DOI: 10.15593/2224-9982/2016.47.13

УДК 534.16

Е.В. Мехоношина, В.Я. Модорский

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

ЗАВИСИМОСТЬ АЭРОУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ РОТОРА КОМПРЕССОРА ОТ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ И МОДУЛЯ УПРУГОСТИ МАТЕРИАЛА

Исследуется аэроупругое взаимовлияние «газодинамический поток – ротор в магнитных подвесах» в центробежном компрессоре газоперекачивающего агрегата с учетом технологических дисбалансов. Проведен обзор современного состояния исследований в области аэроупругости роторов. Получены результаты аэроупругих расчетов с учетом технологических дисбалансов и магнитных подвесов. В качестве инструмента численного моделирования в работе использована система инженерного анализа ANSYS 15.0. В качестве методов решения использованы метод конечных объемов для газодинамики и метод конечных элементов для оценки компонент напряженно-деформированного состояния. В ходе расчетов варьировались скорость вращения и модуль упругости материала конструкции, оценивались компоненты НДС и газодинамических параметров. Анализ временных зависимостей показал, что колебания газа вблизи лопатки ротора происходят с частотой около 200 Гц, а колебания верхней кромки лопатки — с частотой в четыре раза выше, что соизмеримо с «лопаточной» частотой. Обнаружено, что поправка по амплитудам колебаний в контрольных точках на магнитных подвесах за счет аэроупругости может составлять до 50 %, по сдвигу фаз между колебаниями в газе и конструкции порядка — π/4.

Ключевые слова: центробежный компрессор, аэроупругость, междисциплинарный расчет, сдвиг фаз колебаний, вибрации, нестационарность.

E.V. Mekhonoshina, V.Ya. Modorskii

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

DEPENDENCE OF AERO ELASTIC BEHAVIOR OF COMPRESSOR ROTOR FROM ROTATIONAL SPEED AND ELASTIC MODULUS OF THE MATERIAL

In this paper we investigate aeroelastic interference "gas-dynamic flow – rotors on magnetic suspension" in a centrifugal compressor of gas compressor unit taking into account the technological imbalances. An overview of the current state research of the rotors aeroelasticity was reviewed. Results of aeroelastic calculations, taking into account the technological imbalances and magnetic suspensions were obtained. The solutions have been used as a finite volume method for gas dynamics and a finite element method for calculation of the stress-strain state components. Rotational speed and elastic modulus of the material of construction, estimated components of stress-strain state and gas-dynamic

parameters were varied during the calculations. The analysis of time dependencies showed that the gas oscillations near the rotor blades occur with a frequency of about 200 Hz and vibrations of the blade upper edge occur at a frequency 4 times higher, which is comparable with the "blade" frequency. It was found that the correction of the oscillation amplitudes in the control points on the magnetic suspension by aeroelasticity can be up to 50%, the phase shift between the oscillations in the gas and the construction is about – $\pi/4$.

Keywords: centrifugal compressor, aeroelasticity, interdisciplinary calculation, oscillation phase displacement, vibration, nonstationarity.

Введение

Развитие компрессорной техники связано с ростом степени повышения давления, снижением материалоемкости и массы конструкции. Последнее особенно актуально для газоперекачивающих агрегатов (ГПА) в связи с необходимостью авиационной транспортировки в труднодоступные районы Крайнего Севера. Возможное снижение жесткости и рост нагрузок могут повысить вероятность возникновения аэроупругих колебательных процессов в нежесткой тонкостенной конструкции при действии интенсивных потоков газа.

Вышесказанное позволяет выделить следующие факторы, оказывающие влияние на вибрации турбомашин: дисбалансы, возникающие при изготовлении и сборке конструкции; геометрия проточной части; аэроупругие эффекты на лопатках компрессора и в лабиритных уплотнениях; аэроупругое взаимовлияние в динамической системе «газодинамический поток – ротор с магнитными подвесами».

Наиболее исследовано влияние на вибрации ротора технологических дисбалансов [1, 2], а на вибрации лопаток – процессов взаимовлияния потока и лопаток рабочего колеса [3–5]. Остальные факторы изучены недостаточно [6, 7].

Для изучения аэроупругости компрессоров необходимо провести большой объем исследований. В данной статье авторы рассматривают отличия аэроупругих колебаний в компрессорах от колебаний, рассчитанных в «классической» нестационарной постановке. Кроме того, авторы исследуют особенности аэроупругих колебаний в газе, в лопатках и в магнитных подвесах. Вместе с тем, авторы рассматривают влияние скорости вращения и физико-механических характеристик материалов на параметры аэроупругих колебаний ротора с учетом технологических дисбалансов и магнитных подвесов.

Для верификации проведены аэроупругие расчеты на модельной задаче.

Обзор современного состояния исследований

История аэроупругих численных расчетов берет начало с работ, связанных с асимметричным флаттером, возникшим во время полета на бомбардировщике Хэндли Пейдж. Причины его катастрофы в числе первых устанавливал Ф. Ланчестер (1916 г.) [8]. Немецкий физик Пауль Рихард Генрих Блазиус в 1918 г. после поломки нижнего крыла биплана Albatros D3 произвел один из первых аналитических расчетов флаттера. Первый численный расчет аэродинамической силы, действующей на гармонически колеблющуюся тонкую пластинку в двумерном потоке, был проведен позднее, в 1922 г. В. Бирнбаумом в диссертации, выполненной в Геттингенском университете [9, 10]. Теоретики В. Бирнбаум, Х. Вагнер, Х.Ж. Кюсснер в 1920-х гг. построили математическую модель флаттера, представляющую собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Первое точное решение задачи флаттера получил в 1934 г. Т. Теодорсен. В России работы по флаттеру начались позже - в 1930 г. Пионером в этой области был Е.П. Гроссман [8].

К вопросам аэроупругости обращались многие исследователи. В 1972 г. А.С. Вольмир описал вынужденные колебания пластины, подвергнутой действию периодически изменяющейся поперечной нагрузки [11]. В работе [12] подробно рассмотрена проблема аэрогидроупругости. Авторы изучили круг задач, в которых необходимо учитывать влияние среды на поведение конструкции. Отмечено, что спектр таких задач постоянно расширяется [12]. Авторы рассмотрели газоупругий подход к расчету колебательных режимов в энергетических установках, предложили физическую и математическую модели процесса, унифицированный алгоритм и метод решения [13]. Приведено большое число решений модельных задач.

При численном решении задачи о совместных колебаниях твердого тела и газового потока исследователи сталкиваются с рядом трудностей. Во-первых, многодисциплинарность задачи: при ее решении приходится пользоваться методами теории упругости, аэродинамики и теории колебаний. Во-вторых, нестационарность протекающих процессов. В-третьих, при решении связанных задач имеются сложности математического плана вследствие физической разнородности системы «газ – конструкция» и отсутствия унифицированного аппарата для описания ее поведения в рамках одной системы уравнений [14].

В-четвертых, решение задач аэроупругости является вычислительно ресурсоемким и требует знаний в области суперкомпьютерных технологий, в том числе параллельных вычислений.

В связи с имеющимися трудностями проблема колебаний изучается либо с позиций газодинамики, либо – теории упругости. Так, например, в работах [15–17] представлены исследования газодинамики в центробежных компрессорах. А в работе [18] сделано предположение, что форма и частота колебаний лопатки не зависит от потока воздуха. В этой работе исследуются колебания потока вокруг осциллирующей лопатки компрессора реактивного двигателя.

Физическая модель

В газодинамической подмодели рассмотрен ротор, вращающийся с постоянной угловой скоростью. В расчете по оценке компонент НДС рассматривается ротор в сборе, включая вал, рабочее колесо и магнитные подвесы (МП1 – вблизи свободного торца ротора, МП2 – вблизи трансмиссии). Производится учет эксцентриситетов участков вала. Расчеты проведены с учетом гравитации. Также учитывается взаимовлияние газодинамического потока и деформируемого ротора. На рабочем колесе расположено восемь лопаток. Длина ротора равна 2 м, ширина магнитного подвеса – 200 мм, материал конструкции – сталь, стенки шероховатые, эксцентриситет составляет 10 мкм. Скорость вращения ротора – 6000 об/мин. Рассматривается течение нереагирующего совершенного газа; поток однофазный. Степень повышения давления 1,3, массовый расход – 1,8 кг/с.

Математическая модель

В соответствии с выбранной физической используется математическая модель, включающая в себя две подмодели. Подмодель газодинамики базируется на законах сохранения массы, импульса, энергии, уравнении состояния совершенного сжимаемого газа и замыкается начальными и граничными условиями. Математическая подмодель для оценки НДС описана в работах [5–7].

Начальные и граничные условия

Начальными условиями для связанной постановки является ненапряженное состояние конструкции и невозмущенный газ. На рис. 1, a

представлена расчетная схема по оценке компонент НДС компрессора, на рис. $1, \delta$ – расчетная подмодель газодинамики.

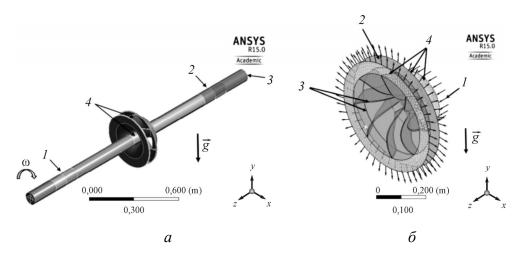


Рис. 1. Расчетная схема: a — по оценке компонент НДС компрессора (I и 2 обозначены магнитные подвесы МП1 и МП2 соответственно; 3 — запрет перемещений по нормали к поверхности; 4 — интерфейс конструкция — газ); δ — газодинамики компрессора (I — вход; 2 — выход; 3 — интерфейс газ — конструкция (реализуется на поверхностях лопаток, покрывных дисках и втулочном обводе); 4 — подвижная сетка на поверхностях втулочного и внешнего обводов)

Сеточные модели

Для решения исходной системы дифференциальных уравнений в частных производных подмодели были разбиты на ячейки. Сеточная модель для оценки компонент НДС включает в себя около 75 000 элементов, а для газодинамического расчета – 1 666 000 элементов.

Результаты

Расчеты проведены в системе компьютерного инженерного анализа ANSYS 15.0 с использованием вычислительных мощностей высокопроизводительного вычислительного комплекса ПНИПУ. Продолжительность расчета составила в среднем 2,5 сут на 16 ядрах Intel Xeon E5-2680. Объем памяти, необходимый для сохранения результатов, должен быть не менее 90 Гб. В ходе расчетов варьировались скорость вращения и модуль упругости материала конструкции. При этом оценивались компоненты НДС и газодинамические параметры в системе «газодинамический поток – ротор с магнитными подвесами».

Предварительный анализ показал, что «роторная» частота – 100 Гц, «лопаточная» – 800 Гц, а критическая – около 111 Гц. Критическая частота определялась по диаграмме Кэмпбелла с использованием средств модуля Modal ANSYS, в котором не учитывается влияние газа. Полученный результат представлен на рис. 2, где треугольниками обозначены критические частоты вращения.

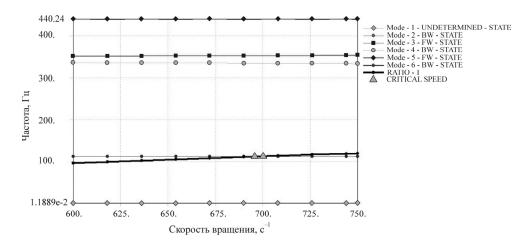


Рис. 2. Диаграмма Кэмпбелла

Анализ временных зависимостей базового расчета (рис. 3) показал, что колебания газодинамических параметров вблизи лопатки ротора происходят с частотой около 200 Гц, а колебания параметров НДС на верхней кромке лопатки – с частотой примерно в четыре раза выше, т.е. почти с «лопаточной» частотой.

В таблице приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Увеличение модуля упругости материала конструкции ведет к увеличению частот колебаний перемещений в контрольной точке на лопатке в 1,4 раза и в 1,6 раза в контрольной точке на МП2. Частота колебаний перемещений в контрольной точке на МП1 снижается в 1,4 раза (см. таблицу).

При увеличении модуля упругости материала амплитуда колебаний перемещений в контрольных точках на МП1 и МП2 уменьшилась незначительно — на 3,8 мкм. При этом средние значения перемещений уменьшились в три раза. Несмотря на существенное уменьшение сред-

них значений перемещений при повышении модуля упругости материала конструкции, амплитуда колебаний изменяется незначительно.

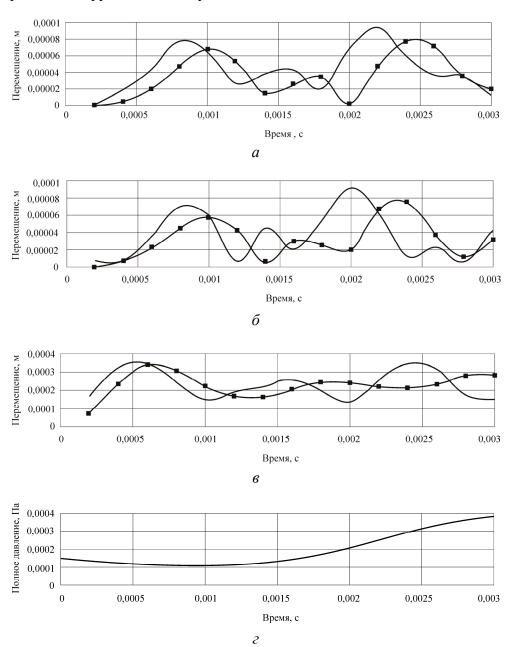


Рис. 3. Временные зависимости, полученные для базового расчета: a — перемещения в контрольной точке, соответствующей МП1; δ — перемещения в контрольной точке, соответствующей МП2; s — перемещения в контрольной точке на лопатке; ε — полного давления в точке над лопаткой; — -2FSI; —— нестационарное НДС

Результаты	вычислительных	экспериментов
1 Cognibiano	DDI III COIDIIDIA	Sitemention

Область	Частота колеба- ний га- за, Гц	Частота колеба- ний кон- струк- ции, Гц	Амплиту- да коле- баний конструк- ции, мкм	Номи- нальное значение переме- щений, мкм	Частота колеба- ний, Гц	Разница макси- мальных переме- щений, мкм	Разница мини- мальных переме- щений, мкм	Разница ампли- туд, мкм		
	1	2	3	4	5	6	7	8		
Базовый расчет										
МП1	ı	726	25,5	53,1	685	10,33	11,8	-0,779		
МП2	-	1754	32,2	39,56	1649	13,3	0,857	6,22		
Лопатка	227,58	909	101	241,5	824	8,18	-17,8	13		
Скорость вращения ω = 4000 об/мин										
МП1	_	909	5,22	25,7	492	11,3	19,2	-3,94		
МП2	_	1090,5	3,34	24,5	600	11,5	19,3	-3,88		
Лопатка	189,39	946,97	18,9	25,5	537	-29,7	-6,9	-11,4		
Модуль упругости материала $E = 9 \cdot 10^{10} \Pi a$										
МП1	_	1032,3	29,3	174,5	1000	4,82	96,3	-45,8		
МП2	_	1084,6	36	125,5	1084,6	16,5	65	-24,3		
Лопатка	228,57	653,59	171	560	621,36	-16	40,3	-28,2		

Примечание. Столбцы 1, 2, 3, 4 – с учетом течения газа; столбец 5 – без учета течения газа; столбец 6 – сравнение 2FSI расчета и нестационарного НДС.

Исследование влияния скорости вращения на колебания показало, что при ее увеличении частота и амплитуда аэроупругих колебаний давления увеличиваются. Рост скорости вращения на 50 % может приводить к росту частоты колебаний перемещений в контрольной точке на МП2 (на 60 %) и к снижению в контрольной точке на МП1 (на 20 %) и в контрольной точке на лопатке (на 4 %). Амплитуда колебаний перемещений при этом растет во всех контрольных точках.

Заключение

Наблюдаются отличия аэроупругих колебаний от колебаний, рассчитанных в «классической» нестационарной постановке как по амплитуде (до 45 мкм), так и начальной фазе (для базового варианта – π /4).

Обнаружено расхождение по частоте до двух раз при низких скоростях вращения.

Наблюдается отличие частот колебаний в газе вблизи лопатки (для базового варианта – 227,6 Γ ц) от частот колебаний в лопатке (для базового варианта 909 Γ ц), в контрольной точке на МП1 (726 Γ ц) и в контрольной точке на МП2 (1754 Γ ц).

Эффект взаимовлияния в системе «газодинамический поток – ротор с магнитными подвесами» в большей степени проявляется при низких модулях упругости материала.

Изменение частоты вращения ротора приводит к перераспределению частот колебаний в магнитных подвесах и на лопатках. Необходим учет аэроупругих процессов для анализа режимов как вблизи критических частот, так и на рабочих режимах.

С увеличением скорости вращения в аэроупругой постановке обнаружены режимы как со снижением характерной частоты колебаний в МП1 и на лопатке, так и со снижением в МП2.

С увеличением модуля упругости материала конструкции обнаружено снижение частот колебаний в одной опоре и увеличение в другой.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект N 14-19-00877).

Библиографический список

- 1. Макаров В.Ф., Белобородов С.М., Ковалев А.Ю. Применение методов адаптивной балансировки и сборки для обеспечения динамической устойчивости роторов газотурбинных агрегатов // Компрессорная техника и пневматика. 2010. N 6. С. 37–40.
- 2. Макаров В.Ф., Белобородов С.М., Ковалев А.Ю. Технологическое обеспечение виброзащиты элементов валопровода // Компрессорная техника и пневматика. 2011. № 3. C. 14-17.
- 3. Сарен В.Э. Аэроупругие колебания лопаточного венца осевой турбомашины // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 1. С. 21–27.
- 4. Писаренко Г.С. Аэроупругость турбомашин. Киев: Наук. думка, 1980. 284 с.

- 5. Самойлович Г.С. Нестационарное обтекание и аэроупругие колебания решеток турбомашин. М.: Наука, 1969. 444 с.
- 6. Мехоношина Е.В., Модорский В.Я. О сдвиге фаз волн на границе двух сред // Компьютерная оптика. 2015. Т. 39, № 3. С. 385–391.
- 7. Modorskiy V.Ya., Shmakov A.F. Numerical modeling of gasdynamic processes and processes of deformation in compressor of model test bench of the gas-distributing uni // Applied Mechanics and Materials. 2015. Oct. Vols. 799–800. P. 865–869.
- 8. Бетяев С.К. К истории гидродинамики: научные школы России XX века // Успехи физических наук. 2003. Т. 173, № 4. С. 419–446.
- 9. Арсентьев Т.П. Колебания крыла в сверхзвуковом потоке газа: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. СПб., 2008. 59 с.
- 10. Blasius H. Über Schwingungserscheinungen an EinholmigenUnterflügeln // Zeitschrift für Fugtechnik und Motorluftschiffahrt. 1925. Vol. 16. P. 39–45.
- 11. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.
- 12. Аэрогидроупругость конструкций / А.Г.Горшков, В.И. Морозов, А.Т. Пономарев, Ф.Н. Шклярчук. М.: Физматлит, 2000. 592 с.
- 13. Модорский В.Я., Соколкин Ю.В. Газоупругие процессы в энергетических установках. М.: Наука, 2007. 176 с.
- 14. Шуваев Н.В. Методика численного моделирования аэроупругого взаимодействия компрессорных лопаток газотурбинного двигателя с дозвуковым набегающим потоком воздуха: дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 2014. 133 с.
- 15. Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K. Aerodynamic designing of supersonic centrifugal compressor stages // WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. -2015. Vol. 9, N 1. P. 123-127.
- 16. Galerkin Y.B., Popova E.Y., Soldatova K.V. Calculation analysis of an axial compressor supersonic stage impeller // WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. -2015. Vol. 9, N 1. P. 118–122.
- 17. Galerkin Y., Solovieva O. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers // WASET International

Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. -2015. - Vol. 9, N 1. - P. 128–133.

18. Numerical simulation of unsteady flow around oscillating blade / R.A. Zagitov, N.V.Shuvaev, A.N. Dushko, Y.N. Shmotin // Proceedings of ASME Turbo Expo 2012. – 2012. – June 11–15. – GT2012-69458.

References

- 1. Makarov V.F., Beloborodov S.M., Kovalev A.Yu. Primenenie metodov adaptivnoy balansirovki i sborki dlya obespecheniya dinamicheskoy ustoychivosti rotorov gazoturbinnykh agregatov [Application of adaptive balancing and assembling for ensuring dynamic stability of rotor of gas-turbine units]. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2010, no. 6, pp. 37-40.
- 2. Makarov V.F., Beloborodov S.M., Kovalev A.Yu. Tekhnologicheskoe obespechenie vibrozashchity elementov valoprovoda [Technological ensuring vibroprotection of shafting elements]. *Kompressornaya tekhnika i pnevmatika*, 2011, no. 3, pp. 14-17.
- 3. Saren V.E. Aerouprugie kolebaniya lopatochnogo ventsa osevoy turbomashiny [Aeroelastic vibrations of blade row of axial turbomachine]. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*, 2010, no. 1, pp. 21-27.
- 4. Pisarenko G.S. Aerouprugost turbomashin [Aeroelasticity of turbomachines]. Kiev: Naukova dumka, 1980. 284 p.
- 5. Samoylovich G.S. Nestatsionarnoe obtekanie i aerouprugie kolebaniya reshetok turbomashin [Nonstacionary flow and aeroelastic vibrations of turbomachine cascades]. Moscow: Nauka, 1969. 444 p.
- 6. Mekhonoshina E.V., Modorskiy V.Ya. On a phase-shift of waves at the medium interface. *Computer Optics*, 2015, vol. 39, no. 3, pp. 385-391.
- 7. Modorskiy V.Ya., Shmakov A.F. Numerical modeling of gasdynamic processes and processes of deformation in compressor of model test bench of the gas-distributing uni. *Applied Mechanics and Materials*, Oct., 2015, vols. 799-800, pp. 865-869.
- 8. Betyaev S.K. K istorii gidrodinamiki: nauchnye shkoly Rossii XX veka [History of hydrodynamics: Russian scietific schools in XX century]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2003, vol. 173, no. 4, pp. 419-446.
- 9. Arsentev T.P. Kolebaniya kryla v sverkhzvukovom potoke gaza [Wing vibrations in supersonic gas flow]. Abstract of Ph. D. thesis. Saint Petersburg, 2008. 59 p.

- 10. Blasius H. Über Schwingungserscheinungen an EinholmigenUnterflügeln. Zeitschrift für Fugtechnik und Motorluftschiffahrt, 1925, vol. 16, pp. 39-45
- 11. Volmir A.S. Nelineynaya dinamika plastinok i obolochek [Nonlinear dynamics of plates and shells]. Moscow: Nauka, 1972. 432 p.
- 12. Gorshkov A.G., Morozov V.I., Ponomarev A.T., Shklyarchuk F.N. Aerogidrouprugost konstruktsiy [Aeroelasticity of structures]. Moscow: Fizmatlit, 2000. 592 p.
- 13. Modorskiy V.Ya., Sokolkin Yu.V. Gazouprugie protsessy v energeticheskikh ustanovkakh [Gas-elastic processes in power plants]. Moscow: Nauka, 2007. 176 p.
- 14. Shuvaev N.V. Metodika chislennogo modelirovaniya aerouprugogo vzaimodeystviya kompressornykh lopatok gazoturbinnogo dvigatelya s dozvukovym nabegayushchim potokom vozdukha [Numerical simulation technique of aeroelastic interaction of gasturbine engine compressor blades with subsonic incident air flow]. Ph.D. thesis. Perm, 2014. 133 p.
- 15. Galerkin Y., Rekstin A., Soldatova K. Aerodynamic designing of supersonic centrifugal compressor stages. *WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 123-127.
- 16. Galerkin Y.B., Popova E.Y., Soldatova K.V. Calculation analysis of an axial compressor supersonic stage impeller. *WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 118-122.
- 17. Galerkin Y., Solovieva O. Flow behavior and performances of centrifugal compressor stage vaneless diffusers. WASET International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering, 2015, vol. 9, no. 1, pp. 128-133.
- 18. Zagitov R.A., Shuvaev N.V., Dushko A.N., Shmotin Y.N. Numerical simulation of unsteady flow around oscillating blade. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2012*, June 11-15, 2012, GT2012-69458.

Об авторах

Мехоношина Евгения Викторовна (Пермь, Россия) – аспирантка кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций», инженер Центра высокопроизводительных вычислительных систем ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: mevpstu@gmail.com).

Модорский Владимир Яковлевич (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций», директор Центра высокопроизводительных вычислительных систем ФГБОУ ВО ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29, e-mail: modorsky@pstu.ru).

About the authors

Evgeniia V. Mekhonoshina (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Mechanics of Composite Materials and Structures, Engineer, High-Performance Computer Systems Centre, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: mevpstu@gmail.com).

Vladimir Ya. Modorskii (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Mechanics of Composite Materials and Structures, Director of High-Performance Computer Systems Centre, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: modorsky@pstu.ru).

Получено 30.09.2016