УДК 531.8:539.2

А.А. Мусеев, А.Н. Токарев, А.А. Лежнева

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРУБЫ НА УРОВЕНЬ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ПОСТОЯННОЙ НАГРУЗКЕ

Представлены результаты оценки влияния некоторых случайных параметров трубопровода на напряженное состояние трубопровода при заданном уровне нагружения. Результаты могут быть использованы для оценки состояния трубопровода и обоснования гарантированного обеспечения точности определения исследуемых величин.

Ключевые слова: деформации, экспериментальное исследование, случайные величины, вероятностные характеристики.

Важной составляющей при оценке состояния трубопровода является информация об уровне напряжений в трубопроводе на различных этапах жизненного цикла (строительство, испытания, эксплуатация на различных режимах транспортировка продуктов, природные геодинамические процессы). Несмотря на прогресс в области численных методов расчета напряженно-деформированного состояния (НДС), неопределенность в задании исходных данных внешних условий, действующих на трубопровод, к тому же зависящих от климатических факторов, не позволяет с необходимой достоверностью оценивать НДС трубопровода на потенциально опасных участках.

Для получения достоверной оценки и прогнозирования технического состояния трубопровода применяются различные методы, в том числе методы тензометрирования. В числе факторов, препятствующих широкому использованию тензометрирования как средства постоянного контроля, можно назвать сложность качественного монтажа датчиков на поверхность трубопровода в трассовых условиях, а также защиты их от воздействия окружающей среды. Проблемы, возникающие при применении метода тензометрирования в полевых условиях, могут быть радикально решены за счет переноса работ по монтажу датчиков в заводские условия.

В общем виде решение этой задачи выглядит следующим образом: на отрезок трубы (патрубок), соответствующий контролируемому трубопроводу, в заводских условиях привариваются тензодатчики, соединенные кабелем с регистрирующей аппаратурой. Таким образом, экспериментальная модель представляет собой вертикально установленный отрезок трубы с приваренными эллиптическими днищами, который нагружается внутренним давлением с целью тарировки датчиков в диапазоне, соответствующем рабочему давлению в трубопроводе.

При построении математической модели можно допустить, что напряжения равномерно распределены по толщине и для определения НДС можно воспользоваться безмоментной теорией оболочек. Тогда деформации в продольном (ε_1) и кольцевом или окружном (ε_2) направлениях записываются следующим образом [1]:

$$\varepsilon_1 = \frac{PR_{\text{ср}}(0,5-\nu)}{Eh}; \ \varepsilon_2 = \frac{PR_{\text{ср}}(1-0,5\nu)}{Eh}, \tag{1}$$

где $R_{\text{ср}}$ – радиус срединной поверхности оболочки, h – толщина, P – внутреннее давление, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

Обычно замер деформаций ведут с помощью трех тензодатчиков. В этом случае линейная деформация третьего тензодатчика связана с показаниями двух других известным соотношением

$$\varepsilon_3 = \cos^2\gamma * \varepsilon_{zz} + \sin 2\gamma * \varepsilon_{z\phi} + \sin^2\gamma * \varepsilon_{\phi\phi},$$

где γ – угол между осями первого и третьего тензодатчика.

Если в качестве расчетной модели рассматривать цилиндрическую оболочку умеренной толщины с эллиптическими крышками, нагруженную внутренним давлением, то в предположении неравномерного распределения деформаций по толщине деформации на поверхности цилиндра имеют вид [2]

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_1 = \frac{PR^2(1-2\nu)}{E(2Rh+h^2)}; \ \varepsilon_{\phi\phi} = \varepsilon_2 = \frac{PR^2(2-\nu)}{E(2Rh+h^2)}. \tag{2}$$

В этих соотношениях P – внутреннее давление, h – толщина, R – внутренний радиус цилиндра, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона.

В рамках выбранной расчетной модели сдвиговые деформации отсутствуют, и если третий тензодатчик расположен по отношению к другим под углом 45°, то

$$\varepsilon_3\big|_{\alpha=45^\circ} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{\phi\phi}).$$

Определим деформации с учетом следующих значений нагрузки, геометрических и физических параметров: $R_{ср}$ = 601,1 мм; h = 17,8 мм; P = 9,8 МПа; E = 220 000 МПа; ν принимает значения 0,24; 0,27; 0,30.

В табл.1 приведены расчетные значения деформаций, рассчитанные по формулам (1) и (2).

Таблица 1

Значения деформаций

ν	деформации (1) $\times 10^3$			деформации (2) $\times 10^3$		
	ε_1	ε_2	ε_3	ε_1	ε_2	ε_3
0,24	0,4097	1,387	0,8983	0,380	1,285	0,8395
0,27	0,3625	1,363	0,8628	0,336	1,263	0,7995
0,30	0,3152	1,340	0.8076	0,292	1,241	0,7665

Сопоставление с экспериментом показало, что отклонения расчетных значений от экспериментальных могут достигать 20 %, при этом значения, определенные по соотношениям (2), ближе к экспериментальным. Отклонение результатов измерений от ожидаемых значений может быть обусловлено тем, что расчетный анализ учитывает не все факторы. Даже в рамках простейшей модели теоретический анализ можно дополнить оценкой влияния каких-то неучтенных факторов, таких как разнотолщинность, овальность, вариация свойств и т.д. Используя вероятностный подход, можно проследить, как влияет, например, на значение деформаций отклонение каждого из параметров в отдельности или в разных сочетаниях и выделить наиболее значимые из них.

Будем полагать, что все параметры задачи являются случайными величинами, подчиняющимися нормальному закону распределения. Тогда значения деформаций также можно описать нормальным законом.

Исходя из технических требований на изделие можно определить вероятностные характеристики, необходимые для расчета модели в вероятностной постановке.

В части модуля упругости требования в нормативной документации не содержатся, но можно экспертно назначить диапазон (220 ± 15) ГПа.

В части радиуса оценка дисперсии должна быть определена из условия, что допуск на отклонение радиуса составляет (592,2 ± 1,5) мм, что дает величину среднеквадратичного отклонения $\sigma_R = 0,5$ мм, дисперсия при этом $D_R = 0,25$ мм^2.

Величину дисперсии по толщине трубы можно определить исходя из требований технических условий на трубы (допуск на толщину стенки составляет $\pm 0{,}8$мм, что соответствует дисперсии 0,4% от среднего значения, ибо исходная позиция должна быть такая: с вероятностью 0,9975 толщина не должна выходить за границы (17,8 ± 0,8) мм). Откуда $\sigma_h = 0{,}267$ мм, $D_h = 0{,}0711$ мм^2.

Проверим вероятность попадания толщины в интервал (17,0÷18,6) мм:

$$P\left(x_1 \le h \le x_2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\int\limits_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{\left(x-m_x\right)^2}{2\sigma_x^2}}dx,$$

где P – вероятность попадания величины x в интервал от x_1 до x_2;

$$P\left(17{,}0 \le h \le 18{,}6\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot 0{,}267}\int\limits_{17{,}0}^{18{,}6} e^{-\frac{\left(x-17{,}8\right)^2}{2\cdot\left(0{,}267\right)^2}}dx = 0{,}997832.$$

Проведем расчет при максимально допустимом нагружении и примем следующие средние значения варьируемых величин:

$$m_P = 9{,}8 \text{ МПа};\ m_R = 592{,}2 \text{ мм};\ m_h = 17{,}8 \text{ мм};\ m_E = 22{,}0 \text{ ГПа}^2.$$

Согласно техническим требованиям на изделие возможный разброс величин (среднеквадратичные отклонения от средних значений) такой:

$$\sigma_R = 0{,}68\% \text{ от } m_P;\ \sigma_R = 0{,}84\% \text{ от } m_R;\ \sigma_h = 1{,}5\% \text{ от } m_h;$$
$$\sigma_E = 2{,}27\ \% \text{ от } m_E.$$

Коэффициент Пуассона – величина варьируемая, находится в интервале $\upsilon = 0{,}24 \div 0{,}30$ (опорные значения 0,24; 0,27; 0,30).

Выражения для компонент тензора деформаций являются функциями нескольких переменных.

$$\varepsilon = f(x_1, x_2, \ldots x_n).$$

Поскольку все случайные величины подчиняются нормальному закону распределения, то выражения для среднего значения деформаций и дисперсии запишутся следующим образом:

$$m = f(\mu_1 \ldots \mu_n) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}\Big|_{x_i=\mu_i}\cdot D_{x_i};\ D = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Big|_{x_i=\mu_i}\right)^2 D_{x_i},$$

где μ_i – средние значения варьируемых величии, D_{xi} – дисперсии.

Чтобы определить наиболее значимые параметры, подсчитаем средние значения и дисперсии для различных комбинаций этих параметров, в которых будут присутствовать как случайные, так и детерминированные величины. В табл. 2 приведены значения математического ожидания и среднеквадратичного отклонения для продольной и окружной деформаций для некоторых комбинаций случайных величин (всего было рассчитано 16 вариантов).

Таблица 2

Вероятностные характеристики продольной и окружной деформаций

υ	$m_{\varepsilon 1}\times 10^5$	$m_{\varepsilon 2}\times 10^5$	$\sigma_{\varepsilon 1}\times 10^5$	$\sigma_{\varepsilon 2}\times 10^5$	$\sigma_{\varepsilon 1}/m_{\varepsilon 1}\times$ $\times 100$ %	$\sigma_{\varepsilon 2}/m_{\varepsilon 2}\times$ $\times 100$ %
Все величины случайные: (1)						
0,24 0,27 0,30	37,98 33,60 29,22	128,5 126,4 124,2	1,06958 0,94636 0,82292	3,6208 3,5595 3,4971	2,816 2,817 2,816	2,818 2,816 2,816
h – случайная величина: (2)						
0,24 0,27 0,30	37,96 33,58 29,20	128,5 126,4 124,2	0,57706 0,51049 0,44396	1,9532 1,9199 1,8865	1,520 1,520 1,520	0,24 0,27 0,30
R – случайная величина: (3)						
0,24 0,27 0,30	37,96 33,58 29,20	128,5 126,3 124,1	0,03253 0,02877 0,02502	0,1101 0,1082 0,1063	0,0857 0,0857 0,0857	0,0857 0,0857 0,0857
E – случайная величина: (4)						
0,24 0,27 0,30	37,98 33,60 29,22	128,6 126,4 124,2	0,86279 0,76322 0,6637	2,9201 2,8704 2,8206	2,272 2,271 2,271	2,271 2,271 2,271
E, h – случайные величины: (5)						
0,24 0,27 0,30	37,98 33,60 29,22	128,5 126,4 124,2	1,03779 0,9182 0,79844	3,5128 3,454 3,3941	2,732 2,733 2,732	2,734 2,733 2,733
Все величины детерминированы: (6)						
0,24 0,27 0,30	37,96 33,58 29,20	128,5 126,3 124,1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0

Таким образом, можно отметить, что задача в вероятностной постановке наглядно демонстрирует зависимость характеристик деформированного состояния от случайных физических величин и геометрических параметров патрубка, что позволяет выделить наиболее значимые параметры.

Далее проведем вероятностный расчет, полагая, что в период эксплуатации патрубка среднеквадратичные отклонения стали составлять 5 % от средних значений параметров (качество материала ухудшается).

Для наиболее чувствительных параметров в табл. 3 приведены значения математического ожидания и среднеквадратичного отклонения для продольной и окружной деформаций при отклонениях порядка 5 %.

Таблица 3

Вероятностные характеристики деформаций при отклонениях параметров 5 %

υ	$m_{\varepsilon1}\times10^5$	$m_{\varepsilon2}\times10^5$	$\sigma_{\varepsilon1}\times10^5$	$\sigma_{\varepsilon2}\times10^5$	$\sigma_{\varepsilon1}/m_{\varepsilon1}\times$ $\times100$ %	$\sigma_{\varepsilon2}/m_{\varepsilon2}\times$ $\times100$ %
Все величины случайные: (1)						
0,24	38,04	128,8	3,825	12,942	10,05	10,05
0,27	33,65	126,6	3,384	12,724	10,05	10,05
0,30	29,26	124,4	2,942	12,502	10,05	10,05
h – случайная величина: (2)						
0,24	37,95	128,4	1,926	6,519	5,08	5,08
0,27	33,57	126,2	1,704	6,408	5,08	5,08
0,30	29,19	124,1	1,482	6,297	5,07	5,07
E – случайная величина: (3)						
0,24	38,06	128,8	1,898	6,424	4,99	4,99
0,27	33,67	126,6	1,679	6,315	4,99	4,99
0,30	29,27	124,4	1,460	6,206	4,99	4,99
E, h – случайные величины: (4)						
0,24	38,04	128,8	2,704	9,153	7,11	7,11
0,27	33,65	126,6	2,392	8,997	7,11	7,11
0,30	29,26	124,4	2,080	8,841	7,11	7,11

Анализ полученных результатов (см. табл. 2 и 3) показал, что случайные величины E и h оказывают наиболее значимое влияние, поскольку наличие модуля упругости и толщины в качестве случайных величин характеризуется наибольшими среднеквадратичными отклонениями.

Зададимся вероятностью того, что величина деформаций не должна выйти за определяемые границы Δ, т.е.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \pm \Delta,$$

где ε_0 – деформации, определенные в детерминированной постановке, Δ – разброс возможных значений, который зависит от вида закона распределения и доверительной вероятности расчета. Если закон распределения – нормальный, то [3]

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{1 - \gamma A},$$

где γ – гауссовский уровень надежности для заданной вероятности, $A = \sigma_\varepsilon / m_\varepsilon$ – коэффициент вариации случайного значения деформаций (при вероятности 0,9986 $\gamma = 3$). Например, в случае когда случайными являются E, h, а $\nu = 0,3$, то в рамках технических требований на изделие

$$\varepsilon_1 = (29,22 \pm 2,58) \cdot 10^{-5};\ \varepsilon_2 = (124,2 \pm 10,95) \cdot 10^{-5}.$$

Таким образом, без проведения дополнительных мероприятий (повышения точности изготовления, достоверности исходных данных по геометрическим и физическим характеристикам измерительного элемента, проведения калибровочных или градуировочных операций) нельзя гарантировать 10% точности определения искомых величин.

Библиографический список

1. Новожилов В.В., Черных К.Ф., Михайловский Е.И. Линейная теория тонких оболочек. – Л., 1991. – 656 с.

2. Демидов С. П. Теория упругости: учеб. для вузов. – М.: Высш. школа, 1979. – 432 с.

3. Арасланов А.М. Расчет элементов конструкций заданной надежности. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.

Получено 01.07.2011

A.A. Museev, A.N. Tokarev, A.A. Lezhneva

The Perm national research polytechnic university

INFLUENCE OF DISORDER OF CASUAL PARAMETERS OF THE PIPE ON THE LEVEL OF DEFORMATIONS AT CONSTANT LOADING

In offered clause results of an estimation of influence of some casual parameters of the pipeline on the intense condition of the pipeline in casually chosen points are presented at a constant level loading. Results can be used for an estimation of a condition of the pipeline and a substantiation of the guaranteed maintenance of accuracy of definition of investigated sizes.

Keywords: deformations, an experimental research, random variables, likelihood characteristics.