

# БИОМЕХАНИКА И БИОМЕДИЦИНСКИЙ ИНЖИНИРИНГ

УДК 531/534:[57+61]

**Н.О. Воронова, М.И. Шмурак**

**N.O. Voronova, M.I. Shmurak**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

Perm National Research Polytechnic University

## БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ В ДЕФОРМИРУЕМОМ УПРУГОМ СОСУДЕ С БЛЯШКОЙ

## BIOMECHANICAL MODELING OF BLOOD FLOW IN AN ELASTIC VESSEL DEFORMED WITH PLAQUE

В современном мире лидирующие позиции среди факторов преждевременной смертности занимают заболевания сосудов. Самыми распространенными из них являются заболевания сосудов сердца и сосудов, питающих головной мозг. Одной из причин нарушения кровотока является сужение сосуда из-за появления атеросклеротической бляшки. Предложена математическая модель течения крови в деформируемом сосуде на примере внутренней сонной артерии. Представлены математическая постановка стационарной связанной задачи течения жидкости в упругом сосуде с сужением ввиду наличия бляшки и задача деформирования стенки сосуда (материал для одинарной стенки сосуда и бляшки неоднородный).

**Ключевые слова:** моделирование, течение, задача гидродинамики, напряженно-деформированное состояние, кровеносный сосуд.

In the modern world, the leading position in assessing the factors of premature mortality is occupied by vascular diseases. The most common of these are diseases of the blood vessels and heart vessels that feed the brain. One of the causes of the violation of blood flow is the narrowing of the vessel due to the appearance of an atherosclerotic plaque. A mathematical model of blood flow in a deformable vessel is proposed, using the example of an internal carotid artery. The mathematical formulation of the stationary-coupled fluid flow problem in an elastic vessel with a narrowing in view of the presence of a plaque and the problem of deformation of the vessel wall are presented, the material for the single wall of the vessel and the plaque is not homogeneous.

**Keywords:** simulation, flow, hydrodynamics, stress-strain state, blood vessel.

По результатам мировой статистической оценки, проведенной Всемирной организацией здравоохранения за 2014 г., выделены основные факторы преждевременной смертности населения, в числе которых два пункта из трех связаны с заболеванием сосудов [1]. Опасность заболевания сосудов заклю-

чается в том, что они напрямую влияют на работу сердца и питание мозга. Появление небольшого локального сужения даже с учетом того, что организм тут же пытается восстановить нормальный ток крови, влияет на весь процесс кровообращения в теле. На данный момент существуют различные методы лечения подобных заболеваний – от неинвазивного медикаментозного вмешательства до установки стента хирургом. Первый путь оказывает биохимическое воздействие на упругие свойства стенок, а второй является экстренным временным решением проблемы, который требует последующего повторного вмешательства и постоянного контроля.

Таким образом, целью настоящей работы является симуляция условий, происходящих на участке сосуда путем создания преграды нормальному току крови, прилегающей к сосудистой стенке «твердого новообразования» – бляшки. Исследование проводится путем постановки стационарной связанной задачи гидродинамики и деформации стенки сосуда для оценки и иллюстрации напряженно-деформированного состояния стенки сосуда от распределения давления жидкости, полученных при решении задачи гидродинамики.

Внутренняя сонная артерия (ВСА) – это парная крупная артерия шеи и головы. Она является основным поставщиком питательных веществ и кислорода для головного мозга. Любые погрешности в осуществлении полноценного кровоснабжения мозга приводят к негативным последствиям в самочувствии человека. Известно также, что выявить патологию сонной артерии на начальном этапе практически невозможно. Исходя из этого, очевидны важность отлаженной работы данного сосуда и моделирование данной задачи.

Согласно краткому обзору литературы в области исследования проблемы нарушения течения крови по ВСА проанализированы следующие аспекты: в модели сосуда со средней степенью кривизны вихри являются стабилизаторами потока [2]; возникновение обратного течения в сосуде с сильным искривлением зависит от изменения распределения давления [3]; увеличение скорости потока в области локального сужения влияет на появление турбулентного следа за бляшкой и, как следствие, на ее разрушение [4]; наибольшую опасность несут небольшие бляшки, так как они запускают процесс образования тромба [5].

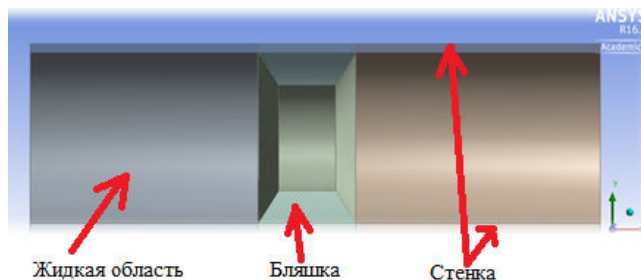


Рис. 1. Вид исследуемой модели в ANSYS

Данная работа посвящена исследованию влияния деформации стенки сосуда под действием распределения давления жидкости с учетом наличия препятствия прямолинейному течению жидкости бляшкой. Построение исследуемой модели (рис. 1) было произведено на основании обзора работ [2, 3, 5–8].

Математическая постановка связанной задачи представлена в общем виде: задача гидродинамики (уравнение Навье – Стокса и уравнение неразрывности) с учетом перепада давления, заданного в граничных условиях, условиях прилипания, непротекания на боковой поверхности, и задача деформации (уравнение равновесия, определяющее соотношение и соотношение Коши) с жестким закреплением стенки по торцам.

Задача гидродинамики:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{dV}{dt} = -\nabla p + \mu \Delta V, \\ \frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot V = 0, \\ P|_{\Gamma_1} = 12\,000 \text{ Па}, \\ P|_{\Gamma_4} = 0 \text{ Па}, \\ V|_{\Gamma_2, \Gamma_3} = 0 \text{ м/с}. \end{array} \right.$$

Задача деформации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\nabla} \cdot \bar{\sigma} = 0, \\ \bar{\sigma} = \bar{C} \cdot \bar{\varepsilon}, \\ \varepsilon = \frac{1}{2} (\bar{\nabla} \bar{u} + \bar{u} \bar{\nabla}), \\ u_x|_{x=0} = 0, \\ u_x|_{x=l} = 0, \\ p|_{R=r} = p^*, \end{array} \right.$$

где  $p^*$  – распределение давления жидкости, полученное при решении задачи гидродинамики (рис. 2).

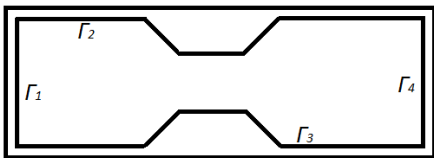


Рис. 2. Обозначение границ

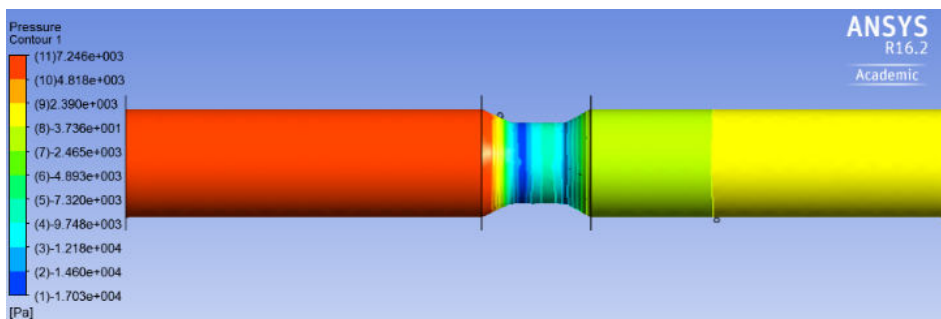
Расчетная область – цилиндрическая область, которая состоит из области течения жидкости и стенки сосуда и бляшки – двух разных изотропных и линейно упругих материалов, параметры и свойства которых взяты из литературы [5]. Рассмотрены задачи с различной конфи-

гурацией расчетной области: сужение просвета за счет бляшки на 25, 50 и 75 % от нормального диаметра сосуда.

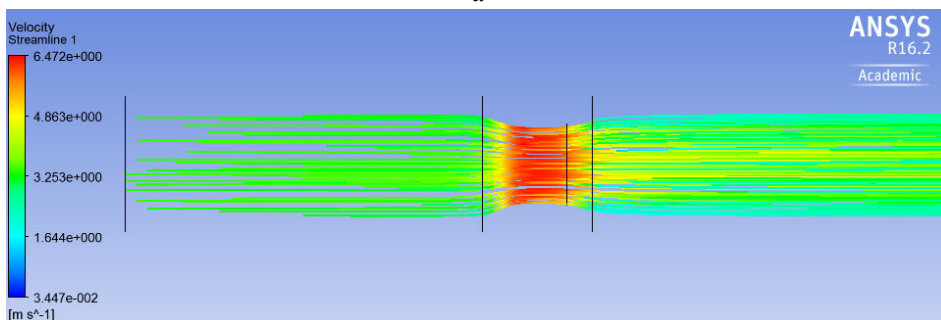
Для моделирования процесса была использована программа ANSYS Workbench. Сначала была смоделирована задача гидродинамики с использованием свойств для жидкости, как у крови, целью которой являлось получение распределения давления жидкости на стенку сосуда. Далее было произведено решение задачи деформации с параметрами и свойствами для стенки сосуда и бляшки, взятых их работы [2] и приведенных в таблице для иллюстрации напряженно-деформированного состояния в стенке сосуда. Результаты моделирования приведены на рис. 3–5.

Параметры, использованные при решении

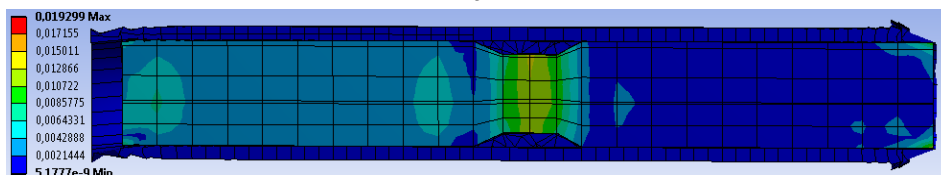
Параметр	Значение
Для крови	
Плотность крови	1050 кг/м <sup>3</sup>
Динамическая вязкость	0,004 Па·с
Для стенки сосуда	
Плотность	1378 кг/м <sup>3</sup>
Модуль упругости	5,5 МПа
Коэффициент Пуассона	0,4
Для бляшки	
Плотность	1400 кг/м <sup>3</sup>
Модуль упругости	0,7 МПа
Коэффициент Пуассона	0,4



*a*



*б*



*в*

Рис. 3. Модель течения крови в сосуде с сужением 25 %:  
*a* – распределение давления, Па; *б* – линии тока скоростей, м/с;  
*в* – распределение напряжения в стенке сосуда по Мизесу, МПа

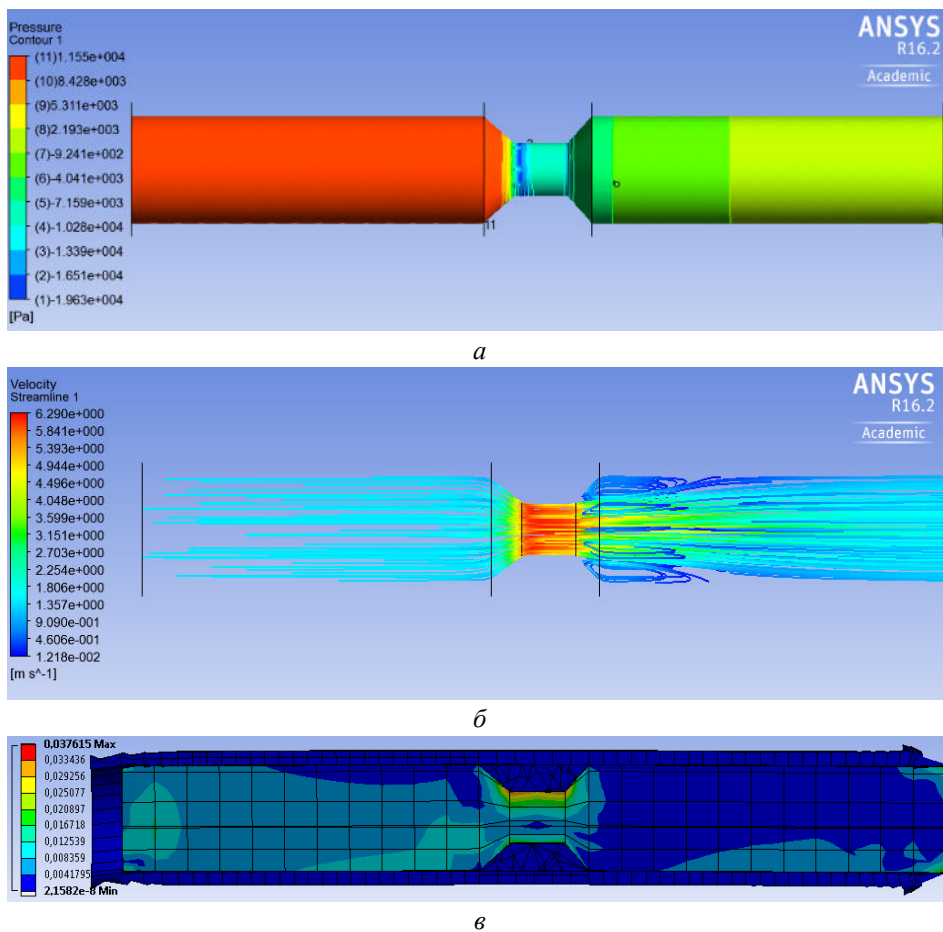


Рис. 4. Модель течения крови в сосуде с сужением 50 %:  
*a* – распределение давления, Па; *б* – линии тока скоростей, м/с;  
*в* – распределение напряжения в стенке сосуда по Мизесу, МПа

Представленные в данной работе результаты показывают области, наиболее подверженные «избыточным» нагрузкам ввиду образования вихря, приводящего к образованию обратного течения, также область локального падения давления на участке сужения и, как следствие, уменьшение среднего значения скорости на всем исследуемом участке.

Полученные результаты позволяют провести некоторую грубую оценку изменения течения крови и деформации сосуда при появлении в нем бляшки. В дальнейшем планируется усложнение модели: рассмотреть нестационарность процесса, учесть нелинейность деформирования сосудистой стенки, исследовать влияние установки стента.

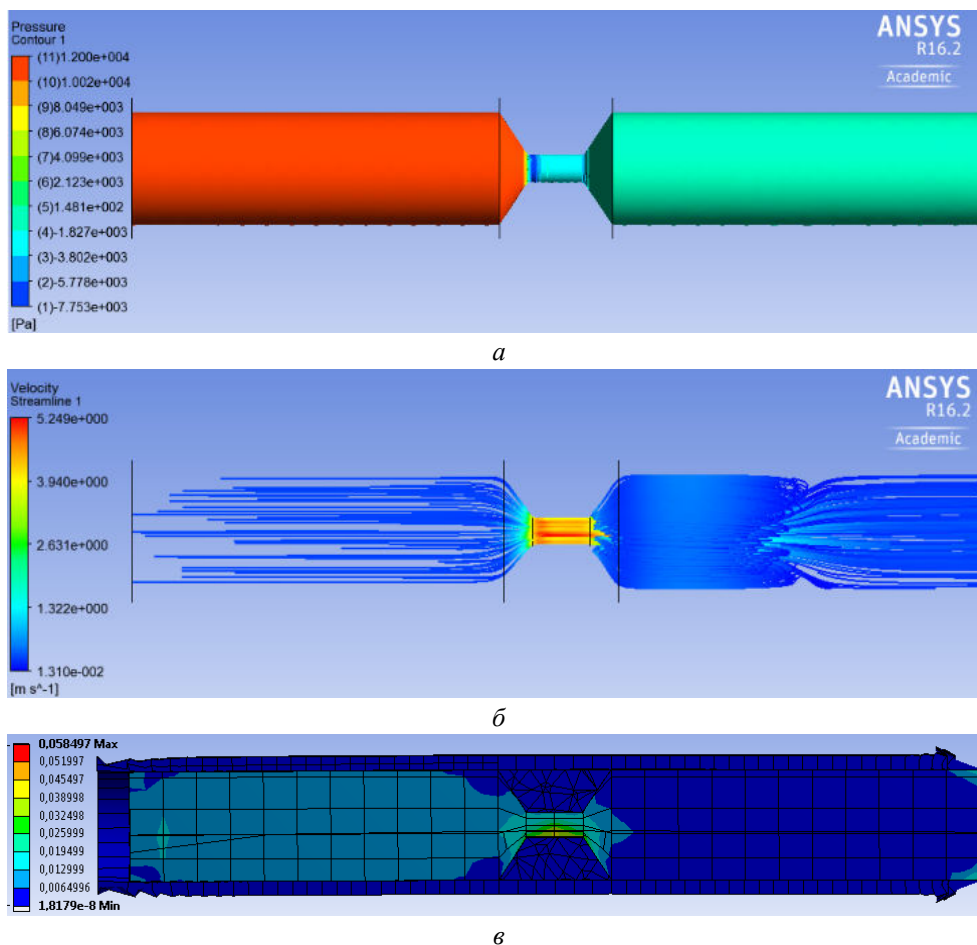


Рис. 5. Модель течения крови в сосуде с сужением 75 %:  
а – распределение давления, Па; б – линии тока скоростей, м/с;  
в – распределение напряжения в стенке сосуда по Мизесу, МПа

*Работа выполнена в рамках гранта «Государственное задание 2017–2019», шифр проекта 19.7286.2017/8.9.*

### Список литературы

1. Антонов В.Ф., Черныш А.М. Биофизика: учеб. для студ. высш. учеб. заведений / под ред. проф. В.Ф. Антонова. – М.: Владос, 2003.
2. Оверко В.С. Моделирование течения крови в патологически искривленных сосудах // Вісник НТУ «ХПІ». – 2013. – № 5. – С. 211–219.
3. Скобцов Ю.А. Моделирование и визуализация поведения потоков крови при патологических процессах. – Донецк, 2008.

4. Белоцерковская М.А. Моделирование кровотока в сонной артерии в области атеросклеротической бляшки в двумерной и трехмерной постановке // Таврический медико-биологический вестник. – 2014. – № 2 (66). – С. 13–16.

5. Рухленко А.С. Математическое моделирование процессов тромбообразования в интенсивных потоках крови: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Долгопрудный, 2013.

6. Кошелев В.Б. Математические модели квазиодномерной гемодинамики: метод. пособие. – М.: МАКС Пресс, 2010.

7. Павлова О.Е. Биомеханическое исследование патологической извитости внутренней сонной артерии: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Саратов, 2013.

8. Бегун П.И. Компьютерное моделирование и биомеханический анализ критического состояния и коррекции структур сосудистой системы (часть 1) // Информационно-управляющие системы. – 2005. – № 6. – С. 51–56.

Получено 14.04.2017

**Воронова Наталья Олеговна** – студентка, кафедра «Теоретическая механика и биомеханика», факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет.

**Шмурак Марина Ивановна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика и биомеханика», факультет прикладной математики и механики, Пермский национальный исследовательский политехнический университет.