

DOI: 10.15593/24111678/2017.03.01

УДК 629.331:532.542

М.Г. Бояршинов, И.В. Виндокуров

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В РАДИАТОРНОЙ СИСТЕМЕ

Представлена упрощенная математическая постановка задачи о моделировании движения потока жидкости в каналах радиаторных систем, широко применяемых для регулирования температур рабочих жидкостей в энергетических системах автомобильного, воздушного, железнодорожного и водного транспорта. Для приближенного описания рассматриваемой проблемы применяются фундаментальный закон сохранения энергии и теплофизические характеристики жидкой среды. Представлена методика численного решения краевой дифференциальной задачи в частных производных с использованием метода расщепления, позволяющего эффективно реализовать вычислительную модель на современной многопроцессорной вычислительной технике. Выполнены оценки порядка погрешности аппроксимации и устойчивости используемых разностных схем по отношению к возмущению начальных условий, сделан вывод о сходимости численного решения к точному решению исходной задачи при уменьшении шагов интегрирования по времени и координатам. Численные решения верифицированы на точных решениях сформулированной задачи, полученных для некоторых распределений скорости потока жидкости в цилиндрическом канале. Выполненные оценки свидетельствуют о высокой эффективности применяемой схемы численного решения рассматриваемой задачи о движении потока жидкости в каналах радиаторной системы, позволяют определять поля температуры в движущейся жидкости при различных распределениях скорости по сечению канала, в том числе для турбулентного режима течения, использовать разработанную упрощенную модель для анализа особенностей тепловых процессов в сложных механических транспортных системах. В качестве иллюстрации возможностей представленной методики приводятся результаты моделирования потока жидкости с распределением скорости по сечению цилиндрического канала, характерного для турбулентного режима течения.

Ключевые слова: радиатор, теплоноситель, температурное поле, разностная схема, устойчивость решения, вычислительное моделирование, погрешность.

M.G. Boiarshinov, I.V. Vindokurov

Perm National Research Polytechnic University,
Perm, Russian Federation

COMPUTATIONAL SIMULATION OF THE TEMPERATURE DISTRIBUTION OF MOVING LIQUID IN RADIATOR SYSTEM

The simplified mathematical formulation about simulation of the fluid flow movement in channels of the radiator systems that are widely applied for regulation of the working fluids temperatures in the motor, air, railway and water transport is provided. The technique of the numerical solution of a differential problem based on a method of splitting is presented. Estimates of an error and stability of the used differential schemes are executed, the conclusion is drawn on convergence of the numerical decision to the exact solution of an formulated problem at reduction of time and coordinates integration steps.

The numerical decisions are verified by the exact solutions of formulated problem received for various distributions of speed of a liquid stream in the cylindrical channel. The executed estimates demonstrate high efficiency of the applied scheme of the numerical solution of the formulated problem on the movement of a liquid stream in channels of radiator system, allow to determine fields of temperature in moving liquid at the various distributions of speed across the section of the channel, including the turbulent flow mode, to use the developed simplified model for the analysis of features of thermal processes in the difficult mechanical transport systems.

Keywords: radiator, heat carrier, temperature distribution, differential scheme, stability of solution, computational simulation, error.

Введение

Радиаторные системы активно применяются в современных транспортных системах и устройствах для регулирования тепловых режимов работы двигателей внутреннего сгорания, охлаждения или нагрева рабочих жидкостей и газов (рис. 1). Несмотря на длительный опыт практического применения радиаторных систем в самых разнообразных условиях, апробированные и хорошо зарекомендовавшие себя технологии их производства и использования при создании новых и совершенствовании существующих транспортных систем, возникает необходимость разработки новых, более эффективных систем охлаждения/нагрева рабочих газовых и жидких сред.



Рис. 1. Масляный радиатор охлаждения 5320Ш

Радиаторные системы, применяемые для нагрева (охлаждения) среды, как правило, представляют собой механические системы, в которых имеет место тепловое взаимодействие одновременно газовой (теплоноситель/хладагент либо нагреваемая/охлаждаемая среда), жидкой (теплоноситель/хладагент либо нагреваемая/охлаждаемая среда) и твердой (стенки каналов) составляющих. При описании и анализе температурных процессов в таких системах необходимо опираться на фундаментальные законы механики сплошной среды, описывающие взаимодействие неоднородных сред [1–4].

Экспериментальные исследования требуют значительных материальных затрат и, как правило, позволяют получать лишь ограниченный объем информации для конечного числа локальных участков радиаторных систем, выбираемых на основе целей и поставленных задач, личного опыта и интуиции исследователя. Представляется целесообразным для определения температурного поля движущейся в радиаторной системе жидкости воспользоваться вычислительным моделированием [5–8], т.е. использовать процедуры численного решения задачи о течении в цилиндрическом канале радиуса R конечной длины l однородной жидкости с известной начальной температурой T^0 и переменной по сечению скоростью $v(r)$, охлаждаемой внешним воздушным потоком заданной температуры $T_{\text{ср}}$.

Детальное определение температурных полей радиаторных систем с использованием коммерческих вычислительных пакетов инженерного анализа Abaqus, ANSYS, APM Winmachine, MSC Nastran, SolidWorks, MATLAB и других осложняется тем, что сечения каналов, несущих теплоноситель/хладагент либо нагреваемую/охлаждаемую среду, расстояния между ними, как правило, малы, а длины трубчатых каналов значительны для обеспечения эффективного нагрева/охлаждения. В таких условиях вычислительное моделирование с использованием современных вычислительных средств инженерного анализа требует чрезмерных затрат вычислительных ресурсов. По приближенной оценке, для корректного описания даже простейшей конфигурации радиаторной системы требуются десятки миллионов конечных элементов. Очевидно, что финансовые затраты на вычислительные ресурсы существенно превышают ценность результатов вычислительного моделирования.

1. Математическая формулировка задачи

Для корректного математического описания рассматриваемой задачи применяются фундаментальный закон сохранения энергии и теплофизические характеристики жидкой среды. В цилиндрической системе координат соответствующее уравнение теплопроводности (предполагается, что поле температуры является осесимметричным) имеет вид [9, 10]

$$\frac{\partial T(t, r, z)}{\partial t} + v \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial z} = a \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T(t, r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T(t, r, z)}{\partial z^2} \right] \quad (1)$$

с начальными $T(0, r, z) = T^0(r, z)$ и граничными условиями

$$T(t, r, 0) = \theta(t, r), \quad \frac{\partial T_z(t, r, l)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T_r(t, 0, z)}{\partial r} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T_r(t, r, z)}{\partial r} = -\alpha [T_r(t, r, z) - T_{cp}(t)],$$

где t – время; r, z – цилиндрические координаты; a, λ, α – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности среды, коэффициент теплоотдачи во внешнюю среду соответственно.

2. Численное решение дифференциальной задачи

Дифференциальное уравнение (1) в частных производных на каждом шаге по времени $\tau \in [t_k, t_{k+1}]$ расщепляется [11, 12] на систему двух одномерных уравнений:

$$\frac{\partial T_z(t, r, z)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T_z(t, r, z)}{\partial z^2} - v \frac{\partial T_z(t, r, z)}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_r(t, r, z)}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial T_r(t, r, z)}{\partial r} + a \frac{\partial^2 T_r(t, r, z)}{\partial r^2} \quad (3)$$

с соответствующими начальными

$$T_z(t_k, r, z) = T(t_k, r, z), \quad T_r(t_k, r, z) = T_z(t_k + \tau, r, z)$$

и граничными условиями

$$T_z(t_k, r, 0) = T^0(r, 0), \quad \frac{\partial T_z(t_k, r, l)}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial T_r(t_k, 0, z)}{\partial r} = 0, \quad \lambda \frac{\partial T_r(t_k, R, z)}{\partial r} = -\alpha [T_r(t_k, R, z) - T_{cp}(t_k)].$$

Здесь $T_z(t, r, z)$ и $T_r(t, r, z)$ – искомые решения дифференциальных уравнений (2) и (3). Дифференциальное уравнение (2) аппроксимируется разностным уравнением

$$-\hat{T}_z^{p-1} \left(\frac{v}{h_z} + \frac{a}{h_z^2} \right) + \hat{T}_z^p \left(\frac{1}{\tau} + \frac{v}{h_z} + \frac{2a}{h_z^2} \right) - \hat{T}_z^{p+1} \frac{a}{h_z^2} = \frac{T_z^p}{\tau}. \quad (4)$$

Граничное условие $T_z(t_k, r, 0) = T^0(r, 0)$ заменяется алгебраическим уравнением $\hat{T}_z^1(r_q) = T^0(r_q, 0)$. Граничное условие $\partial T_z(t_k, r, l) / \partial z = 0$ заменяется разностным аналогом

$$\hat{T}_z^n(r_q) - \hat{T}_z^{n-1}(r_q) = 0. \quad (5)$$

В результате получена первая система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \hat{T}_z^1(r_q) = T^0(r_q, 0), \\ -\hat{T}_z^{p-1} \left(\frac{v}{h_z} + \frac{a}{h_z^2} \right) + \hat{T}_z^p \left(\frac{1}{\tau} + \frac{v}{h_z} + \frac{2a}{h_z^2} \right) - \hat{T}_z^{p+1} \frac{a}{h_z^2} = \frac{T_z^p}{\tau}, \quad p = \overline{2, n-1}, \\ \hat{T}_z^n(r_q) - \hat{T}_z^{n-1}(r_q) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Аналогично строится разностный аналог для уравнения (3):

$$-\hat{T}_r^{q-1} \frac{a}{h_r} + \hat{T}_r^q \left(\frac{1}{\tau} + \frac{a}{r^q h_r} + \frac{2a}{h_r^2} \right) - \hat{T}_r^{q+1} \left(\frac{a}{r^q h_r} + \frac{a}{h_r^2} \right) = \frac{T_r^q}{\tau}. \quad (7)$$

Граничное условие $\partial T_r(t_k, 0, z) / \partial r = 0$ аппроксимируется разностным аналогом

$$\hat{T}_r^2(z_p) - \hat{T}_r^1(z_p) = 0, \quad (8)$$

граничное условие $\lambda \partial T_r(t_k, R, z) / \partial r = -\alpha [T_r(t_k, R, z) - T_{cp}(t_k)]$ заменяется разностным аналогом $\lambda \left(\hat{T}_r^m(z_p) - \hat{T}_r^{m-1}(z_p) \right) / h_r = -\alpha \left[\hat{T}_r^m(z_p) - T_{cp}(t_k) \right]$.

Отсюда следует:

$$\left(1 + \frac{\alpha h_r}{\lambda}\right) \hat{T}_r^m(z_p) - \hat{T}_r^{m-1}(z_p) = \frac{\alpha h_r}{\lambda} T_{cp}(t_k). \quad (9)$$

В итоге сформирована вторая система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \hat{T}_r^2(z_p) - \hat{T}_r^1(z_p) = 0, \\ -\hat{T}_r^{q-1} \frac{a}{h_r^2} + \hat{T}_r^q \left(\frac{1}{\tau} + \frac{a}{r^q h_r} + \frac{2a}{h_r^2} \right) - \hat{T}_r^{q+1} \left(\frac{a}{r^q h_r} + \frac{a}{h_r^2} \right) = \frac{T_r^q}{\tau}, q = \overline{2, m-1}, \\ \left(1 + \frac{\alpha h_r}{\lambda}\right) \hat{T}_r^m(z_p) - \hat{T}_r^{m-1}(z_p) = \frac{\alpha h_r}{\lambda} T_{cp}(t_k). \end{cases} \quad (10)$$

В выражениях (4)–(10) p, q, n, m – номера и количество узлов разностной сетки вдоль координатных линий z и r соответственно.

Разностные аналоги (4) и (7) дифференциальных уравнений (2) и (3) имеют погрешности аппроксимации второго порядка относительно h_r и h_z соответственно. Разностные аналоги (5), (8) и (9) имеют погрешности аппроксимации первого порядка относительно h_r и h_z . Следовательно, общую погрешность систем разностных уравнений (6) и (10) следует считать имеющей погрешность первого порядка относительно шагов интегрирования τ, h_r и h_z .

Для оценки устойчивости разностной схемы (4) и (5) применяется принцип максимума; в частности, для устойчивости вычислительного процесса должны выполняться неравенства

$$\frac{1}{\tau} + \frac{v}{h_z} + \frac{2a}{h_z^2} \geq \left(\frac{v}{h_z} + \frac{a}{h_z^2} \right) + \frac{a}{h_z^2} + \frac{1}{\tau},$$

$$\frac{1}{\tau} + \frac{a}{r^k h_r} + \frac{2a}{h_r^2} \geq \left(\frac{a}{r^k h_r} + \frac{a}{h_r^2} \right) + \frac{a}{h_r^2} + \frac{1}{\tau}.$$

Выполнение обоих неравенств при любых соотношениях между шагами τ, h_r, h_z означает, что используемые разностные схемы безусловно устойчивы по начальным данным.

3. Верификация вычислительной модели

Рассматривается точное решение [13] задачи об осесимметричном движении однородной жидкости с постоянной скоростью V и заданной начальной температурой T_0 по цилиндрическому каналу известного радиуса R и конечной длины l . Уравнение теплопроводности (1) для стационарного температурного поля упрощается:

$$crV \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]. \quad (11)$$

Граничные условия для дифференциальной задачи: $T|_{z=0} = T_0$ – условие первого рода на входе в канал; $\partial T / \partial z|_{z=L} = 0$ – условие второго рода на выходе из канала, предполагающее установление температурного поля на выходе; $\lambda \partial T / \partial r|_{r=0} = 0$ – условие второго рода на оси канала, соответствующее отсутствию теплового потока через ось симметрии; $\lambda \partial T / \partial r|_{r=R} = -\alpha (T|_{r=R} - T_{cp})$ – условие третьего рода на внешней стенке канала, где предполагается теплоотдача в окружающую среду с заданной температурой.

Вводятся безразмерные величины $\bar{r} = (R - r) / R$, $\bar{z} = z / R$, $\bar{T} = (T - T_0) / T_0$. Дифференциальное уравнение (11) преобразуется к виду

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{(1 - \bar{r}) Pe} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[(1 - \bar{r}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right] + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} \quad (12)$$

с соответствующими граничными условиями

$$\bar{T}|_{\bar{z}=0} = 0, \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=L/\Re} = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=1} = 0, \quad \lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0} = \alpha R \left(\bar{T}|_{\bar{r}=0} - \bar{T}_{cp} \right). \quad (14)$$

В уравнении (12) принято: Pe – безразмерный критерий Пекле, $Pe = crVR / \lambda$. Для больших чисел Пекле $\partial \bar{T} / \partial \bar{z} \approx 0$ или $T \approx \text{const}$. Вводится дополнительное обозначение $\bar{r} = \bar{r} \sqrt{Pe}$; при малых \bar{r} имеет место

$$\frac{1}{(1-\bar{r})} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[(1-\bar{r}) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \right] \approx \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} = Pe \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2},$$

что приводит уравнение (12) к виду

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{Pe} \left(Pe \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} \right) = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{Pe} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2}.$$

Для больших чисел Pe дифференциальная задача приводится к форме

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{r}^2},$$

$$\bar{T} \Big|_{\bar{z}=0} = 0, \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z} \rightarrow \infty} = 0;$$
(15)

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r} \rightarrow \infty} = 0, \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0} = \beta (\bar{T} \Big|_{\bar{r}=0} - \bar{T}_{cp}),$$

где β – безразмерная величина, $\beta = \alpha R / \lambda \sqrt{Pe}$. Решение дифференциальной задачи (15) имеет вид¹

$$T(\bar{r}, \bar{z}) = T_0 + (T_{cp} - T_0) \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{z}}} \right) - e^{\beta \bar{r} + \beta^2 \bar{z}} \operatorname{erfc} \left(\frac{\bar{r}}{2\sqrt{\bar{z}}} + \beta \sqrt{\bar{z}} \right) \right].$$

В естественных (размерных) переменных

$$T(r, z) = T_0 + (T_{cp} - T_0) \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{R-r}{2\sqrt{zR}} \sqrt{Pe} \right) - e^{-\frac{\alpha(R-r)}{\lambda R} + \frac{\alpha^2 Rz}{\lambda Pe}} \operatorname{erfc} \left(\frac{R-r}{2\sqrt{zR}} \sqrt{Pe} + \frac{\alpha \sqrt{z}}{\lambda \sqrt{PeR}} \right) \right].$$
(16)

¹ Авторы благодарят канд. физ.-мат. наук, доцента ПНИПУ М.А. Осипенко за содействие при построении решения.

Для выполнения сравнения точного и численного решений принято, что параметры канала и свойства жидкости известны: радиус канала $R = 0,003$ м, длина канала $l = 0,45$ м, скорость движения масла по каналу $V = 0,35$ м/с, теплоемкость масла $c = 2000$ Дж/(кг·°К), плотность масла $\rho = 870$ кг/м³, теплопроводность масла $\lambda = 0,13$ Дж/(м·с·°К), коэффициент теплоотдачи с поверхности канала $\alpha = 110$ Дж/(м²·с·°К). Для рассматриваемого случая безразмерный критерий Пекле $Pe = 0,257 \cdot 10^6$.

На рис. 2 представлены результаты численного стационарного решения задачи теплопроводности (1) методом расщепления – изменение температуры потока жидкости в зависимости от безразмерных радиуса \bar{r} и координаты \bar{z} . На рис. 3 показана зависимость отклонения представленного численного решения от точного решения.

На рис. 4 изображена зависимость от шага интегрирования h величины погрешности δ численного решения. В качестве меры погрешности принята чебышевская норма

$$\delta = \max_{r,z \in [0, \mathfrak{R}] \times [0, L]} |T_h(r, z) - T(r, z)|,$$

где $T(r, z)$, $T_h(r, z)$ – точное (6) и численное стационарное решения дифференциальной задачи (1). Приведенные результаты свидетельствуют об удовлетворительной точности численного решения тестовой задачи и наличии сходимости численного решения к точному решению. Это позволяет в дальнейшем использовать как точное, так и численное решение для моделирования течения жидкости в канале радиатора.

Дополнительно рассматривается задача об установившемся ламинарном течении жидкости в цилиндрической трубе при квадратичном распределении скорости, $v(r) = 1 - \bar{r}^2$. На всей длине поддерживается постоянная температура стенки T_f , на внешних участках температура стенки равна T_0 . Авторами [14] для рассматриваемого участка трубы получено решение

$$\bar{T}(r, z) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j^- e^{-\mu_j^2 \bar{z}} \Phi_{j1}^-(\bar{r}) - \sum_{j=1}^{\infty} A_j^+ e^{\mu_j^2 (\bar{z} - L)} \Phi_{j1}^+(\bar{r}), \quad z \in [0, L], \quad (17)$$

где $\bar{r} = r/R$, $\bar{z} = z/RPe$, $\bar{T} = (T - T_f)/(T_0 - T_f)$; прочие обозначения приведены в работе [14].

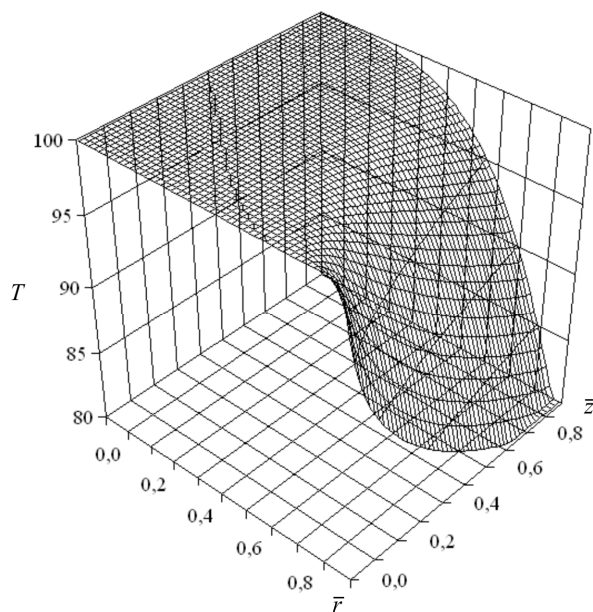


Рис. 2. Численное стационарное решение методом расщепления дифференциального уравнения для задачи теплопроводности (1)

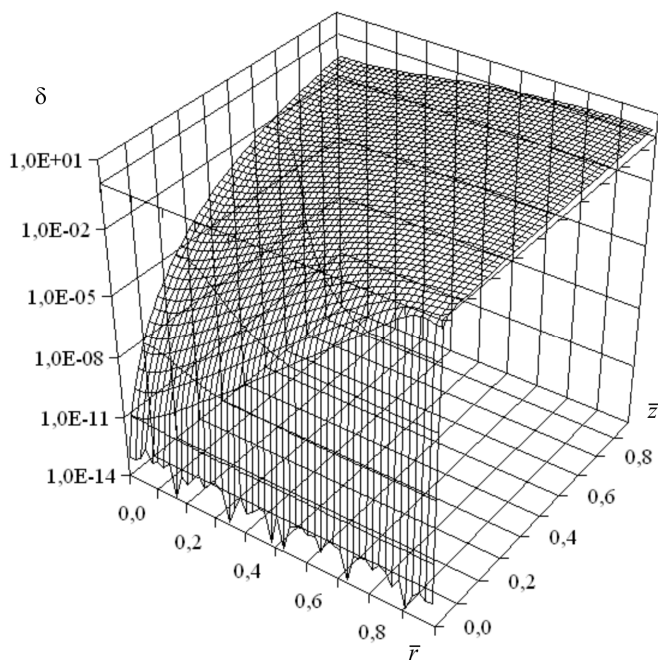


Рис. 3. Отклонение численного стационарного решения уравнения (1), полученного методом расщепления, от точного решения задачи (11)

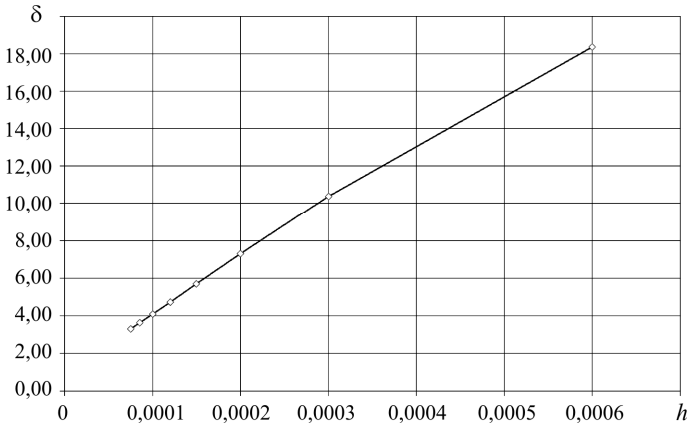


Рис. 4. Зависимость от шагов интегрирования h_r и h_z ($h_r = h_z$) отклонения δ численного стационарного решения уравнения (1) от точного решения задачи (11)

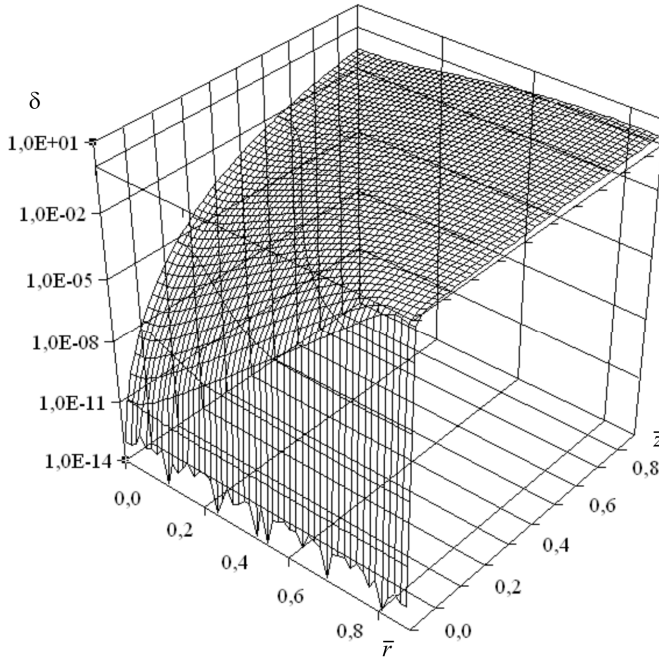


Рис. 5. Отклонение численного стационарного решения уравнения (1) от аналитического решения (17)

Для выполнения сравнения численного и аналитического решений принято, что распределение скорости движения жидкости по каналу имеет вид $v(r) = 1 - \bar{r}^2$, безразмерный критерий Пекле $Pe = 590,8$. Размеры канала, теплоемкость, плотность и теплопроводность рабочей

жидкости, коэффициент теплоотдачи с поверхности канала остаются прежними. На рис. 5 показано отклонение δ аналитического решения (17) от численного решения.

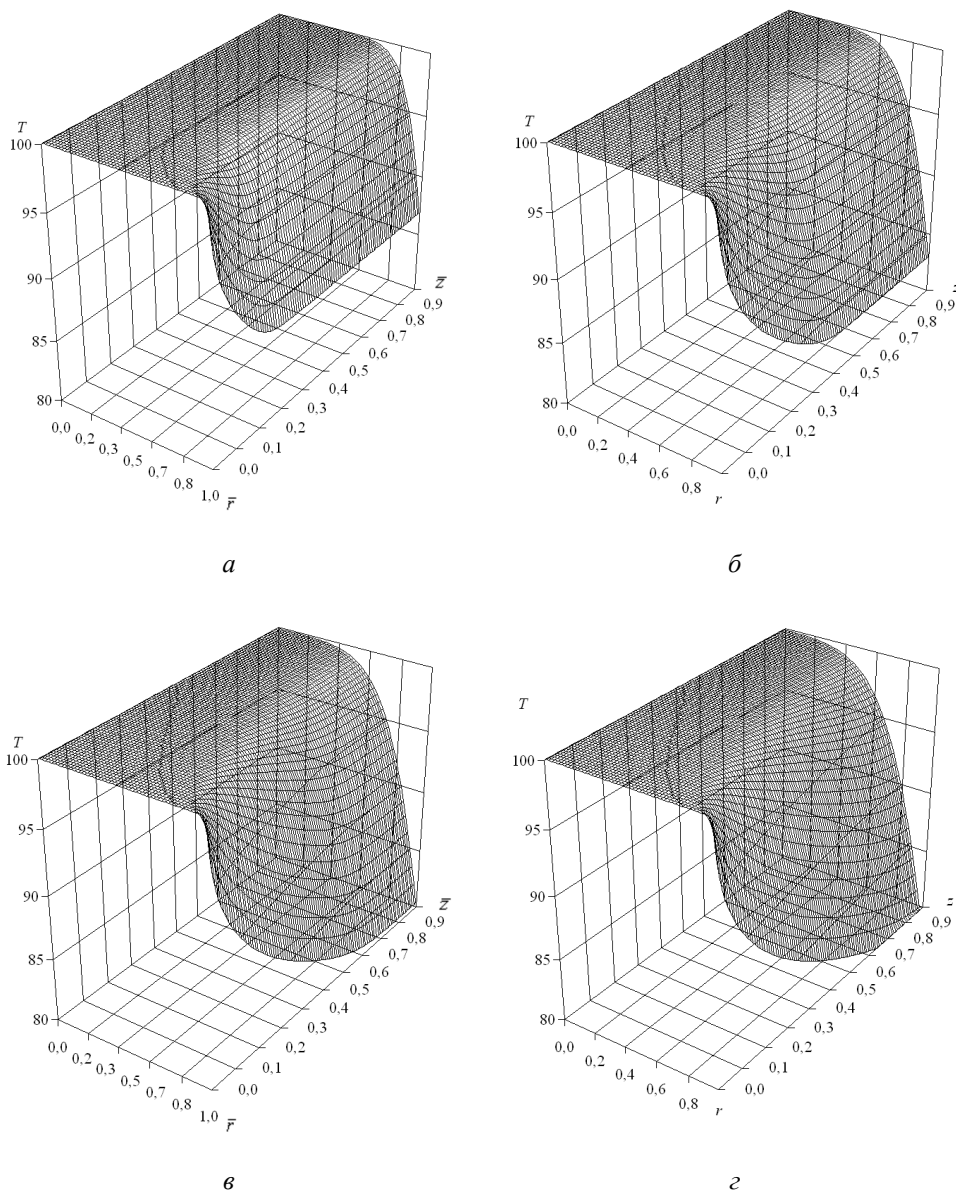


Рис. 6. Распределение температурного поля в турбулентном потоке движущейся жидкости для моментов времени:
 $a - t = 1,25$ с; $б - t = 2,5$ с; $в - t = 3,75$ с; $г - t = 5$ с

Результаты верификации показывают, что вычислительная модель обладает удовлетворительной точностью и может быть использована для исследования температурного поля рабочей жидкости, движущейся по протяженному каналу радиаторной системы. В отличие от рассмотренных точных стационарных решений, разработанная модель является эволюционной, т.е. позволяет рассматривать не только установившиеся, но и переходные тепловые процессы.

В качестве иллюстрации возможности разработанной вычислительной модели рассматривается более сложный закон распределения скорости течения жидкости по сечению цилиндрического канала,

$$v(r) = 0,083(1 - \bar{r})^{1/7}, \quad (18)$$

соответствующий турбулентному режиму течения [2, 15]. Размеры канала, теплоемкость, плотность и теплопроводность рабочей жидкости, коэффициент теплоотдачи с поверхности канала, безразмерный критерий Пекле остаются прежними. На рис. 6 приведены неустановившиеся температурные поля в турбулентном потоке движущейся жидкости для некоторых моментов времени.

Рисунки показывают физически понятную картину эволюции температурного поля потока жидкости по каналу с течением времени. Видно, что температура внешней поверхности цилиндрического канала постепенно понижается со 100°C практически до температуры окружающей среды, т.е. до 80°C (см. рис. 6, з). К моменту времени $t = 5$ с температурное поле потока в цилиндрическом канале практически устанавливается и перестает изменяться при дальнейшем увеличении модельного времени.

Следует отметить влияние вида распределения скорости по сечению канала на форму температурного поля. Для квадратичного распределения (ламинарный поток) характерно сохранение исходной температуры 100°C в канале радиатора до $\bar{r} = 0,15 \dots 0,18$, тогда как для турбулентного потока с распределением скорости вида (18) жидкость сохраняет первоначальную температуру на рассматриваемом участке канала вплоть до $\bar{r} = 0,3$ (см. рис. 6, з).

Выводы

Разработана вычислительная модель движения потока жидкости в канале радиаторной системы, представлена методика численного ре-

шения дифференциальной задачи с использованием метода расщепления, эффективно реализуемого на многопроцессорной вычислительной технике. Даны оценки погрешности и устойчивости примененных разностных схем. Выполнена верификация численного решения на точных решениях поставленной задачи для различных распределений скорости потока жидкости в цилиндрическом канале. Данное исследование свидетельствует об эффективности применяемой методики для решения задачи о движении потока жидкости в канале радиаторной системы, что позволяет определять нестационарные температурные поля в потоке жидкости при произвольных распределениях ее скорости по сечению канала, в том числе для турбулентного течения. Построенная модель может использоваться для анализа особенностей тепловых процессов в сложных механических транспортных системах.

Список литературы

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1983. – Т. 1. – 528 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.
4. Лыков А.В. Тепломассообмен. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
5. Цымбалов Д.С., Цымбалова В.М., Яценко О.В. Математическое моделирование системы охлаждения автомобиля // Наука вчера, сегодня, завтра: материалы XXX Междунар. науч.-практ. конф. – Новосибирск: АНС «СибАК», 2016. – № 1 (23). – С. 104–111.
6. Хисматуллин А.С., Гареев И.М. Расчет трехмерного температурного поля в силовых масляных трансформаторах с элегазовым охлаждением // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 10-3. – С. 534–537.
7. Зибров П.Ф., Васильев А.В., Чернов Н.С. Физическое и математическое моделирование теплообменных процессов в механических системах. – Тольятти: Изд-во Тольятт. гос. ун-та, 2013. – 163 с.
8. Бояршинов М.Г. Распределение концентрации выхлопных газов вблизи автотрассы со случайным потоком транспорта // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 6. – С. 128–140.
9. Базаров И.П. Термодинамика. – М.: Высш. шк., 1991. – 376 с.
10. Теория тепломассообмена / под ред. А.И. Леонтьева. – М.: Высш. шк., 1979. – 495 с.

11. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
13. Будаков Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1980. – 688 с.
14. Козлова С.В., Рыжков И.И. Исследование теплообмена в круглой цилиндрической трубе // Молодежь и наука: сб. материалов IX Всерос. науч.-техн. конф. студ., аспирантов и молодых ученых, Красноярск, 15–25 апреля 2013 г. – Красноярск: Изд-во Сиб. фед. ун-та, 2013.
15. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. – М.: Наука, 1965. – Ч. 1. – 640 с.

References

1. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoi sredy. Vol. 1. [Continuum mechanics. Vol. 1]. Moscow, Nauka, 1983, 528 p.
2. Loitsianskii L.G. Mehanika zhidkosti i gaza [Fluid and gas mechanics]. Moscow, Nauka, 1978, 736 p.
3. Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S. Teploperedacha [Heat transfer]. Moscow, Jenergija, 1975, 488 p.
4. Lykov A.V. Teplomassoobmen [Heat and mass exchange]. Moscow, Jenergija, 1978, 480 p.
5. Tsymbalov D.S., Tsymbalova V.M., Iatsenko O.V. Matematicheskoe modelirovanie sistemy okhlazhdeniia avtomobilia [Mathematical modeling of the car cooling system]. *Materialy XXX mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Nauka vchera, segodnia, zavtra"*. Novosibirsk: Sibac, 2016, no.1 (23), pp. 104-111.
6. Khismatullin A.S., Gareev I.M. Raschet trekhmernogo temperaturnogo polia v silovykh maslianykh transformatorakh s elegazovym okhlazhdeniem [Calculation of the three-dimensional temperature field in power oil transformers with gas-insulated cooling]. *Fundamental'nye issledovaniia*, 2015, no. 10-3, pp. 534-537.
7. Zibrov P.F., Vasil'ev A.V., Chernov N.S. Fizicheskoe i matematicheskoe modelirovanie teploobmennyykh protsessov v mekhanicheskikh sistemakh [Physical and mathematical modeling of heatexchange processes in mechanical systems]. Tol'jatti, Tol'jattinskii gosudarstvennyi universitet, 2013, 163 p.

8. Boyarshinov M.G. Concentration distribution of the exhaust gas near a roadway with a stochastic traffic flow. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2006, iss. 79, no. 6, pp. 1179-1192.
9. Bazarov I.P. *Termodinamika [Thermodynamics]*. Moscow, Vysshaja shkola, 1991, 376 p.
10. *Teorija teplomassoobmena [Theory of heat and mass exchange]*. Ed. A.I. Leont'ev. Moscow, Vysshaja shkola, 1979, 495 p.
11. Kalitkin N.N. *Chislennye metody [Numerical methods]*. Moscow, Nauka, 1978, 512 p.
12. Samarskij A.A., Gulin A.V. *Chislennye metody [Numerical methods]*. Moscow, Nauka, 1989, 432 p.
13. Budak B.M., Samarskij A.A., Tihonov A.N. *Sbornik zadach po matematicheskoj fizike [Collection of tasks in mathematical physics]*. Moscow, Nauka, 1980, 688 p.
14. Kozlova S.V., Ryzhkov I.I. *Issledovanie teploobmena v krugloj cilindricheskoj trube [Heat exchange research in a round cylindrical pipe]*. *Sbornik materialov IX Vserossijskoj nauchno-tehnicheskoy konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchenyh "Molodezh' i nauka"*. Krasnojarsk, Sibirskij federal'nyj universitet, 2013, 4 p.
15. Monin A.S., Jaglom A.M. *Statisticheskaja gidromehanika [Statistical hydromechanics]*. Part 1. Moscow, Nauka, 1965, 640 p.

Получено 04.09.2017

Об авторах

Бояршинов Михаил Геннадьевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Автомобили и технологические машины», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: atm@pstu.ru).

Виндокуров Илья Владимирович (Пермь, Россия) – магистрант кафедры «Динамика и прочность машин», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: dpm13b@mail.ru).

About the authors

Mikhail G. Boiarshinov (Perm, Russian Federation) – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Principal of Department of Automobiles and Technological Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: atm@pstu.ru).

Il'ia V. Vindokurov (Perm, Russian Federation) – Master Student, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: dpm13b@mail.ru).