

# СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ, ЗДАНИЯ И СООРУЖЕНИЯ

---

DOI: 10.15593/2409-5125/2016.03.09  
УДК 624.012

**Ю.Л. Тонков**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет

## **ВЫБОР ЭФФЕКТИВНОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Особенность описания состояния сложной строительной системы заключается в неопределенности, источниками которой могут быть: невозможность точного измерения контролируемых величин; неточность исполнительских действий; невозможность четкого описания ситуации. Современные интеллектуальные технологии позволяют в этих условиях на базе знаний, полученных в результате обобщения экспертных оценок, используя функции принадлежности, делать четкое или нечеткое заключение о категории конструкции или объекта в целом. В ближайшем будущем интеллектуальные экспертные системы, представляющие новый более качественный уровень обследования строительных объектов должны стать обязательным инструментом в диагностике строительных объектов.

Высокие требования предъявляются к построению функций принадлежности контролируемых параметров, от которых в большей степени зависит качество решения. Наибольшую трудность вызывает построение функций принадлежности качественных контролируемых параметров. Для описания понятий и признаков, при отсутствии измеримых свойств, используют косвенные методы.

В работе рассмотрены методы построения функций принадлежности, получившие наибольшее распространение среди косвенных методов: метод Саати, модифицированный метод Саати, а также комплексное использование методов Саати и Chang. Особенности, достоинства и недостатки методов показаны на примере их применения при построении функций принадлежности нечетких термов для входного параметра «освидетельствованная прочность бетона» нечеткой экспертной системы оценки технического состояния строительных конструкций.

**Ключевые слова:** экспертная система, строительная конструкция, техническое состояние, функция принадлежности, качественный признак.

В настоящее время технология интеллектуальных систем в диагностике строительных конструкций, зданий и сооружений (и в строительной отрасли в целом) только развивается. Несмотря на ряд значимых исследований в этой области за последние три десятилетия [1–6 и др.], искусственный интеллект пока не нашел широкого применения в принятии решений [7]. Существуют проблемы создания универсального и устойчивого механизма рассуждения, проблемы извлечения и представления знаний эксперта, проблемы представления неопределенностей, недостоверностей понятий и определений.

Особенность описания состояния сложной строительной системы заключается прежде всего в неопределенности, источниками которой могут быть: невозможность точного измерения контролируемых величин; неточность исполнительских действий; невозможность четкого описания ситуации и т.п. Иначе говоря, принятие решения связано с решением задачи при весьма нечетких исходных данных, связанных как с весьма приблизительными «лингвистическими» характеристиками входных параметров (например, дефектов конструкции), так и с нечеткостью понятия «целесообразность» (категория состояния).

Современные интеллектуальные технологии позволяют в этих условиях на базе знаний, полученных в результате обобщения экспертных оценок, используя функции принадлежности, делать четкое или нечеткое заключение о категории конструкции или объекта в целом. В ближайшем будущем интеллектуальные экспертные системы [8], представляющие новый более качественный уровень обследования строительных объектов и гарантию формулирования достоверных выводов, а следовательно, безопасную и безаварийную их эксплуатацию, должны стать обязательным инструментом в этой сфере практической деятельности [9–11].

Работа многих экспертных систем основана на мягких вычислениях [5], т.е. на совокупности методов нечеткого вывода, нейронных сетей и генетических алгоритмов. Чаще всего при построении диагностических экспертных систем используется теория нечетких множеств [12] и ее приложения. Однако в некоторых профессиональных сферах [13] в ходе разработки экспертной системы выявляются трудности внедрения в «решатель» (блок

решений) программы гибридного нейронечеткого вычислительного оператора. Одной из причин, сдерживающих применение мягких вычислений, как и в случае разработки интеллектуальной экспертной системы оценки технического состояния строительных конструкций, является недостаток или отсутствие обучающей выборки.

Для тонкой настройки нечеткой системы оценки технического состояния целесообразно применять генетические алгоритмы [14]. Это может повысить качество и точность принятия решений. Однако в процессе создания программы установлено, что такая возможность появится после опытно-экспериментального применения программы в реальной диагностике конструкций. Поэтому представление знаний в прототипе нечеткой экспертной системы изначально должно быть максимально точным. Необходимо точно копировать образ мышления и действий эксперта.

Высокие требования предъявляются к построению *функций принадлежности контролируемых параметров*, от которых в большей степени зависит качество решения. Функции принадлежности обеспечивают соответствие между численным значением входной переменной системы нечеткого вывода (количественного или качественного результата контролируемого дефекта или повреждения детали, участка или узла) и значением соответствующего ей термина лингвистической переменной [15, 16]. Наибольшую трудность вызывает построение функций принадлежности *качественных* контролируемых параметров.

В качестве примера рассмотрим один из таких параметров разрабатываемой экспертной системы – *«освидетельствованная прочность бетона»* [17]. На этапе детального (инструментального) инженерного обследования широко применяется неразрушающий контроль прочности бетона. Надежность результатов неразрушающего контроля во многом зависит от применяемой приборной базы, от оснащенности и квалификации специалиста, осуществляющего контроль. Практика показывает, что в ряде случаев значение прочности бетона, определенное приборами неразрушающего контроля, существенно отличается от значений прочности бетона, определенных разрушающим контролем образцов, отобранных из обследуемой конструкции. Отмечается неопределенность фик-

сируемых параметров, связанная с приборной составляющей погрешности, качеством обработки поверхности материала [18], наличием дефектов в зоне измерений, напряженным состоянием конструкции, неравномерной прочностью материала и др. Поэтому для оценки прочности бетона необходим некий синтез результатов неразрушающего контроля и «дедовского» метода исследования – простукивание материала с визуальной и слуховой оценкой [19]. С учетом оговоренного при разработке экспертной системы для более достоверной оценки прочности бетона введена переменная – «освидетельствованная прочность бетона», принимающая лингвистические значения, которым для краткости присвоены условные обозначения, например, «1», «2», «3», «4»:

«1»	При простукивании бетона издается звонкий звук. Следов и сколов при ударах и царапании не остается.
«2»	При простукивании бетона издается довольно звонкий звук. Остаются малозаметные (несколько миллиметров) сколы. При царапании остаются малозаметные штрихи.
«3»	При простукивании бетона присутствует глухой звук в сочетании со звонким. Заостренные предметы (зубило) вбиваются в бетон на глубину до 10 мм. Остаются заметные сколы.
«4»	При простукивании бетона издается только глухой звук, заостренные предметы (зубило) довольно легко вбиваются в бетон на глубину 20 мм и более. Остаются глубокие сколы.

Уровень освидетельствованной прочности (качества) бетона в рассматриваемом примере будем оценивать при помощи четырех термов: «высокий» (имея в виду высокую прочность бетона), «выше среднего» (где-то ближе к высокой оценке), «ниже среднего» (ближе к низкой оценке), «низкий» (без сомнений неприемлемая прочность бетона). По сути, здесь термы – это словесная оценка состояния бетона, которую эксперт дал в ходе этого упрощенного вида контроля материала. Можно заметить, количество лингвистических значений совпадает с количеством термов, присутствовала некоторая аналогия с количеством категорий технического состояния конструкций согласно ГОСТу [20]. Хотя это и удобно для формирования баз знаний, состоящих из правил, но количество термов не обязательно должно равняться количеству возможных итоговых значений оценки. Шкалу можно и увели-

чить (добавлением оценок «средний», «очень высокий», «очень низкий» и др.), перераспределив при этом лингвистические значения. Стоит отметить, что чем больше количество термов, тем обычно выше точность результата.

Как правило, для описания понятий и признаков, при отсутствии измеряемых свойств, используют косвенные методы. Косвенные методы более трудоемки в сравнении с прямыми методами, но имеют повышенную стойкость к неумышленным искажениям информации, поступающей от экспертов [21].

*Метод парных сравнений Т.Л. Саати* [22] представляет собой модификацию метода анализа иерархий и предназначен для проведения экспертного анализа. Суть метода заключается в декомпозиции изучаемой проблемы или признака состояния конструкции на более простые составляющие части и попарном сравнении путем использования ранговых измерений по отношению к их воздействию на общую для них характеристику.

Этот метод наиболее часто применяется при построении функций принадлежности косвенными методами. Парные сравнения удобно представлять в виде матрицы

$$A = \begin{matrix} & u_1 & \dots & u_n \\ \begin{matrix} u_1 \\ \dots \\ u_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad (1)$$

где  $a_{ij}$  – уровень значимости элемента  $u_i$  в сравнении с  $u_j$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ , определяемый по девятибалльной шкале Саати:

- 1 – если одинаковая значимость элементов  $u_i$  и  $u_j$ ;
- 3 – если значимость  $u_i$  в сравнении с  $u_j$  слабая;
- 5 – если значимость  $u_i$  в сравнении с  $u_j$  существенная;
- 7 – если значимость  $u_i$  в сравнении с  $u_j$  сильная;
- 9 – если значимость  $u_i$  в сравнении с  $u_j$  абсолютная;
- 2, 4, 6, 8 – промежуточные сравнительные оценки: 2 – почти слабая значимость; 4 – почти существенная значимость; 6 – почти сильная значимость; 8 – почти абсолютная значимость.

Например, для построения функция принадлежности «высокий» для переменной «освидетельствованная прочность бетона» на универсальном множестве {«1», «2», «3», «4»} имеем следующие ответы:

- одинаковая значимость сравнения «1» с «1» (1 балл);
- слабая значимость «1» в сравнении с «2» (3 балла, т.е. высказывание «2» эксперт также посчитал приемлемым для оценки «высокий», при этом оно незначительно уступает высказыванию «1»);
- абсолютная значимость «1» в сравнении с «3» (9 баллов, т.е. лингвистическое значение «3» эксперт посчитал абсолютно не совместимым с оценкой «высокий», четко отделив «1» от «3»);
- абсолютная значимость «1» в сравнении с «4» (9 баллов, т.е. высказывание «4» эксперт посчитал абсолютно не совместимым с оценкой «высокий», при этом четко отделив «1» от «4»);
- одинаковая значимость сравнения «2» с «2» (1 балл);
- сильная значимость «2» в сравнении с «3» (7 баллов, т.е. высказывание «2» эксперт посчитал при таком сравнении наиболее приемлемым для оценки «высокий»);
- абсолютная значимость «2» в сравнении с «4» (7 баллов, т.е. высказывание «2» эксперт посчитал при таком сравнении наиболее приемлемым для оценки «высокий»);
- одинаковая значимость сравнения «3» с «3» (1 балл);
- одинаковая значимость «3» в сравнении с «4» (1 балл, т.е. высказывание «3» эксперт посчитал неприемлемым для оценки «высокий», так же как и «4»).

Указанные парные сравнения записываются в виде матрицы, подобным образом составляются таблицы и для других термов (табл. 1).

Для примера, для построения функции принадлежности нечеткого терма «высокий» эксперт заполняет матрицу парных сравнений.

Матрица парных сравнений является диагональной ( $a_{ii} = 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ ) и обратно симметричной ( $a_{ij} = 1/a_{ji}$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ).

Степени принадлежности к нечеткому множеству  $\mu(u_i)$  определяются как координаты собственного вектора  $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  матрицы парных сравнений  $A$ :

$$\mu(u_i) = w_i, i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

В том случае, если полученное нечеткое множество является субнормальным, его нормализуют делением всех степеней принадлежности на максимальное значение степени принадлежности.

Таблица 1

Матрицы парных сравнений значений лингвистической переменной «освидетельствованная прочность бетона», промежуточные и итоговые результаты их обработки с использованием метода Т.Л. Саати

Нечеткий терм «высокий»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	
«1»	1	3	9	9	Максимальное собственное число матрицы – 4,09.
«2»	1/3	1	7	7	Индекс согласованности – 0,03.
«3»	1/9	1/7	1	1	Отношение согласованности – 0,027.
«4»	1/9	1/7	1	1	Нормализованный собственный вектор матрицы – (1; 0,505; 0,088; 0,09)
Нечеткий терм «выше среднего»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	
«1»	1	1/3	4	8	Максимальное собственное число матрицы – 4,18.
«2»	3	1	5	9	Индекс согласованности – 0,06.
«3»	1/4	1/5	1	4	Отношение согласованности – 0,054.
«4»	1/8	1/9	1/4	1	Нормализованный собственный вектор матрицы – (0,526; 1; 0,193; 0,071)
Нечеткий терм «ниже среднего»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	
«1»	1	1/4	1/9	1/7	Максимальное собственное число матрицы – 4,14.
«2»	4	1	1/5	1	Индекс согласованности – 0,047.
«3»	9	5	1	4	Отношение согласованности – 0,052.
«4»	7	1	1/4	1	Нормализованный собственный вектор матрицы – (0,069; 0,252; 1; 0,314)
Нечеткий терм «низкий»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	
«1»	1	1	1/7	1/9	Максимальное собственное число матрицы – 4,077;
«2»	1	1	1/5	1/9	Индекс согласованности – 0,026;
«3»	7	5	1	1/3	Отношение согласованности – 0,028.
«4»	9	9	3	1	Нормализованный собственный вектор матрицы – (0,088; 0,091; 0,487; 1)

Отклонение максимального значения собственных векторов матрицы может служить мерой несогласованности парных сравнений эксперта, определяемую через индекс согласованности предложенный Саати:

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - 1}{n - 1}, \quad (3)$$

где ИС – индекс несогласованности парных сравнений;  $\lambda_{\max}$  – максимальное собственное значение матрицы  $A$ ;  $n$  – размерность матрицы  $A$ .

Отношение индекса согласованности к среднему случайному индексу для матрицы того же порядка называется отношением согласованности (ОС):

$$OC = \frac{ИС}{СИ}, \quad (4)$$

где ИС – индекс согласованности; СИ – случайный индекс.

Для матрицы парных сравнений, полученной в результате опроса эксперта, значение  $OC \leq 0,15$  является приемлемым [22].

Собственный вектор матрицы находится из системы уравнений

$$\begin{cases} A \cdot W = \lambda_{\max} \cdot W, \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1. \end{cases} \quad (5)$$

Примеры матриц парных сравнений элементов с промежуточными и итоговыми результатами их обработки классическим методом Саати для построения функций принадлежности нечетких термов переменной «освидетельствованная прочность бетона» приведены в табл. 1.

Из-за необходимости нахождения собственного вектора матрицы парных сравнений, а именно решения характеристических уравнений, отмечают высокую сложность использования этого метода. В связи с чем нередко используют приближенные методы расчета собственного вектора матрицы или модифицированный метод Саати.

Собственный вектор матриц парных сравнений, при построении экспертной системы, мы определяли с помощью степенного метода [23], обеспечивающего приемлемую точность вычислений.

**Модифицированный метод Саати Т.Л.** основан на идее распределения степеней принадлежности элементов универсального множества, согласно их рангам [24–26]. Рассматривается лингвистический терм  $A$ , формализуемый нечетким множеством в виде совокупности пар:

$$A = \left\{ [u_1, \mu_A(u_1)], [u_2, \mu_A(u_2)], \dots, [u_n, \mu_A(u_n)] \right\}, \quad (6)$$

где  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  – универсальное множество, на котором задается нечеткое множество  $A$ . Ранг элемента  $u_i \in U$  – это число  $r_A(u_i)$ . Для последующих построений вводятся обозначения:  $r_A(u_i) = r_i$  и  $m_A(u_i) = m_i$ . При этом правило распределения степеней принадлежности задается в виде системы отношений



$$\begin{cases} \frac{\mu_1}{r_1} = \frac{\mu_2}{r_2} = \dots = \frac{\mu_n}{r_n}, \\ \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_n = 1. \end{cases} \quad (7)$$

Задав опорным элементом  $u_i \in U$  с принадлежностью  $m_i$ , находят  $\mu_j = \frac{r_j}{r_i} \mu_i$  для всех  $j \neq i$ .

Степени принадлежности элементов к нечеткому терму  $A$ , учитывая условие нормирования, находят по формулам:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \left( 1 + \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3}{r_1} + \dots + \frac{r_n}{r_1} \right)^{-1}, \\ \mu_2 &= \left( \frac{r_1}{r_2} + 1 + \frac{r_3}{r_2} + \dots + \frac{r_n}{r_2} \right)^{-1}, \\ &\dots \\ \mu_n &= \left( \frac{r_1}{r_n} + \frac{r_2}{r_n} + \frac{r_3}{r_n} + \dots + 1 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Для построения функция принадлежности «высокий» для переменной «освидетельствованная прочность бетона» модифицированным методом Саати высказыванию «1» эксперт дал 9 баллов, «2» – 7 баллов, «3» и «4» – 1 балл (минимально возможное количество баллов). Задав опорным элементом высказывание «1» (с 9 баллами), формируют матрицу для терма «высокий». Матрицы парных сравнений элементов, промежуточные и итоговые результаты их обработки для построения функций принадлежности переменной «освидетельствованная прочность бетона» модифицированным методом Саати для других термов представлены в табл. 2.

Построение функции принадлежности модифицированным методом Саати проходит без контроля согласованности матрицы парных сравнений, и в этом его существенный недостаток.

Метод Саати, несмотря на использование достаточно длинной шкалы, состоящей из нескольких качественных оценок, не способен отразить должный уровень суждений, учесть нечеткость в высказываниях эксперта. Существуют неучтенные промежуточные интервалы суждений, которые вносят неопределенность в анализ степени превосходства одного критерия над другим.

Таблица 2

Матрицы парных сравнений значений лингвистической переменной «освидетельствованная прочность бетона» и итоговые результаты их обработки с использованием модифицированного метода Т.Л. Саати

Нечеткий терм «высокий»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	Значения степеней принадлежности элементов терму после нормализации: $m_1 = 1; m_2 = 0,777; m_3 = 0,111; m_4 = 0,111$
«1»	1	7/9	1/9	1/9	
«2»	9/7	1	1/7	1/7	
«3»	9	7	1	1	
«4»	9	7	1	1	
Нечеткий терм «выше среднего»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	Значения степеней принадлежности элементов терму после нормализации: $m_1 = 0,778; m_2 = 1; m_3 = 0,556; m_4 = 0,111$
«1»	1	9/7	5/7	1/7	
«2»	7/9	1	5/9	1/9	
«3»	7/5	9/5	1	1/5	
«4»	7	9	5	1	
Нечеткий терм «ниже среднего»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	Значения степеней принадлежности элементов терму после нормализации: $m_1 = 0,111; m_2 = 0,444; m_3 = 0,999; m_4 = 0,777$
«1»	1	4	9	7	
«2»	1/4	1	9/4	7/4	
«3»	1/9	4/9	1	7/9	
«4»	1/7	4/7	9/7	1	
Нечеткий терм «низкий»					
	«1»	«2»	«3»	«4»	Значения степеней принадлежности элементов терму после нормализации: $m_1 = 0,111; m_2 = 0,333; m_3 = 0,777; m_4 = 1$
«1»	1	3	7	9	
«2»	1/3	1	7/3	3	
«3»	1/7	3/7	1	9/7	
«4»	1/9	1/3	7/9	1	

Для учета нечеткости между качественными оценками суждений эксперта, возможности метода Саати расширены теорией нечетких множеств. Для решения проблемы нечеткости при анализе иерархий Р.Ж.М. Laarhoven и W.A. Pedrycz [27] предложили в моделях парных сравнений использовать треугольные нечеткие числа. D.Y. Chang [28, 29] ввел подход для обработки нечетких матриц парных сравнений вида

$$A = \begin{bmatrix} (1,1,1) & \cdots & \tilde{a}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1} & \cdots & (1,1,1) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\tilde{a}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) = \tilde{a}_{ji}^{-1} = (1/u_{ji}, 1/m_{ji}, 1/l_{ji})$ ,  $i, j = \overline{1, n}, i \neq j$  или  $\tilde{a}_{ji} = (1, 1, 1), i = j$  – треугольное нечеткое число, характеризующее значимость элемента в соответствии с принятой для опроса шкалой.

Согласно подходу Chang, необходимо вычислить синтезированные нечеткие значения сравниваемых элементов (критериев):

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \cdot \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}. \quad (10)$$

Для этого при помощи операции нечеткого сложения определяют величину

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left( \sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j \right). \quad (11)$$

Затем для вычисления значения  $\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$  сначала определяют нечеткий вектор  $\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]$ :

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right] = \left( \sum_{j=1}^n l_i, \sum_{j=1}^n m_i, \sum_{j=1}^n u_i \right), \quad (12)$$

затем обратное вышеприведенному вектору нечеткое число:

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left( \frac{1}{\sum_{j=1}^n l_i}, \frac{1}{\sum_{j=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{j=1}^n u_i} \right). \quad (13)$$

Выполняя сравнение элементов, например,  $M_2$  и  $M_1$ , как треугольных нечетких чисел, производится оценка возможности выполнения неравенства:

$$M_2 = (l_2, m_2, u_2) \geq M_1 = (l_1, m_1, u_1). \quad (14)$$

Значение оценки выполнения предыдущего неравенства определяются по формуле

$$V(M_2 \geq M_1) = \sup \left[ \min(\mu_{M_1}(a), \mu_{M_2}(b)) \right] \quad (15)$$

Определение  $V(M_2 \geq M_1)$  можно представить также в виде

$$V(M_2 \geq M_1) = \begin{cases} 1, & \text{если } m_2 \geq m_1, \\ 0, & \text{если } l_1 \geq u_2, \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{в других случаях.} \end{cases} \quad (16)$$

Графические приведенные условия представлены на рис. 1, где  $d$  – наибольшее значение ординаты пересечения нечетких чисел, т.е. точек пересечения  $\mu(u_i)$ .

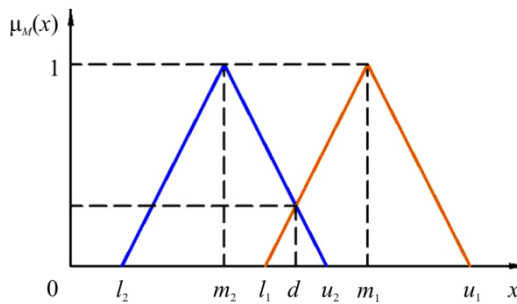


Рис. 1. Графическое представление оценки сравнений (пересечений) треугольных нечетких чисел

Для сравнения  $M_2$  и  $M_1$  необходимо рассмотреть и вычислить значения оценок в каждом из двух возможных случаев:  $V(M_2 \geq M_1)$  и  $V(M_1 \geq M_2)$ .

Наибольшее значение нечеткого выпуклого числа из  $k$  нечетких чисел  $M_i (i = 1, 2, \dots, k)$  определяют по формуле

$$\begin{aligned} V(M \geq M_1, M_2, \dots, M_k) &= \\ &= V[(M \geq M_1) \wedge (M \geq M_2) \wedge \dots \wedge (M \geq M_k)] = \\ &= \min V(M \geq M_i). \end{aligned} \quad (16)$$

Обозначив результаты сравнения  $d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k)$  для  $k = 1, 2, \dots, n$ , получают вектор  $W$  с координатами

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n)). \quad (17)$$

Для вычисления степени принадлежности элементов к нечеткому множеству можно определить как координаты вектора  $W$ .

Используя матрицы, сформированные классическим методом Саати (см. табл. 1), преобразовав экспертные оценки в нечеткие числа с помощью специальной шкалы (табл. 3, рис. 2), формируют нечеткие матрицы (табл. 4).

Таблица 3

Шкала преобразований лингвистических оценок экспертов для построения функции принадлежности «освидетельствованная прочность бетона»

Интенсивность важности	Качественная оценка	Нечеткое число	Обратное нечеткое число
Основные оценки			
1 ( <i>E</i> )	Одинаковая значимость	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
3 ( <i>L</i> )	Слабо значимее	(1/2, 1, 3/2)	(2/3, 1, 2)
5 ( <i>S</i> )	Существенно значимее	(1, 3/2, 2)	(1/2, 2/3, 1)
7 ( <i>H</i> )	Сильно значимее	(3/2, 2, 5/2)	(2/5, 1/2, 2/3)
9 ( <i>A</i> )	Абсолютно значимее	(2, 5/2, 3)	(1/3, 2/5, 1/2)
Промежуточные оценки			
2 ( <i>nL</i> )	Почти слабо значимее	(1/4, 3/4, 5/4)	(4/5, 4/3, 4)
4 ( <i>nS</i> )	Почти существенно значимее	(3/2, 5/4, 7/4)	(4/7, 4/5, 2/3)
6 ( <i>nH</i> )	Почти сильно значимее	(5/4, 11/4, 9/4)	(4/9, 4/11, 4/5)
8 ( <i>nA</i> )	Почти абсолютно значимее	(7/4, 9/4, 11/4)	(4/11, 4/9, 4/7)

Таблица 4

Нечеткие матрицы парных сравнений значений лингвистических переменных с использованием методов Т.Л. Саати и D.Y.Chang

Нечеткий терм «высокий»				
	«1»	«2»	«3»	«4»
«1»	(1, 1, 1)	(1/2, 1, 3/2)	(2, 5/2, 3)	(2, 5/2, 3)
«2»	(2/3, 1, 2)	(1, 1, 1)	(3/2, 2, 5/2)	(3/2, 2, 5/2)
«3»	(1/3, 2/5, 1/2)	(2/5, 1/2, 2/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
«4»	(1/3, 2/5, 1/2)	(2/5, 1/2, 2/3)	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)
Нечеткий терм «выше среднего»				
	«1»	«2»	«3»	«4»
«1»	(1, 1, 1)	(2/3, 1, 2)	(3/2, 5/4, 7/4)	(7/4, 9/4, 11/4)
«2»	(1/2, 1, 3/2)	(1, 1, 1)	(1, 3/2, 2)	(2, 5/2, 3)
«3»	(4/7, 4/5, 2/3)	(1/2, 2/3, 1)	(1, 1, 1)	(3/2, 5/4, 7/4)
«4»	(1/3, 4/9, 4/7)	(1/3, 2/5, 1/2)	(4/7, 4/5, 2/3)	(1, 1, 1)

Окончание табл. 4

Нечеткий терм «ниже среднего»				
	«1»	«2»	«3»	«4»
«1»	(1, 1, 1)	(4/7, 4/5, 2/3)	(1/3, 2/5, 1/2)	(2/5, 1/2, 2/3)
«2»	(3/2, 5/4, 7/4)	(1, 1, 1)	(1/2, 2/3, 1)	(1, 1, 1)
«3»	(2, 5/2, 3)	(1, 3/2, 2)	(1, 1, 1)	(3/2, 5/4, 7/4)
«4»	(3/2, 2, 5/2)	(1, 1, 1)	(4/7, 4/5, 2/3)	(1, 1, 1)
Нечеткий терм «низкий»				
	«1»	«2»	«3»	«4»
«1»	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(2/5, 1/2, 2/3)	(1/3, 2/5, 1/2)
«2»	(1, 1, 1)	(1, 1, 1)	(1/2, 2/3, 1)	(1/3, 2/5, 1/2)
«3»	(1/2, 2, 5/2)	(1, 3/2, 2)	(1, 1, 1)	(2/3, 1, 2)
«4»	(2, 5/2, 3)	(2, 5/2, 3)	(1/2, 1, 3/2)	(1, 1, 1)

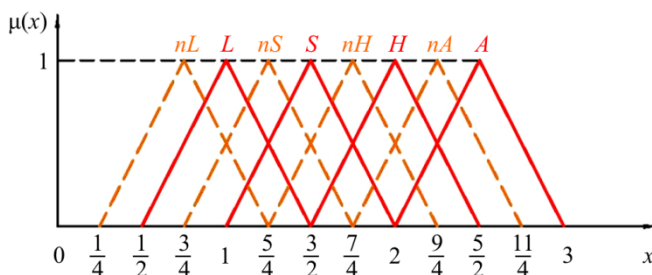


Рис. 2. Отображение треугольных нечетких значений шкалы качественных оценок

Для примера, в табл. 5 и 6 представлены промежуточные результаты обработки нечетких матриц «освидетельствованная прочность бетона» методом D. Y. Chang.

Таблица 5

Промежуточные результаты обработки нечеткой матрицы для терма «высокий»

	$l$	$m$	$u$
$\sum M_1$	5,50	7,00	8,50
$\sum M_2$	4,67	6,00	8,00
$\sum M_3$	2,73	2,90	3,17
$\sum M_4$	2,73	2,90	3,17
$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j$	15,63	18,80	22,83
$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$	0,044	0,053	0,064

Таблица 6

Синтезированные нечеткие числа, полученные в результате обработки нечеткой матрицы для термина «высокий»

	$l$	$m$	$u$
$S_1$	0,241	0,372	0,544
$S_2$	0,204	0,319	0,512
$S_3$	0,120	0,154	0,203
$S_4$	0,120	0,154	0,203

Сравнивая полученные нечеткие треугольные числа табл. 6, определяют следующие значения оценок:

$$\begin{aligned} V(S_1 > S_2) &= 1; V(S_1 > S_3) = 1; V(S_1 > S_4) = 1; \\ V(S_2 > S_1) &= 0,836; V(S_2 > S_3) = 1; V(S_2 > S_4) = 1; \\ V(S_3 > S_1) &= 0; V(S_3 > S_2) = 0; V(S_3 > S_4) = 1; \\ V(S_4 > S_1) &= 0; V(S_4 > S_2) = 0; V(S_4 > S_3) = 1. \end{aligned}$$

По значениям оценок сравнений чисел определяют значения степеней принадлежности элементов нечеткому терму «высокий»:

$$d'(S_1) = 1; d'(S_2) = 0,836; d'(S_3) = 0; d'(S_4) = 1.$$

Аналогично вычисляют степени принадлежности для остальных термов. По значениям степеней принадлежности лингвистических значений переменной «освидетельствованная прочность бетона» нечетким термам, полученным в результате обработки нечетких матриц методом Chang (табл. 7) можно построить функции принадлежности термов.

Таблица 7

Значения степеней принадлежности лингвистических переменных нечетким термам при комплексном использовании методов Т.Л. Саати и D.Y.Chang

Нечеткий терм	Степени принадлежности элементов нечетким термам			
	$d'(S_1)$	$d'(S_2)$	$d'(S_3)$	$d'(S_4)$
«Высокий»	1	0,836	0	0
«Выше среднего»	0,912	1,000	0,403	0,000
«Ниже среднего»	0	0,190	1,000	0,410
«Низкий»	0	0	0,755	1,000

Графики функций принадлежности нечетких термов переменной «контролируемая прочность бетона», построенных оговоренными методами, представлены на рис. 3.

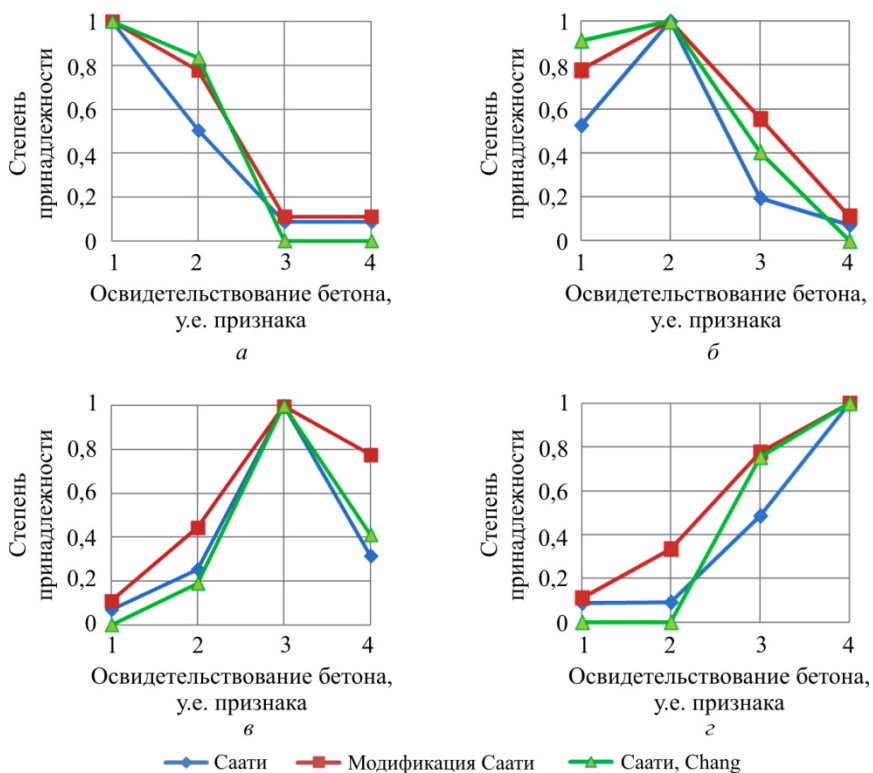


Рис. 3. Функции принадлежности нечетких термов параметра «освидетельствованная прочность бетона»: *a* – нечеткий терм «высокий»; *б* – нечеткий терм «выше среднего»; *в* – нечеткий терм «ниже среднего»; *г* – нечеткий терм «низкий»

В целом построение функций принадлежности с последующим решением задачи классификации [30] состояния может выполняться с использованием любого из представленных методов. Тем не менее комплексное использование метода Т.Л. Саати и D.Y. Chang имеет следующие преимущества:

1. Возможность контролировать искажения информации, несоответствия в высказываниях и производить корректировку матриц парных сравнений в процессе их формирования.

2. Возможность учета нечеткости между лингвистическими значениями контролируемого параметра.

3. Функция принадлежности, построенная комплексным использованием методов Саати и Chang, точнее и адекватнее отражает эвристические знания эксперта.



### Библиографический список

1. Knowledge-based expert system for damage assessment based on fuzzy reasoning / H. Furuta, N. Shirwshi, M. Umano, K. Kawakamis // *Computers & Structures*. – 1991. – Vol. 40, iss. 1. – P. 137–142.
2. Lu X., Simmonds H. KBES for evaluating R.C. framed buildings using fuzzy sets // *Automation in Construction*. – 1997. – Vol. 6, iss. 2. – P. 121–137.
3. Kim Y.M., Kim C.M., Hong S.G. Fuzzy based state assessment for reinforced concrete building structures // *Engineering Structures*. – 2006. – Vol. 28, iss. 9. – P. 1286–1297.
4. Sasmal S., Ramanjaneyulu K. Condition evaluation of existing reinforced concrete bridges using fuzzy based analytic hierarchy approach // *Expert Systems with Applications*. – 2008. – Vol. 35. – P. 1430–1443,
5. Панкевич О.Д., Штовба С.Д. Застосування нечітких моделей для діагностики будівельних конструкцій // *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. – 2011. – № 4. – С. 32–36.
6. Соколов В.А. Определение категорий технического состояния строительных конструкций зданий и сооружений с использованием вероятностных методов распознавания // *Предотвращение аварий зданий и сооружений: сб. науч. тр.* – М., 2010. – Вып. 9. – С. 375–387.
7. Pengzhen Lu, Shengyong Chen, Yujun Zheng. Review Article. Artificial Intelligence in Civil Engineering // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2012. – Vol. 2012. – Article ID 145974. – P. 22. – DOI:10.1155/2012/145974.
8. Прикладные нечеткие системы: пер. с яп. / под ред. Т. Терано, К. Асаи, М. Сугено. – М.: Мир, 1993. – 386 с.
9. Кашеварова Г.Г., Тонков Ю.Л., Фурсов М.Н. Нечеткая экспертная система диагностики повреждений строительных конструкций // *Вестник Волжского регионального отделения*. – 2014. – Вып. 17. – С. 167–173.
10. Kashevarova G.G., Tonkov Y.L. Development of expert system module for technical state categories of construction structures // *Инновационные процессы в исследовательской и инновационной деятельности*. – 2014. – № 1. – С. 165–168.
11. Кашеварова Г.Г., Тонков Ю.Л. Определение технического состояния наклонных сечений железобетонных конструкций в экспертной системе с нечетким логическим выводом // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2015. – Vol. 11, no. 4. – P. 77–85.
12. Zadeh L.A. Fuzzy sets // *Information and Control*. – 1965. – № 8 (3). – P. 338–353.
13. Ястребова Н.Н. Нечеткая экспертная система эколого-экономического анализа // *Информатика и экономика: сб. науч. тр. / под ред. Н.Г. Ярушкиной*. – Ульяновск: Изд-во УЛГТУ, 2007. – С. 126–137.
14. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы и нейронные сети. – Винница: Універсум-Вінниця, 1999. – 320 с.
15. Kashevarova G.G., Fursov M.N., Tonkov Y.L. Membership functions of fuzzy sets in the diagnosis of structures pathology // *Informatics, Networking and Intelligent Computing: proceedings of the International Conference INIC 2014*. – Shenzhen, China, 2014. – P. 261–264.

16. Кашеварова Г.Г., Фурсов М.Н., Тонков Ю.Л. О построении функций принадлежности нечеткого множества в контексте задачи диагностики повреждений железобетонных плит // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2014. – Vol. 10, no. 2. – С. 93–101.

17. Кашеварова Г.Г., Тонков Ю.Л. Онтологический анализ нечеткой базы знаний в системе поддержки принятия решений о техническом состоянии изгибаемых железобетонных конструкций // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. – 2015. – Vol. 11, no. 4. – С. 86–97.

18. Улыбин А.В. О выборе методов контроля прочности бетона построенных сооружений // *Инженерно-строительный журнал*. – 2011. – № 4. – С. 10–15.

19. Мальганов А.И., Плевков В.С. Восстановление и усиление ограждающих строительных конструкций зданий и сооружений: учеб. пособие. – Томск: Печатная мануфактура, 2002. – 391 с.

20. ГОСТ 31937–2011. Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния / ГУП МНИИТЭП. – Введ. 2012-04-12. – М., 2011. – 89 с.

21. Нечеткие множества с модели управления и искусственного интеллекта / А.Н. Аверкин, И.З. Батыршин, А.Ф. Блишун, В.Б. Силов, В.Б. Тарасов; под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.

22. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.

23. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: учеб. для вузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.

24. Литвак Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.

25. Норвиг А.М., Турсон И.Б. Построение функций принадлежности. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / пер. с англ. под ред. Р.Р. Ягера. – М.: Радио и связь, 1986. – 408 с.

26. Орлов А.И. Статистические методы анализа экспертных оценок. – М.: Наука, 1977. – 170 с.

27. Laarhoven P.J.M., Pedrycz W.A. A fuzzy extension of Saaty's priority theory // *Fuzzy sets and Systems*. – 1983. – No. 11. – P. 229–241.

28. Chang D.Y. Extent analysis and synthetic decision // *Optimization Techniques and Applications*, World Scientific. – 1992. – Vol. 1. – P. 352–355.

29. Chang D.Y. Applications of The Extent Analysis Method on Fuzzy-AHP // *European Journal of Operational Research*. – 1996. – Vol. 95. – P. 649–655.

30. Штовба С.Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 288 с.

## References

1. Furuta H., Shirwshi N., Umamo M., Kawakamis K. Knowledge-based expert system for damage assessment based on fuzzy reasoning. *Computers & Structures*, 1991, vol. 40, iss. 1, pp. 137–142.

2. Lu X., Simmonds H. KBES for evaluating R.C. framed buildings using fuzzy sets. *Automation in Construction*, 1997, vol. 6, iss. 2, pp. 121–137.

3. Kim Y.M., Kim C.M., Hong S.G. Fuzzy based state assessment for reinforced concrete building structures. *Engineering Structures*, 2006, vol. 28, iss. 9, pp. 1286–1297.
4. Sasmal S., Ramanjaneyulu K. Condition evaluation of existing reinforced concrete bridges using fuzzy based analytic hierarchy approach. *Expert Systems with Applications*, 2008, vol. 35, pp. 1430–1443.
5. Pankevich O.D., Shtovba S.D. Zastouvannyya nechetkikh modelej dlya diagnostiki budivel'nykh konstruksij [Application of fuzzy models for diagnostics of building constructions]. *Visnik Vinnits'kogo politekhnichnogo institutu*, 2011, no. 4, pp. 32–36.
6. Sokolov V.A. Opredelenie kategorii tekhnicheskogo sostoyaniya stroitel'nykh konstruksij zdanij i sooruzhenij s ispol'zovaniem veroyatnostnykh metodov raspoznavaniya [Definition of technical STATE categories of building constructions of buildings and structures with veroyatnostnykh]. *Predotvrashchenie avarij zdanij i sooruzhenij*. Moscow, 2010, vol. 9, pp. 375–387.
7. Pengzhen Lu, Shengyong Chen, Yujun Zheng. Review Article. Artificial Intelligence in Civil Engineering. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, vol. 2012, Article ID 145974, pp. 22. DOI: 10.1155/2012/145974.
8. Prikladnye nechetkie sistemy [Applied fuzzy systems]. Ed. by T. Terano, K. Asai, M. Sugeno. Moscow: Mir, 1993. 386 p.
9. Kashevarova G.G., Tonkov Y.L., Fursov M.N. Nechetkaia ekspertnaia sistema diagnostiki povrezhdenij stroitel'nykh konstruksij [Fuzzy expert system for fault diagnosis of constructions]. *Vestnik Volzhskogo regional'nogo otdeleniya*, 2014, vol. 17, pp. 167–173.
10. Kashevarova G.G., Tonkov Y.L. Development of expert system module for technical state categories of construction structures. *Innovatsionnye protsessy v issledovatel'skoi i innovatsionnoi deiatel'nosti*, 2014, no. 1, pp. 165–168.
11. Kashevarova G.G., Tonkov Y.L. Opredelenie tekhnicheskogo sostoyaniya naklonnykh sechenij zhelezobetonnykh konstruksij v ekspertnoj sisteme s nechetkim logicheskim vyvodom [The technical condition of oblique section concrete structures in the expert system with fuzzy logic]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2015, vol. 11, no. 4, pp. 77–85.
12. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, no. 8 (3), pp. 338–353.
13. Yastrebova N.N. Nechetkaya ekspertnaya sistema ekologo-ekonomicheskogo analiza [Fuzzy Expert System of Environmental-Economic Analysis]. *Informatika i ekonomika*. Ed. by N.G. Yarushkina. Ul'yanovskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 2007, pp. 126–137.
14. Rotshtein A.P. Intellektual'nye tekhnologii identifikatsii: nechetkaya logika, geneticheskie algoritmy i nejronnye seti [Intelligent identification technology: fuzzy logic, genetic algorithms and neural networks]. Vinnitsa: Universum-Vinnitsia, 1999. 320 p.
15. Kashevarova G.G., Fursov M.N., Tonkov Y.L. Membership functions of fuzzy sets in the diagnosis of structures pathology. *Proceedings of the International Conference «Informatics, Networking and Intelligent Computing» (INIC 2014)*, Shenzhen, China, 2014, pp. 261–264.
16. Kashevarova G.G., Fursov M.N., Tonkov Y.L. O postroenii funktsii prinadlezhnosti nechetkogo mnozhestva v kontekste zadachi diagnostiki povrezhdenij zhelezobetonnykh plit [On the construction of membership functions of a fuzzy set in the

context of the diagnosis of the problem of damage of reinforced concrete slabs]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2014, vol. 10, no. 2, pp. 93–101.

17. Kashevarova G.G., Tonkov Yu.L. Ontologicheskij analiz nechetkoj bazy znaniy v sisteme podderzhki prinyatiya reshenij o tekhnicheskom sostoyanii izgibaemykh zhelezobetonnykh konstruksij [The ontological analysis of fuzzy knowledge in decision support systems on the technical condition of bent reinforced concrete constructions]. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2015, vol. 11, no. 4, pp. 86–97.

18. Ulybin A.V. O vybore metodov kontrolya prochnosti betona postroennykh sooruzhenij [On the choice of control methods of concrete strength built facilities]. *Inzhenerno-stroitel'nyi zhurnal*, 2011, no. 4, pp. 10–15.

19. Mal'ganov A.I., Plevkov V.S. Vosstanovlenie i usilenie ograzhdayushchikh stroitel'nykh konstruksij zdaniy i sooruzhenij [Restoring and strengthening the enclosing structures of buildings and structures]. Tomsk: Pechatnaya manufaktura, 2002. 391 p.

20. GOST 31937–2011. Zdaniya i sooruzheniya. Pravila obsledovaniya i monitoringa tekhnicheskogo sostoyaniya [Buildings and constructions. Rules of examination and monitoring of technical condition]. Moscow, 2011. 89 p.

21. Averkin A.N., Batyrshin I.Z., Blishun A.F., Silov V.B., Tarasov V.B. Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskustvennogo intellekta [Fuzzy sets a model of management and artificial intelligence]. Moscow: Nauka, 1986. 312 p.

22. Saati T. Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhij [Making decisions. The method of analysis of hierarchies]. Moscow: Radio i svyaz', 1993. 278 p.

23. Verzhbitskij V.M. Osnovy chislennykh metodov [Fundamentals of numerical methods]. Moscow: Vysshaya shkola, 2002. 840 p.

24. Litvak B.G. Ekspertnaya informatsiya. Metody polucheniya i analiza [Expert information. Methods of preparation and analysis]. Moscow: Radio i svyaz', 1982. 184 p.

25. Norvig A.M., Turson I.B. Postroenie funktsii prinadlezhnosti [Construction of membership functions]. Radio i svyaz', 1986. 408 p.

26. Orlov A.I. Statisticheskie metody analiza ekspertnykh otsenok [Statistical methods for the analysis of expert assessments]. Moscow: Nauka, 1977. 170 p.

27. Laarhoven P.J.M., Pedrycz W.A. A fuzzy extension of Saaty's priority theory. *Fuzzy sets and Systems*, 1983, no. 11, pp. 229–241.

28. Chang, D.Y. Extent analysis and synthetic decision. *Optimization Techniques and Applications*, World Scientific, 1992, vol. 1, pp. 352–355.

29. Chang D.Y. Applications of The Extent Analysis Method on Fuzzy-AHP. *European Journal of Operational Research*, 1996, no. 95, pp. 649–655.

30. Shtovba S.D. Proektirovanie nechetkikh sistem sredstvami MATLAB [Design of fuzzy systems MATLAB tools]. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom, 2007. 288 p.

Получено 10.06.2016

**Yu. Tonkov**

**CHOOSING AN EFFECTIVE METHOD FOR DETERMINING  
MEMBERSHIP FUNCTIONS TO ASSESS QUALITATIVE  
CHARACTERISTICS IN TECHNICAL STATE  
OF CONSTRUCTION STRUCTURES**

Describing the state of a complex building system is characterized with the uncertainty of sources which may include: inability to accurately measure the controlled variables, inaccuracy of performer operations, the impossibility of a clear situation description.

In these circumstances on the basis of knowledge gathered due to the generalization of expert assessments modern intelligent technologies enable the use of the membership function, making clear or fuzzy conclusions on the category of a structure or facility as a whole. In the near future intelligent expert systems representing a new more qualitative level of inspecting construction projects have become an indispensable tool in the diagnosis of construction projects.

High standards are set to the construction of membership functions of controlled parameters which determine the solutions quality to a large extent. The greatest difficulty is to build membership functions of quality controlled parameters.

The paper discusses methods of constructing membership functions, the most widespread among the indirect methods is the method of Saaty, a modified method of Saaty, as well as the use of complex methods and Saaty Chang. Features, advantages and disadvantages of the methods are shown in the example of their application in the construction of membership functions of fuzzy terms for the input parameter "examine the strength of concrete" fuzzy expert technical state of structural evaluation.

**Keywords:** expert system, construction structures, technical state, membership function, quality characteristic.

*Тонков Юрий Леонидович (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Строительные конструкции и вычислительная механика», Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: 95081@mail.ru).*

*Tonkov Yuriy (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Construction Structures and Computational Mechanics, Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolsky prospekt, Perm, 614990, e-mail: 95081@mail.ru).*