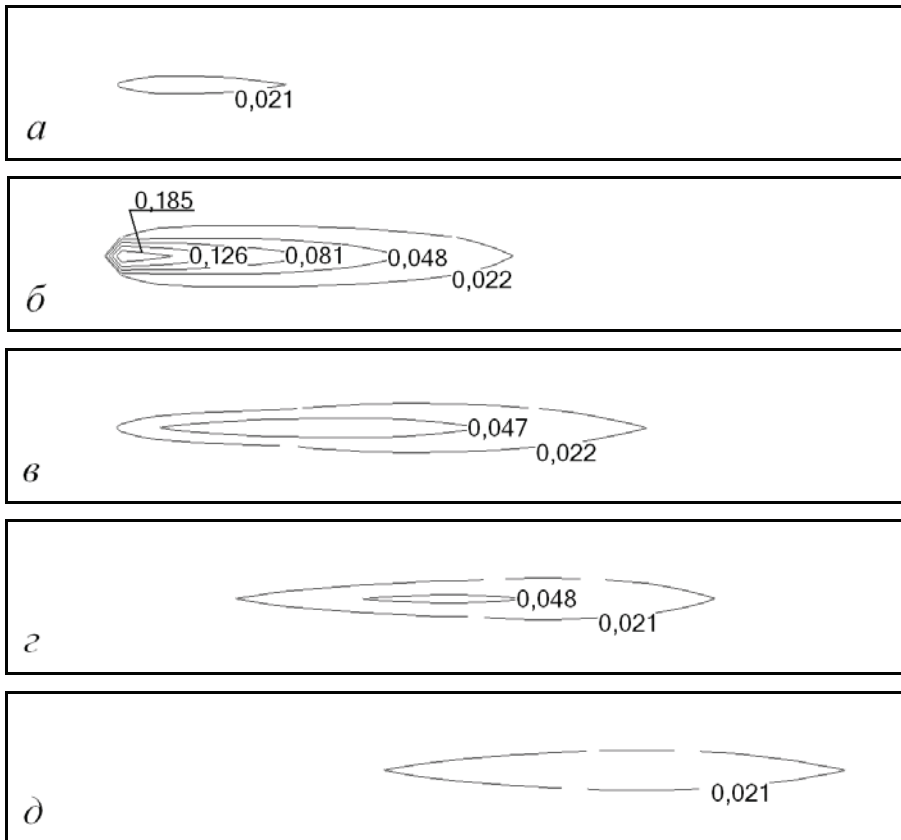


Рис. 4. Концентрация (кг/м^3) тяжелого газа в плоскостях: $z = 0,55 \text{ м}$ (а), $0,5 \text{ м}$ (б), $0,45 \text{ м}$ (в), $0,4 \text{ м}$ (г) и $0,35 \text{ м}$ (д) в момент времени $2,0 \text{ с}$

На рис. 3 показано распределение в вертикальных сечениях $x = \text{const}$ концентрации тяжелого газа, поступающего из точечного источника и переносимого воздушным потоком. Распределение концентрации соответствует картине течения, приведенной на рис. 2.

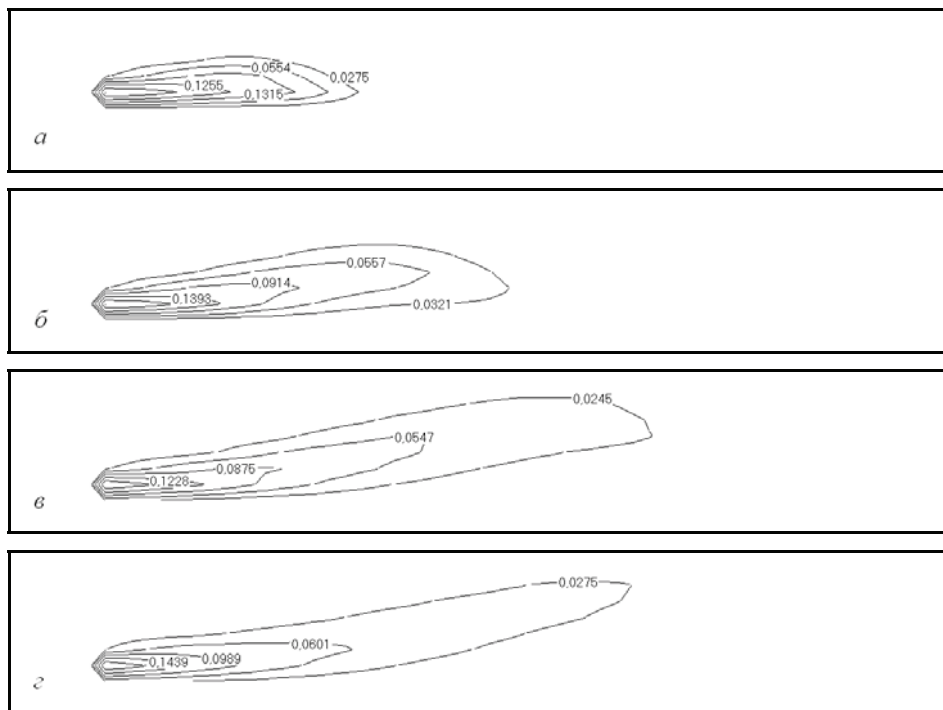


Рис. 5. Эволюция поля концентрации ($\text{кг}/\text{м}^3$) нагретого газа в плоскости: $x = 0,5$ м в моменты времени 0,5 с (*a*), 1,0 с (*б*), 1,5 с (*в*) и 2,0 с (*г*)

На рис. 4 показано распределение в горизонтальных сечениях $z = \text{const}$ концентрации тяжелого газа, поступающего из точечного источника и переносимого потоком воздуха. Распределение концентрации соответствует картине течения, представленной на рис. 2.

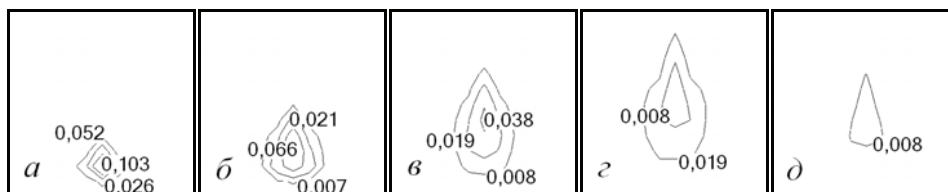


Рис. 6. Концентрация ($\text{кг}/\text{м}^3$) тяжелого газа в плоскостях $x = 0,5$ м (*a*), 1,0 м (*б*), 1,5 м (*в*), 2,0 м (*г*) и 2,5 м (*д*) в момент времени 2,0 с

Эволюция переноса и рассеяния нагретого газа с плотностью, равной плотности окружающего воздуха, приведена на рис. 5. Газовое облако, как и в предыдущем случае, вытягивается в горизонтальном направлении. Однако, в отличие от предыдущего случая, происходит подъем газовой примеси, обусловленный более высокой по сравнению с температурой окружающего воздуха температуры (и, соответственно, более низкой плотности) газовой смеси.

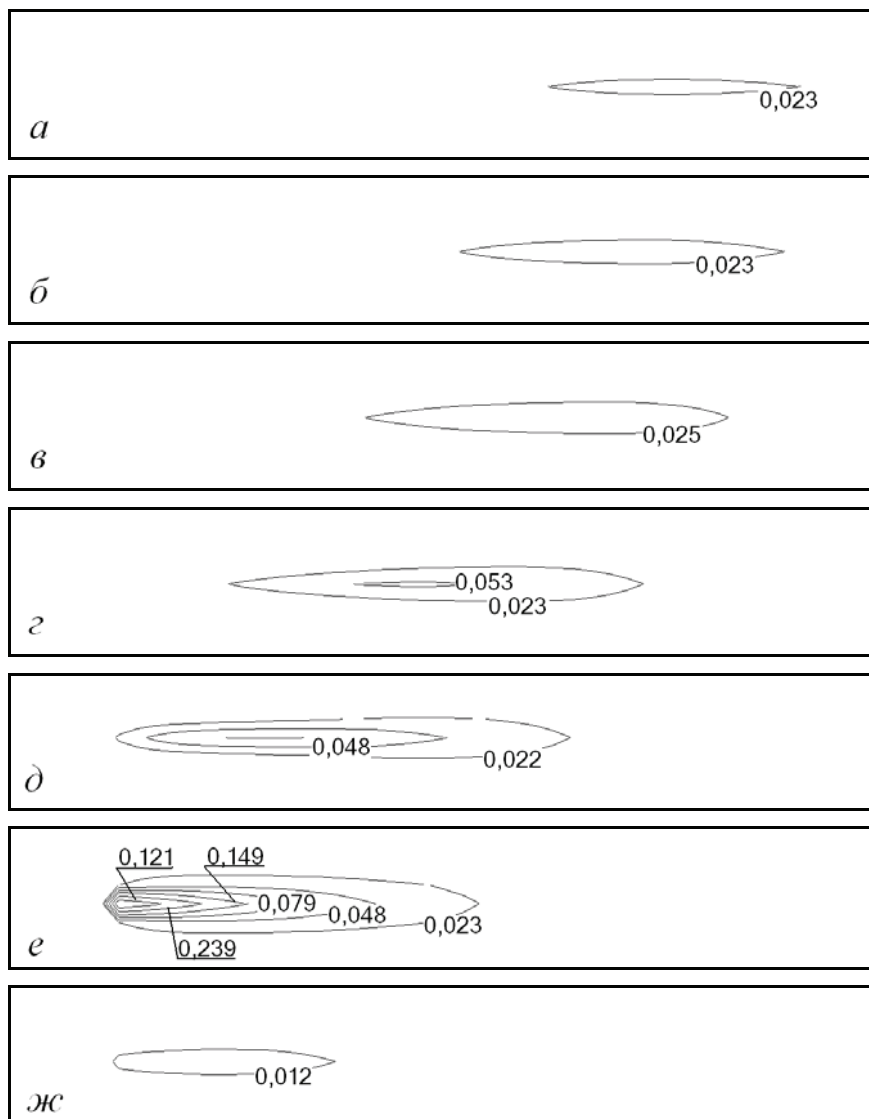


Рис. 7. Концентрация (кг/м^3) тяжелого газа в плоскостях $z = 0,75$ м (а), 0,7 м (б), 0,65 м (в), 0,6 м (г), 0,55 м (д), 0,5 м (е) и 0,45 м (ж) в момент времени 2,0 с

На рис. 6 показано распределение в вертикальных сечениях $z = \text{const}$ концентрации нагретого газа, поступающего из точечного источника и переносимого потоком воздуха. Распределение концентрации соответствует картине течения, представленной на рис. 5.

На рис. 7 показано распределение в горизонтальной сечениях $z = \text{const}$ концентрации нагретого газа, поступающего из точечного источника и переносимого потоком воздуха. Распределение концентрации соответствует картине течения, представленной на рис. 5.

Перенос воздушным потоком и рассеяние тяжелого нагретого газа, находящегося в поле силы тяжести, показаны на рис. 8. За счет горизонтального воздушного потока газозадушная смесь, как и ранее, вытягивается в горизонтальном направлении. За счет первоначального нагрева (и соответственно более низкой плотности) происходит поднятие газового облака вследствие превышения подъемной силы над силой тяжести.

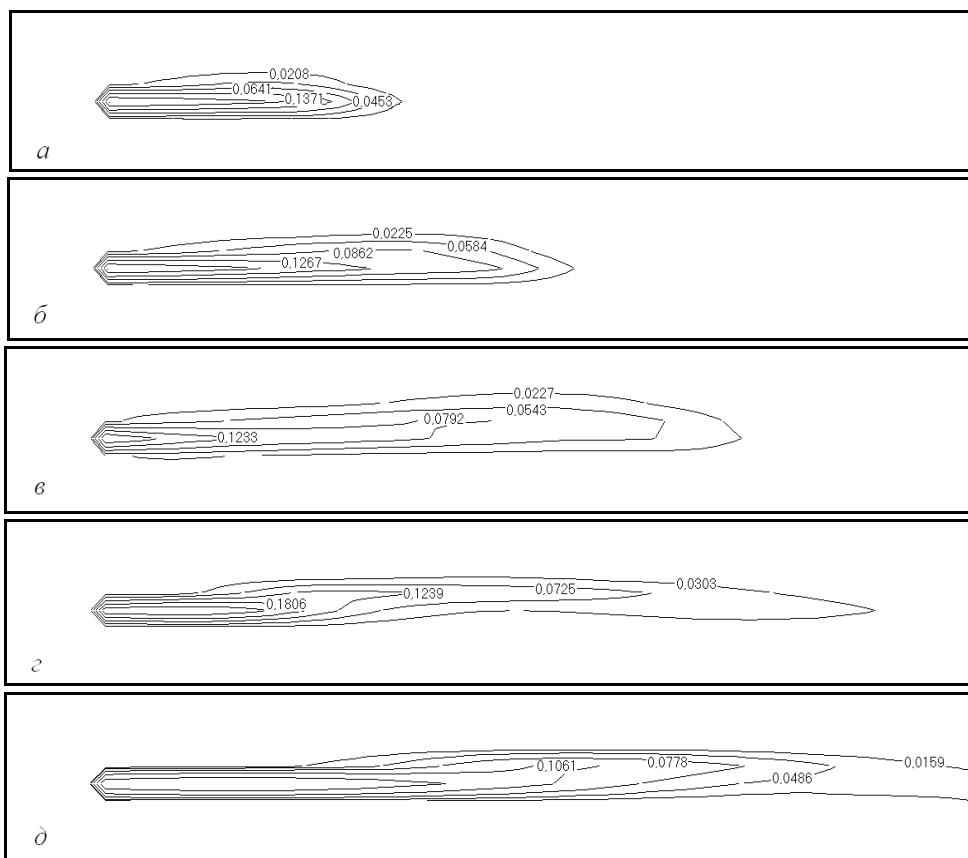


Рис. 8. Эволюция поля концентрации ($\text{кг}/\text{м}^3$) тяжелого нагретого газа в плоскости $x = 0,5 \text{ м}$ в моменты времени $0,5 \text{ с}$ (а), $1,0 \text{ с}$ (б), $1,5 \text{ с}$ (в), $2,0 \text{ с}$ (г) и $3,0 \text{ с}$ (д)

При снижении температуры газовой смеси с течением времени (рис. 9) за счет разбавления нагретого газа холодным воздухом происходит выравнивание силы тяжести и подъемной силы, что приводит к горизонтальному перемещению концентрационного облака без подъема или опускания его центральной части. При дальнейшем охлаждении газовой смеси сила тяжести начинает преобладать над подъемной силой, что приводит к опусканию газовой примеси. Следует отметить, что при удалении от источника поступления газовой примеси концентрация газа в значительной степени снижается, уменьшая тем самым влияние силы тяжести и замедляя процесс оседания газовой примеси.

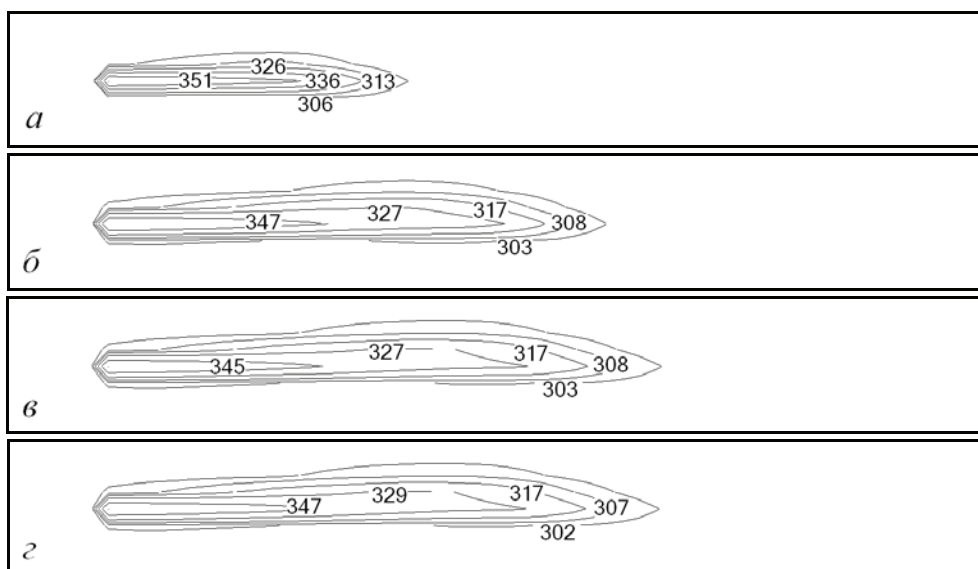


Рис. 9. Эволюция поля температуры (К) тяжелого нагретого газа в плоскости $x = 0,5$ м в моменты времени 0,5 с (а), 1,0 с (б), 1,5 с (в) и 2,0 с (г)

Выводы

Сформулирована задача о переносе и рассеянии тяжелого нагретого газа. Математическая модель рассматриваемого процесса строится на основе использования системы уравнений Эйлера, включающей дифференциальные уравнения неразрывности, импульса, энергии, концентрации, а также уравнение состояния с соответствующими начальными и граничными условиями. Для построения разрешающих соотношений применяется метод крупных частиц. Верификация математической модели выполнена с использованием точного решения системы уравнений Эйлера. Компьютерная модель позволяет получать распре-

деления полей скорости, плотности, энергии, давления и концентрации в рассматриваемой области для произвольных моментов времени, исследовать эволюцию газодинамических характеристик газозвдушной смеси, формы и размеров газового облака.

Библиографический список

1. Бояршинов М.Г., Цаплин А.И. Моделирование переноса метана в атмосфере и оценка возможности его детонаций при аварийном сбросе давления в газопроводе // Науч.-техн. вестник СПбГПУ. – Изд-во Санкт-Петерб. гос. политехн. ун-та, 2010. – № 98(2). – С. 21–31.
2. Едигаров А.С. Численный расчет турбулентного течения холодного тяжелого газа в атмосфере // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Т. 31, № 9. – С. 1369–1380.
3. Бояршинов М.Г., Харченко А. В. Процесс распространения газовой струи при испытаниях ракетного двигателя // Математическое моделирование. – 2000. – Т. 12, № 12. – С. 66–78.
4. Бояршинов М.Г. Распределение концентрации выхлопных газов вблизи автотрассы со случайным потоком транспорта // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, №6. – С. 128–140.
5. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Непомнящий А.А. Устойчивость конвективных течений. – М.: Наука, 1989. – 320 с.
6. Давыдов Ю.М. и др. Численное исследование актуальных проблем машиностроения и механики сплошных и сыпучих сред методом крупных частиц: в 5 т. / Ю.М. Давыдов, М.Ж. Акжолов, П.М. Алабушев [и др.]; под. ред. Ю.М. Давыдова. – М.: Национальная академия прикладных наук, 1995. – 1658 с.
7. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
8. Бояршинов М.Г., Балабанов Д.С. Вычислительное моделирование движения сжимаемой среды, генерируемой точечным источником // Вычислительная механика сплошных сред. – Пермь, 2010. – Т. 3, № 3. – С. 18–31.
9. Бояршинов М.Г. Решение системы уравнений Эйлера для установившегося течения идеального газа из точечного источника // Вестник Челябинского ГУ. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2010. – № 24 (205). – Физика. – Вып. 8. – С. 5–8.

Получено 02.07.2011

M.G. Boyarshinov, D.S Balabanov, A.V. Kharchenko

The Perm national research polytechnic university

TRANSFER AND DISPERSION BY AIR STREAM OF HEATED WEIGHTED GAS

Spatial problem of transfer and dispersion of heated weighted gas emitted by local source and mixed with air is presented. To model mentioned process Euler' system of differential equations (continuity, impulse, energy, concentration and constitutive) and appropriate initial and boundary conditions are used. Numerical solution is based on Davydov's method (large particles method). Computational experiment allows to research velocity, density, energy, pressure and concentration fields evolution in investigated mesh.

Keywords: gas dynamics, Euler' system of equations, large particles method.