

В.В. Пальчиковский, Д.А. Отинов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СОПЛА НА ЕГО АКУСТИЧЕСКУЮ ПРОВОДИМОСТЬ

Продольная акустическая неустойчивость является наиболее опасным видом неустойчивости внутрикамерных процессов в РДТТ и приводит к увеличению сроков и стоимости отработки твердотопливной конструкции. Поэтому еще на стадии проектирования стремятся учесть влияние как можно большего числа конструктивных факторов (форма корпуса, форма канала заряда, форма дозвуковой части сопла), способных подавлять возникшие низкочастотные колебания. Приведены результаты исследования теоретического определения демпфирующих свойств сопла для различных форм профиля дозвуковой части. Сделано предположение, что изменение геометрии профиля улучшит демпфирующие свойства сопла.

Ключевые слова: акустическая неустойчивость РДТТ, акустические характеристики сопла, акустическая проводимость сопла, профиль дозвуковой части сопла, демпфирующие свойства сопла.

Различные неустойчивые режимы работы РДТТ реализуются при наличии возмущений, образующих волны давления. Частота и форма наблюдающихся при этом волн зависят от механизма их взаимодействия с поверхностью горения и внутренней геометрией камеры сгорания. Сопло РДТТ также является частью колебательной системы, поэтому изучение влияния его конструктивных особенностей и параметров на устойчивость рабочего процесса в целом является существенной частью разработки надежных РДТТ.

Взаимодействие между волновыми явлениями камеры сгорания и сопла может быть описано на основе определения проводимости сопла. Если проводимость сопла известна, она может быть использована для определения граничных условий при теоретическом изучении неустойчивых процессов в камере сгорания ракетного двигателя.

Акустическая проводимость сопла – это комплексная величина ($Y = Y_1 + iY_2$), которая характеризует вынос акустической энергии через сопло. Чем выше действительная часть акустической проводимости Y_1 , тем выше демпфирующие свойства сопла.

Акустическая проводимость сопла определяется как безразмерная передаточная функция, вычисленная на входе в сопло [1]:

$$Y = \rho_0 c_0 \frac{v_1}{p_1}, \quad (1)$$

где v_1 , p_1 – малые отклонения скорости и давления газа; ρ_0 , c_0 – плотность и скорость звука в установившемся газовом потоке.

Для определения акустической проводимости сопла были приняты следующие допущения:

- продукты сгорания подчиняются законам идеального газа;
- газовый поток считается одномерным;
- отсутствуют силы вязкости, не учитывается теплообмен со стенками и химические реакции;
- в возмущенном течении отсутствуют вихревые и энтропийные моды.

Параметры установившегося течения газа в дозвуковой части сопла находятся из решения системы уравнений сохранения для изоэнтропийного потока:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 v_1 A_1 &= \rho_2 v_2 A_2 \\ i_1 + \frac{v_1^2}{2} &= i_2 + \frac{v_2^2}{2} \\ \frac{p_1}{\rho_1^k} &= \frac{p_2}{\rho_2^k} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где A – площадь поперечного сечения канала; i – энтальпия газа. Для удобства решения уравнения (2) приводим к безразмерному виду и после ряда преобразований получаем систему

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho} \cdot \bar{v} \cdot \bar{r}^2 &= 1 \\ \bar{c}^2 &= \frac{k+1}{2} - \frac{k-1}{2} \bar{v}^2 \\ \bar{c}^2 &= \bar{\rho}^{k-1} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где $\bar{\rho} = \frac{\rho_j}{\rho_{кр}}$ – плотность газа, $\bar{v} = \frac{v_j}{v_{кр}}$ – скорость газа, $\bar{c} = \frac{c_j}{c_{кр}}$ – скорость звука в газовом потоке; $\bar{r} = \frac{r_j}{r_{кр}}$ – радиус сопла; k – коэффициент

адиабаты; индексы j и «кр» относятся к любому j -сечению дозвуковой части сопла и критическому сечению сопла соответственно.

В случае возмущенного течения параметры потока можно представить в виде

$$\rho = \rho_0 + \rho_1, \quad v = v_0 + v_1, \quad p = p_0 + p_1,$$

где ρ – плотность газа; v – скорость газа; p – давление газа; индексы 0 и 1 относятся к установившемуся и возмущенному состоянию соответственно. Подставив данные соотношения в нестационарные уравнения сохранения массы и импульса

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\rho v}{A} \frac{\partial A}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\},$$

выполнив линеаризацию и преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right) + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_1 + v_1}{\rho_0 + v_0} \right) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{v_1}{v_0} \right) + v_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_1}{v_0} \right) + \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} + 2 \frac{v_1}{v_0} \right) \frac{dv_0}{dx} = \frac{p_1}{p_0} \frac{dv_0}{dx} - \frac{p_0}{\rho_0 v_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Положив, что между параметрами возмущенного газового потока отсутствует начальный фазовый сдвиг, запишем [2]:

$$\frac{p_1}{p_0} = \bar{p}(x) \cdot \exp(-i\omega t), \quad \frac{v_1}{v_0} = \bar{v}(x) \cdot \exp(-i\omega t), \quad \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{p_1}{kp_0} = \frac{\bar{p}(x)}{k} \cdot \exp(-i\omega t). \quad (5)$$

Подставив выражения (5) в уравнения (4) и выполнив преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} -i\omega \bar{p} + v_0 \frac{d\bar{p}}{dx} + kv_0 \frac{d\bar{v}}{dx} &= 0 \\ \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right) v_0 \frac{d\bar{p}}{dx} + \left((1-k) \frac{dv_0}{dx} + i\omega \right) \bar{p} + k \left(2 \frac{dv_0}{dx} - i\omega \right) \bar{v} &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Аппроксимируя производную скорости стационарного потока центральной конечно-разностной схемой

$$\left(\frac{d\mathbf{v}_0}{dx} \right)_j = \frac{(\mathbf{v}_0)_{j-1} - (\mathbf{v}_0)_{j+1}}{2\Delta x},$$

а производные \bar{p} и \bar{v} – левосторонней конечно-разностной схемой

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dx} \right)_j = \frac{\bar{p}_{j-1} - \bar{p}_j}{\Delta x}, \quad \left(\frac{d\bar{v}}{dx} \right)_j = \frac{\bar{v}_{j-1} - \bar{v}_j}{\Delta x},$$

получим систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{p}_j \\ \bar{v}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

где $a_{0,0} = -i\omega - \frac{(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x}$, $a_{0,1} = -k \frac{(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x}$,

$$a_{1,0} = \left(1 - \frac{1}{(M_0)_j^2} \right) \frac{(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x} + \left((1-k) \frac{(\mathbf{v}_0)_{j-1} - (\mathbf{v}_0)_{j+1}}{2\Delta x} + i\omega \right),$$

$$a_{1,1} = k \left[2 \left(\frac{(\mathbf{v}_0)_{j-1} - (\mathbf{v}_0)_{j+1}}{2\Delta x} \right) - i\omega \right],$$

$$b_0 = -\frac{(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x} \bar{p}_{j-1} - \frac{k(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x} \bar{v}_{j-1}, \quad b_1 = \left(1 - \frac{1}{(M_0)_j^2} \right) \frac{(\mathbf{v}_0)_j}{\Delta x} \bar{p}_{j-1},$$

$(M_0)_j = \frac{(\mathbf{v}_0)_j}{(a_0)_j}$ – скорость Маха в j -сечении стационарного потока.

Таким образом, решив систему (3), находим распределение газодинамических параметров стационарного потока вдоль сопла. Далее, решив систему (7) от критического сечения ($Y = \infty$) до входа в сопло и используя выражения (5), находим флуктуации давления p_1 и скорости u_1 потока на входе в сопло. После чего по выражению (1) определяем акустическую проводимость сопла.

Расчеты проводились для трех типов сопел (рис. 1). Параметры варьировались в следующих пределах:

$$0,2 \text{ м} \leq l \leq 1 \text{ м}; 0,4 \text{ м} \leq r_{\text{вх}} \leq 0,8 \text{ м}; 0,01r_{\text{вх}} \leq r_1 \leq r_{\text{вх}}; r_{\text{кр}} \leq r_2 \leq 2r_{\text{кр}}.$$

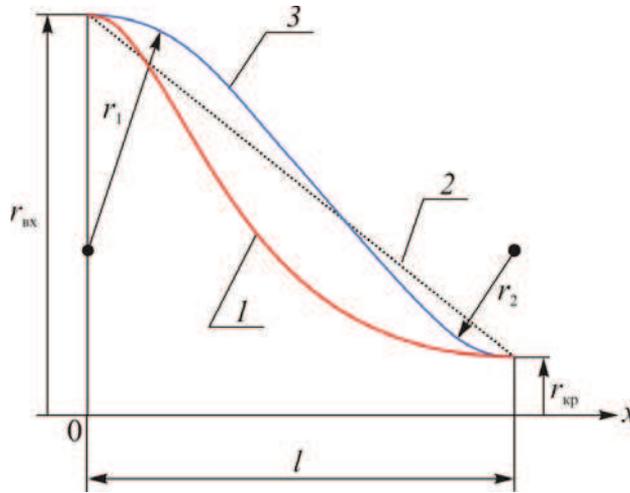


Рис. 1. Дозвуковая часть сопла: 1 – профиль Витошинского; 2 – конусное сопло; 3 – радиусное сопло

На рис. 2, 3 приведены характерные графики распределения некоторых газодинамических параметров стационарного потока и акустической проводимости сопел. В табл. 1–3 представлены результаты расчетов действительной части акустической проводимости сопла для различных соотношений геометрических характеристик дозвуковой части рассматриваемых профилей сопел. Знаком X отмечены случаи сильного искажения профиля радиусного сопла (в этих случаях радиусное сопло исследовалось при $r_2 / r_{\text{кр}} = 1$, $r_1 / r_{\text{вх}} = 1$).

Таблица 1

Влияние длины дозвуковой части сопла на максимальные демпфирующие свойства

Профиль Витошинского			Конусное сопло			Радиусное сопло		
l , м	Y_c	f , Гц	l , м	Y_c	f , Гц	l , м	Y_c	f , Гц
1,0	2,403	337,36	1,0	1,622	355,07	1,0	1,866	359,85
0,8	2,403	471,25	0,8	1,622	442,61	0,8	2,014	453,75
0,6	2,403	627,23	0,6	1,622	590,62	0,6	2,356	619,27
0,4	2,403	942,36	0,4	1,622	886,65	0,4	X	X
0,2	2,403	1884,55	0,2	1,622	1773,15	0,2	X	X
0,1	2,403	3767,36	0,1	1,622	3546,13	0,1	X	X

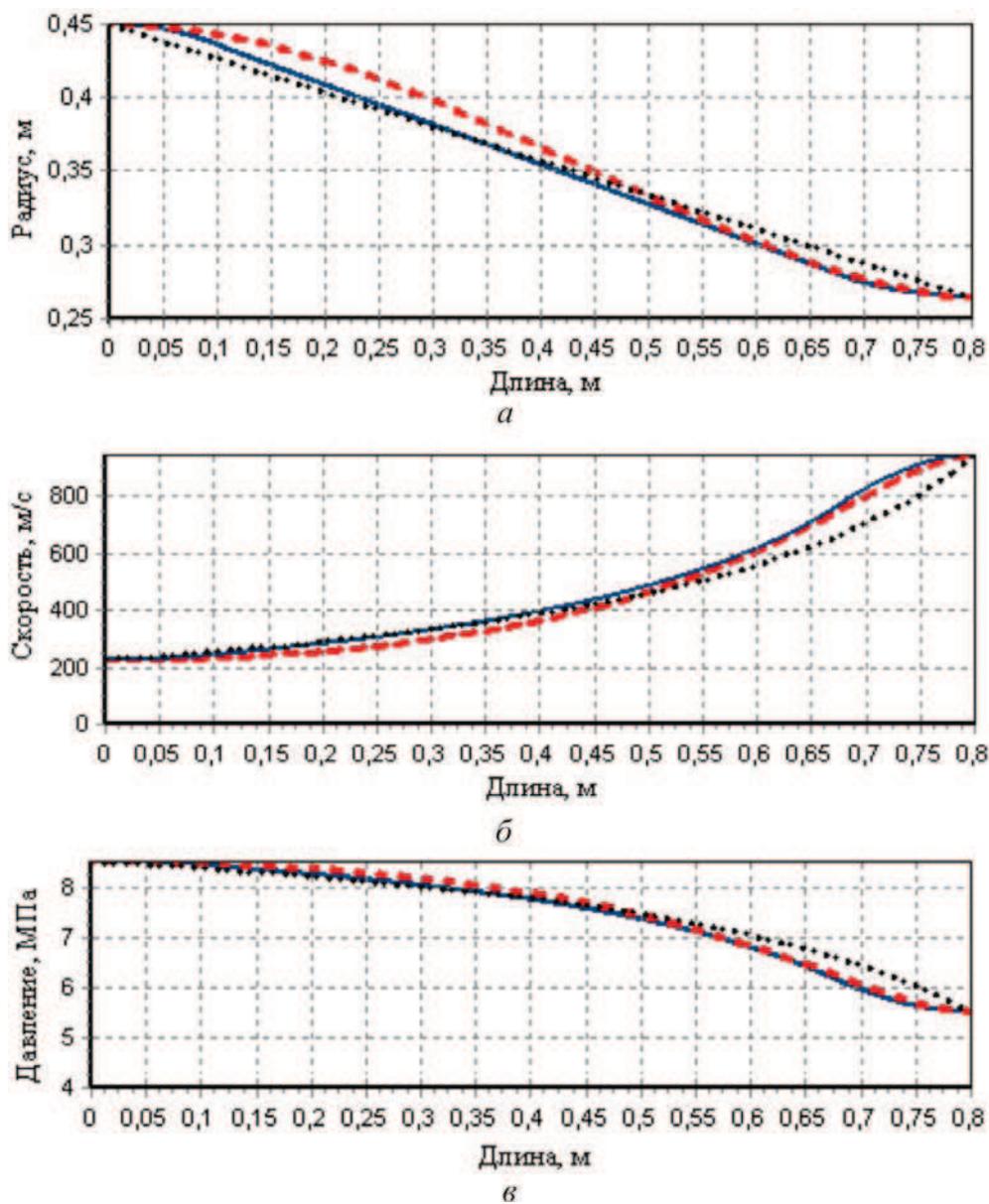


Рис. 2. Профили сопел и распределение некоторых стационарных параметров потока: --- – профиль Витошинского; – конусное сопло; — — радиусное сопло; а – профили сопел; б – скорость стационарного потока; в – давление стационарного потока

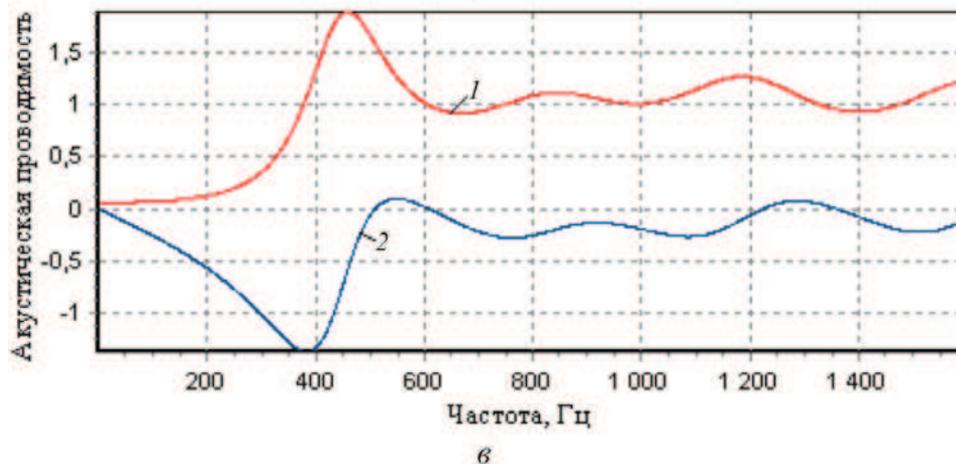
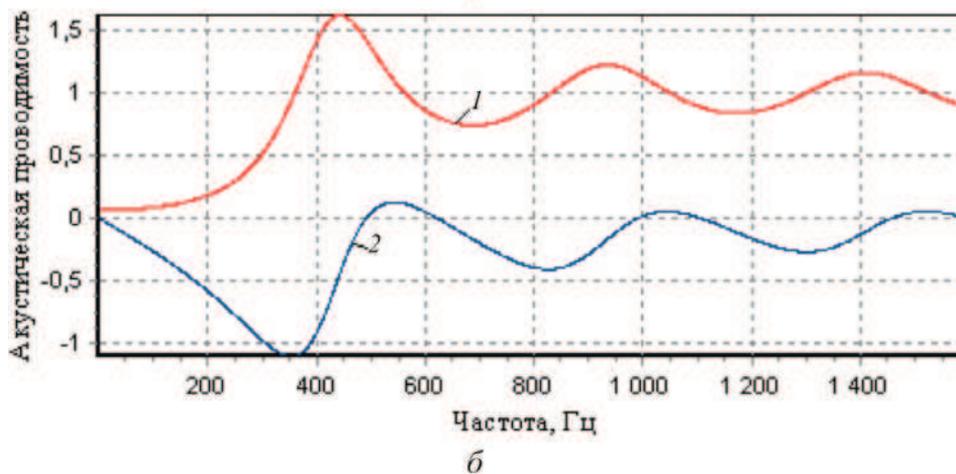
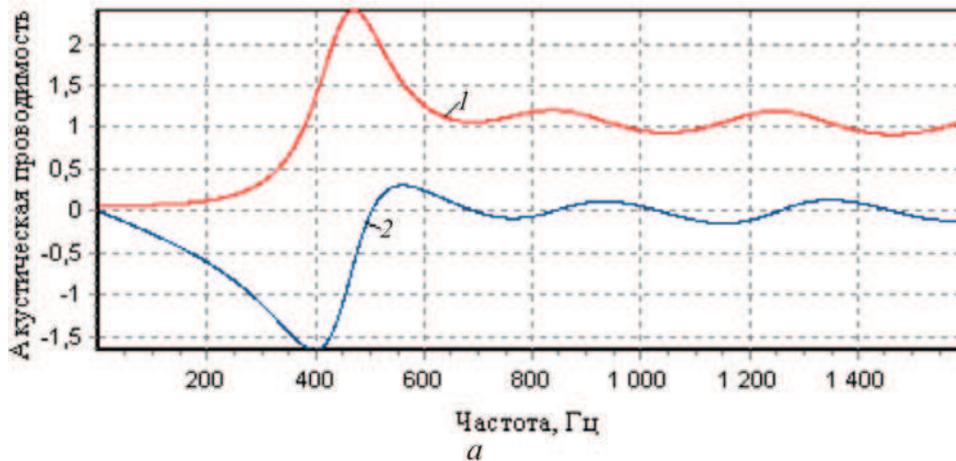


Рис. 3. Акустическая проводимость сопла: 1 – действительная часть; 2 – мнимая часть; а – профиль Витошинского; б – конусное сопло; в – радиусное сопло

Таблица 2

**Максимальные демпфирующие свойства радиусного сопла
при $l = 0,8$ м, $r_{вх} = 0,45$ м, $r_{кр} = 0,265$ м**

$r_2 / r_{кр} = 1$			$r_2 / r_{кр} = 1,5$			$r_2 / r_{кр} = 2$		
$r_1 / r_{вх}$	Y_c	f , Гц	$r_1 / r_{вх}$	Y_c	f , Гц	$r_1 / r_{вх}$	Y_c	f , Гц
0,01	1,628	442,61	0,01	1,628	442,61	0,01	1,628	442,61
0,10	1,708	444,20	0,10	1,712	444,20	0,10	1,714	444,20
0,20	1,754	445,79	0,20	1,761	445,79	0,20	1,764	445,79
0,30	1,787	447,38	0,30	1,791	447,38	0,30	1,787	447,38
0,40	1,819	448,98	0,40	1,815	450,57	0,40	1,802	450,57
0,50	1,851	450,57	0,50	1,839	452,16	0,50	1,813	452,16
0,60	1,884	452,16	0,60	1,868	453,75	0,60	1,830	455,34
0,70	1,918	452,16	0,70	1,901	455,34	0,70	1,857	456,93
0,80	1,947	452,16	0,80	1,938	456,93	0,80	1,879	458,53
0,90	1,982	453,75	0,90	1,977	456,93	0,90	1,912	460,11
1,00	2,014	453,75	1,00	2,019	458,53	1,00	1,950	461,70

Таблица 3

**Влияние радиуса критического сечения на максимальные
демпфирующие свойства сопел при $r_{вх} = 0,45$ м**

Общие параметры			Профиль Витошинского			Конусное сопло		
$v_{вх}$, м/с	$r_{кр}$, м	l , м	V , м ³	Y_c	f , Гц	V , м ³	Y_c	f , Гц
50	0,1260	0,4	0,0932	1,510	1461,20	0,1152	3,508	1060,13
100	0,1779	0,4	0,1243	1,740	1198,60	0,1316	2,293	986,92
150	0,2173	0,4	0,1460	2,033	1042,62	0,1456	1,879	939,17
200	0,2499	0,4	0,1630	2,290	969,41	0,1581	1,679	900,98
250	0,2779	0,4	0,1771	2,497	918,48	0,1696	1,580	872,33
300	0,3025	0,4	0,1890	2,654	877,10	0,1802	1,532	845,27
50	0,1260	0,8	0,1865	1,510	730,68	0,2305	3,508	530,14
100	0,1779	0,8	0,2486	1,740	600,17	0,2632	2,293	493,54
150	0,2173	0,8	0,2920	2,033	520,60	0,2911	1,879	469,67
200	0,2499	0,8	0,3260	2,290	483,99	0,3162	1,679	450,57
250	0,2779	0,8	0,3541	2,497	458,53	0,3391	1,580	436,24
300	0,3025	0,8	0,3779	2,654	437,84	0,3603	1,532	423,51

В результате проведенных расчетов отмечены следующие особенности:

1. При малых скоростях стационарного потока на входе в сопло наилучшими демпфирующими свойствами обладает радиусное сопло (затем конусное). Для более высоких входных скоростей наилучшие демпфирующие свойства у сопла Витошинского.

2. Изменение входного радиуса $r_{\text{вх}}$ не влияет на акустическую проводимость сопла Витошинского и конусного сопла. Для радиусного сопла демпфирующие свойства сильно зависят от соотношений $r_1 / r_{\text{вых}}$ и $r_2 / r_{\text{кр}}$, поэтому с ростом $r_{\text{вх}}$ они могут как расти, так и падать.

3. Уменьшение длины дозвуковой части смещает максимальные демпфирующие способности сопла в область более высоких частот (в случае сверхкороткого сопла акустическая проводимость не зависит от частоты [3, 4]).

4. Увеличение радиуса критического сечения сопла $r_{\text{кр}}$ (что соответствует росту скорости стационарного потока на входе в сопло) вызывает увеличение демпфирующих способностей сопла и смещает их в область более низких частот.

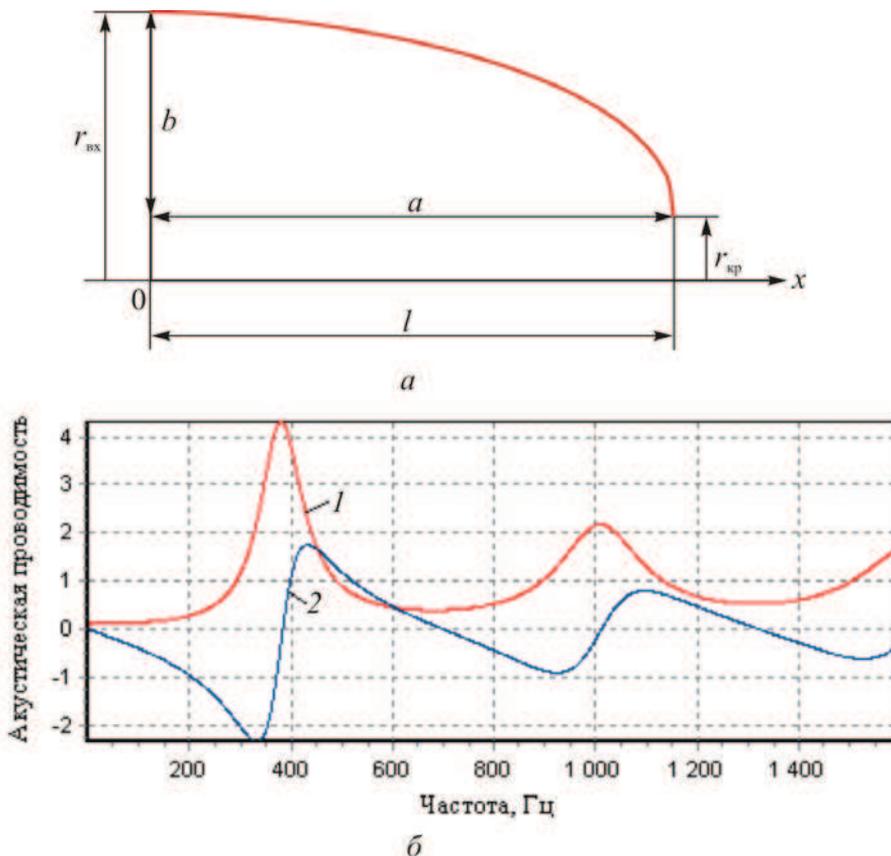


Рис. 4. Акустическая проводимость сопла с эллиптическим профилем: a – профиль сопла; b – график проводимости; 1 – действительная часть; 2 – мнимая часть

Таким образом, максимальные демпфирующие свойства сопла прежде всего зависят от формы дозвуковой части. С изменением внутреннего объема дозвуковой части сопла действительная часть акустической проводимости может как увеличиваться, так и уменьшаться.

На основании полученных данных было сделано предположение о построении профиля сопла с улучшенными демпфирующими способностями для подавления низкочастотных колебаний: при прочих равных геометрических характеристиках сопла радиус r_1 должен оставаться как можно дольше равным $r_{вх}$. Одним из вариантов такого профиля является эллипс. Расчет подтвердил сделанное предположение: действительная часть акустической проводимости оказалась выше, чем для остальных видов сопловых профилей при тех же значениях $r_{вх}$, $r_{кр}$, l (ср. рис. 3 и рис. 4).

В дальнейшем авторами будет более подробно исследовано влияние предкритической части сопла на ее акустическую проводимость и рассмотрены сопла с более реальными профилями.

Библиографический список

1. Интегральные прямоточные воздушно-реактивные двигатели на твердых топливах / под ред. Л.С. Яновского. – М.: Академкнига, 2006. – 343 с.

2. Lamarque N., Pointson T. Boundary conditions for acoustic eigenmode computations in gas turbine combustion chamber. Institut de Mecanique des Fluides de Toulouse, France. – URL: http://www.cerfacs.fr/~cfdbib/repository/TR_CFD_07_142.pdf.

3. Frank E. Marble. Response of a nozzle to an entropy disturbance example of thermodynamically unsteady aerodynamics. California Institute of Technology, USA, 1975. – URL: http://www.authors.library.caltech.edu/22073/1/296_Marble_FE_1975.pdf.

4. Артамонов К.И. Термогидроакустическая устойчивость. – М.: Машиностроение, 1982. – 261 с.

Получено 2.09.2011