

DOI: 10/15593/2224-9877/2016.3.11

УДК 621.646.28

**С.Р. Расулов, В.А. Ибрагимов, Д.А. Керимов**

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,  
Баку, Азербайджан

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ДЕТАЛЕЙ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЯМИ В ВИДЕ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА И ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА**

Рассматривается вопрос исследования распределения температуры при охлаждении деталей, ограниченных четырехугольной призмой с эллиптическим цилиндрическим отверстием и эллиптической цилиндрической поверхностью с отверстием в виде четырехугольной призмы.

Показано, что скорость охлаждения внутренних слоев деталей превышает скорость охлаждения наружного слоя, отчего происходит более интенсивное сокращение объема их внутренних слоев. С этим связано появление температурных напряжений, что может привести к разрушению деталей из-за превышения возникающих напряжений предела прочности материала. С целью определения закона распределения температуры координаты плоскости деталей разделены на восемь одинаковых частей. Получены алгоритмы, на основании которых установлено, что охлаждение рассматриваемых деталей происходит в зависимости от изменения радиусов концентрических сферических поверхностей с центрами, совпадающими с центрами симметрии охлаждаемых деталей, а перепад температуры уменьшается по мере приближения к поверхности охлаждения.

Также установлено, что на плоских поверхностях деталей обоих видов уменьшение температуры тел происходит по концентрическим окружностям (с центрами, совпадающими с центрами симметрии этих поверхностей) с увеличением их радиусов. На эллиптических поверхностях уменьшение температуры происходит по линиям пересечения концентрических сфер с эллиптически цилиндрическими поверхностями (с едиными центрами симметрии каждого из тел) по мере увеличения радиусов сфер. Также выявлено, что в любой момент времени (в период охлаждения деталей) наибольшая температура сохраняется в середине цилиндрического отверстия (эллиптической формы либо в виде параллелепипеда), в точках пересечения с окружностью наименьшего радиуса. Максимальная температура на внешней поверхности с большей площадью больше, чем на остальных поверхностях.

**Ключевые слова:** распределение температуры, охлаждение деталей, поверхность, центр симметрии, параллелепипед, эллиптический цилиндр, перепад температуры, радиус, теплопроводность, отверстие.

**S.R. Rasulov, V.A. Ibragimov, J.A. Karimov**

Azerbaijan State Oil and Industry University, Baku, Azerbaijan

## **TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE COOLING OF PARTS RESTRICTED BY THE SURFACES IN THE FORM OF PARALLELEPIPED AND ELLIPTIC CYLINDER**

Represented that at cooling of details, their geometrical forms exposed to deformations and sequently formed cracks. Based that the solution of temperature distribution task at details cooling is actual and have essential meaning. The paper concerns the problem of temperature distribution in the cooling of parts restricted by quadrangular prism with an elliptic cylindrical hole and restricted by an elliptic cylindrical surface with the hole in the form of quadrangular prism.

It has been shown that cooling speed of internal layers of parts exceeds cooling speed of external layer, that's why more intensive reduction of the volume of their internal layers takes place. Formation of temperature stress is connected with it and it can cause destruction of details when stress of material strength limit exceeds. To determine temperature distribution low. Flatness coordinates of the parts have been divided into eight equal pieces. Algorithms have been obtained. They determined that cooling of considered parts takes place depending on the change of radius of concentric spheric surfaces with the centers coinciding with the centers of symmetry of cooling parts, and temperature drop reduces according to the approaching to the cooling surface.

Determined that on plain surfaces of both type parts temperature decrease of bodies takes place on concentric circumference (with the centers coinciding with symmetry centers of these surface) by the increase of their radius. On elliptic surfaces temperature reduce takes place along the crossing lines of concentric spheres with elliptic cylindrical surfaces (with only one center of symmetry of each body) according to the increase of sphere radius. Also revealed at any moment of the time (at the cooling period of parts) the highest temperature is kept in the center of the cylindrical hole (either in elliptic or parallelepiped form) in the points of their crossing with the circumference of the smallest radius. Maximum temperature on the external surface with a big area is more than in other surfaces.

**Keywords:** temperature distribution, parts cooling, surface, symmetric center, parallelepiped, elliptic cylinder, temperature drop, radius heat conductivity, hole.

В результате того что при охлаждении деталей скорость охлаждения их внутренних слоев превышает скорость охлаждения наружного слоя, происходит более интенсивное сокращение объема внутренних слоев деталей [1–4]. Это приводит к появлению температурных напряжений, которые могут вызвать разрушение деталей, если величина возникающих напряжений превышает предел прочности материала. Согласно гипотезе Диамеля, если не принимать во внимание инерциальные эффекты, то распределение температурных напряжений является квазистационарным [5–8].

Для конкретности выясним закономерность распределения температуры тел, ограниченных поверхностями в виде параллелепипеда и эллиптического цилиндра, при их охлаждении.

Поставленную задачу решим для деталей двух видов:

1) ограниченной параллелепипедом с эллиптическим цилиндрическим отверстием;

2) ограниченной эллиптическим цилиндром с отверстием в виде параллелепипеда.

В обоих случаях пусть вертикальная ось симметрии деталей совпадает с осью ( $OZ$ ), центр симметрии совпадает с началом координат, а оси ( $OX$ ) и ( $OY$ ) направлены вдоль осей эллипса. При этом координатные плоскости ( $XOY$ ), ( $YOZ$ ) и ( $XOZ$ ) деталей делят на восемь одинаковых частей, которые имеют одинаковые закономерности распределения температуры при их совместном охлаждении.

Следовательно, для определения закона распределения температуры при охлаждении деталей, представленных на рис. 1, 2, достаточно определить закон распределения температуры для одной восьмой их частей.

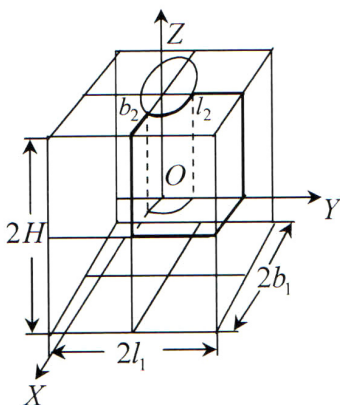


Рис. 1. Деталь с прямоугольными поверхностями и эллиптическим цилиндрическим отверстием

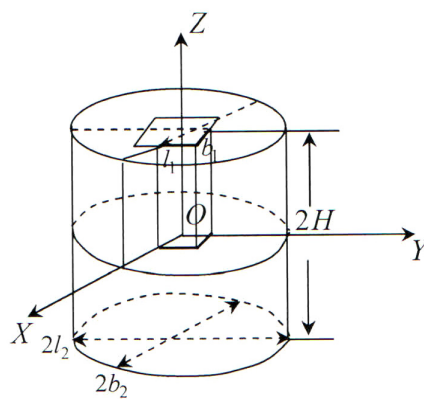


Рис. 2. Деталь с эллиптической поверхностью и прямоугольным отверстием

Обозначим через  $2b_1$ ,  $2l_1$  и  $2h$  соответственно боковые ребра и высоту, а через  $b_2$  и  $l_2$  соответственно большую и малую полуоси эллиптических цилиндрических поверхностей охлаждаемых деталей; перепад температуры (который зависит от  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $t$ ) – через  $\Delta T$ . Значение  $\Delta T$  можно определить как решение уравнения теплопроводности [9–12]

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

при следующих граничных и начальном условиях:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta T}{\partial t} \Big|_{x=b_1} &= -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, & \frac{\partial \Delta T}{\partial x} \Big|_{x=b_2} &= -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \Big|_{y=l_1} &= -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, & \frac{\partial \Delta T}{\partial y} \Big|_{x=l_2} &= -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= 0, & \frac{\partial \Delta T}{\partial z} \Big|_{z=h} &= -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\Delta T(x; y; z; 0) = \Delta T_H, \quad (3)$$

где  $t$  – время;  $a$  – теплопроводность материала;  $x, y, z$  – координатные переменные;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена между охлаждаемым телом и охлаждающей средой, соответственно во внутренней полости, на внешней поверхности и торцах детали.

Произведем замену переменных, обозначив

$$\chi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (4)$$

Тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = a \left( \frac{2}{\chi} \frac{\partial \Delta T}{\partial \chi} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial \chi^2} \right). \quad (5)$$

При этом для детали на рис. 1

$$l_2 \leq \chi \leq \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2} \quad (l_2 < b_2), \quad (6)$$

а граничные условия (2) примут вид

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial \chi} \Big|_{\chi=l_1} = -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial \chi} \Big|_{\chi=\sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} = -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T; \quad (7)$$

для детали на рис. 2

$$l_1 \leq \chi \leq \sqrt{b_2^2 + h^2} \quad (l_1 < b_1; l_2 < b_2), \quad (8)$$

а граничные условия

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial \chi} \Big|_{\chi=l_1} = -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T, \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial \chi} \Big|_{\chi=\sqrt{b_2^2 + h^2}} = -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T. \quad (9)$$

Для обеих деталей начальное условие имеет вид

$$\Delta T(\chi; 0) = \Delta T_H. \quad (10)$$

Перейдем к безразмерным величинам, обозначив:  
для детали на рис. 1

$$\tau = \frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}, \quad \bar{\chi} = \frac{\chi}{\sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}, \quad \Delta \tilde{T} = \frac{\Delta T}{T_0}; \quad (11)$$

для детали на рис. 2

$$\tau = \frac{at}{b_2^2 + h^2}, \quad \bar{\chi} = \frac{\chi}{\sqrt{b_2^2 + h^2}}, \quad \Delta \tilde{T} = \frac{\Delta T}{T_0}, \quad (11)$$

где  $T_0$  – температура охлаждаемой среды.

При этом задача (5), (7), (9), (10) примет вид

$$\frac{\partial \Delta \tilde{T}}{\partial \tau} = \frac{2}{\chi} \frac{\partial \Delta \tilde{T}}{\partial \bar{\chi}} + \frac{\partial^2 \Delta \tilde{T}}{\partial \bar{\chi}^2}, \quad (13)$$

для детали на рис. 2

$$\left. \frac{\partial \Delta \tilde{T}}{\partial \bar{\chi}} \right|_{\bar{\chi}} = \frac{a}{\sqrt{b_2^2 + h^2}} = -\frac{\alpha}{\lambda} \Delta \tilde{T} \sqrt{b_2^2 + h^2}, \quad (14)$$

и для обеих деталей

$$\Delta \tilde{T}(\tilde{\chi}; 0) = \Delta \tilde{T}_H. \quad (15)$$

Применяя метод разделения переменных [13] и способ решения уравнения Бесселя [14], имеем

$$\Delta \tilde{T}(\tilde{\chi}, \tau) = \left[ \tilde{A} \tilde{\chi}^{-\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(\tilde{\chi}) + \tilde{B} \tilde{\chi}^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(\tilde{\chi}) \right] e^{-\tau}, \quad (16)$$

где  $J_n(\chi)$  – функция Бесселя первого рода. Перейдя к координатным переменным [15] и обозначив  $\tilde{A} \sqrt{\frac{2}{\pi}} = A$ ,  $\tilde{B} \sqrt{\frac{2}{\pi}} = B$ , получим

для детали на рис. 1

$$\begin{aligned} \Delta T(x, y, z, t) = \\ = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}, \quad (17) \end{aligned}$$

где  $Y_n(\chi)$  – функция Бесселя второго рода порядка  $n$  [14] и

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\Delta T_H \left[ \frac{\alpha}{\lambda} J_1 \left( \sqrt{\frac{1}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) - J_1(1) \right] \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)}, \\
 B &= \frac{\Delta T_H \left[ \frac{\alpha}{\lambda} Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) - Y_1(1) \right] \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)};
 \end{aligned} \tag{18}$$

для детали на рис. 2

$$\Delta T(x, y, z, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) - AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_2^2 + h^2}}, \tag{19}$$

где

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\Delta T_H \left[ \frac{\alpha}{\lambda} J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) - J_1(1) \right] \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)}, \\
 B &= \frac{\Delta T_H \left[ \frac{\alpha}{\lambda} Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) - Y_1(1) \right] \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)},
 \end{aligned} \tag{20}$$

Следовательно, при охлаждении рассматриваемых деталей распределение температуры на их поверхностях охлаждения определяется следующим образом:

1. Для детали на рис. 1  $l_2 < b_2 < l_1 < b_1$ . Из выражений (17) и (18) следует:

а) на поверхности  $z = h$

$$\begin{aligned}
 &\Delta T(x, y, h, t) = \\
 &= \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + h^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + h^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}, \tag{21}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_2^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)}, \\
 B &= \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)};
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

б) на поверхности  $\frac{x^2}{l_2^2} + \frac{y^2}{l_2^2} = 1$

$$\begin{aligned}
 \Delta T(x, z, t) &= \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{(b_2^2 - l_2^2)x^2 + b_2^2 l_2^2 + b_2^2 z^2}{b_2^2 (b_1^2 + l_1^2 + h^2)}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{(b_2^2 - l_2^2)x^2 + b_2^2 l_2^2 + b_2^2 z^2}{b_2^2 (b_1^2 + l_1^2 + h^2)}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}, \quad (23)
 \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_n J_1(1) \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)}, \\
 B &= \frac{-\frac{\alpha}{\lambda} Y_1(1) \sqrt{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_2^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right)};
 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

в) на поверхности  $x = b_1$

$$\Delta T(b_1, y, z, t) =$$

$$= \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{b_1^2 + y^2 + z^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{b_1^2 + y^2 + z^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}; \quad (25)$$

г) на поверхности  $y = l_1$

$$\Delta T(x, l_1, z, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + l_1^2 + z^2}{b_2^2 + l_1^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + l_1^2 + z^2}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_1^2 + l_1^2 + h^2}}, \quad (26)$$

где (на поверхностях  $x = b_1$  и  $y = l_1$ ) постоянные  $A$  и  $B$  определяются с помощью выражений (22).

2. Для детали на рис. 2  $l_1 < b_1 < l_2 < b_2$ . Из формул (19) и (20) следует:

а) на поверхности  $z = h$

$$\Delta T(x, y, h, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + h^2}{b_2^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + h^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_2^2 + h^2}}, \quad (27)$$

$$A = \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H J_1(1) \left( \sqrt{\frac{l_1}{b_2^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)},$$

$$B = \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1}{b_2^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)}; \quad (28)$$

б) на поверхности  $\frac{x^2}{b_2^2} + \frac{y^2}{l_2^2} = 1$

$$\Delta T(x, z, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{(b_2^2 + l_2^2)x^2 + b_2^2 l_2^2 + b_2^2 z^2}{b_2^2 (b_2^2 + h^2)}} \right) + \right.$$



$$+ BJ_0 \left( \frac{(b_2^2 - l_2^2)x^2 + b_2^2 l_2^2 + b_2^2 z^2}{b_2^2 (b_2^2 + h^2)} \right) \Big] e^{-\frac{at}{b_2^2 + h^2}}, \quad (29)$$

где

$$A = \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H J_1(1) \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)},$$

$$B = \frac{\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{b_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)};$$
(30)

в) на поверхности  $x = b_1$

$$\Delta T(b_1, y, z, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{b_1^2 + y^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{b_1^2 + y^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_2^2 + h^2}}; \quad (31)$$

г) на поверхности  $y = l_1$

$$\Delta T(x, l_1, z, t) = \left[ -AY_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + l_1^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) + BJ_0 \left( \sqrt{\frac{x^2 + l_1^2 + z^2}{b_2^2 + h^2}} \right) \right] e^{-\frac{at}{b_2^2 + h^2}}, \quad (32)$$

где в обоих случаях

$$A = \frac{-\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H J_1(1) \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)},$$

$$B = \frac{-\frac{\alpha}{\lambda} \Delta T_H Y_1 \sqrt{b_2^2 + h^2}}{Y_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right) J_1(1) - Y_1(1) J_1 \left( \sqrt{\frac{l_1^2}{b_2^2 + h^2}} \right)}.$$
(33)

Таким образом:

1. Из выражений (17) и (19) следует, что при охлаждении деталей, представленных на рис. 1, 2, уменьшение температуры их тел происходит по концентрическим сферическим поверхностям с центрами в точках, являющихся центрами симметрии этих деталей.

2. Формулы (21) и (27) показывают, что на плоских поверхностях (на торцах) обеих деталей уменьшение температуры тел происходит по концентрическим окружностям (с центрами, совпадающими с центрами симметрии этих поверхностей) с уменьшением их радиусов.

3. Из выражений (23) и (29) следует, что на эллиптических поверхностях (будь это на внутренней (см. рис. 1) либо внешней поверхности (см. рис. 2)) уменьшение температуры происходит по линиям пересечения концентрических сфер и эллиптических цилиндрических поверхностей (с единым центром симметрии каждого из тел) по мере уменьшения радиусов сфер.

4. Как следует из формул (25), (26) на внешних боковых поверхностях призмы (см. рис. 1) и (31), (32) на внутренних боковых поверхностях призмы (см. рис. 2), уменьшение температуры происходит по концентрическим окружностям с центрами, совпадающими с центром симметрии поверхности, по мере увеличения радиусов окружности.

В качестве численного примера изучен процесс охлаждения детали из термореактивного материала марки К-18-2.

Результаты расчета на базе алгоритмов (21), (23), (25)–(27), (29), (31) и (32) позволяют сделать следующие выводы:

1. При охлаждении деталей, ограниченных поверхностями в виде параллелепипеда с эллиптически цилиндрическим отверстием и эллиптической поверхностью с прямоугольным отверстием в виде параллелепипеда, уменьшение температуры происходит по концентрическим сферическим поверхностям с центрами в центре симметрии этих тел по мере увеличения этих радиусов.

2. На плоских поверхностях деталей обоих видов уменьшение температуры тел происходит по концентрическим окружностям (с центрами, совпадающими с центрами симметрии этих поверхностей) с увеличением их радиусов.

3. На эллиптических поверхностях (на внутренней либо на внешней) уменьшение температуры происходит по линиям пересечения концентрических сфер с эллиптическими цилиндрическими поверхно-

стями (с едиными центрами симметрии каждого из тел) по мере увеличения радиусов сфер.

4. В любой момент времени (в период охлаждения деталей) наибольшая температура сохраняется в середине цилиндрического отверстия (эллиптической формы либо в виде параллелепипеда), в точках пересечения с окружностью наименьшего радиуса.

5. Максимальная температура на внешней поверхности с большей площадью больше, чем на остальных поверхностях.

### **Список литературы**

1. Миненков Б.В., Стасенко И.В. Прочность деталей из терморезистивных пластмасс. – М.: Машиностроение, 1977. – 264 с.

2. Керимов Д.А. Научные основы и практические методы оптимизации показателей качества пластмассовых деталей нефтепромыслового оборудования: дис. ... д-ра техн. наук. – Баку, 1985. – 298 с.

3. Макаров Е.Г. Сопротивление материалов на базе Mathcad. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 512 с.

4. Инженерные расчеты на ЭВМ: справ. пособие / под ред. В.А. Троицкого. – Л.: Машиностроение, 1979. – 288 с.

5. Блантер М.Е. Теория термической обработки: учебник для вузов. – М.: Металлургия, 1984. – 328 с.

6. Новиков И.И. Теория термической обработки металлов: учебник. – 2-е изд. – М.: Металлургия, 1974. – 400 с.

7. Марочник сталей и сплавов: справочник / под ред. В.Г. Сорокина. – М.: Машиностроение, 1989. – 640 с.

8. Лахтин Ю.М. Металловедение и термическая обработка металлов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1983. – 359 с.

9. Полянин А.Д. Линейные задачи тепло- и массопереноса: Общие формулы и результаты // Теоретические основы химической технологии. – 2000. – Т. 34, № 6. – С. 563–574.

10. К проблеме неизотермического массопереноса в пористых средах / Н.Н. Гринчик, П.В. Акулич, П.С. Куц [и др.] // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76, № 6. – С. 129–142.

11. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 2001. – 550 с.

12. Ушаков Б.К. Метод расчетной оценки распределения твердости по сечению стальных изделий после закалки // *Технология металлов*. – 2006. – № 6. – С. 44–54.

13. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

14. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1971. – 578 с.

15. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 430 с.

### **References**

1. Minenkov B.V., Stasenko I.V. Prochnost' detalei iz termoreaktivnykh plastmass [The strength of parts made of thermoset plastics]. Moscow: Mashinostroenie, 1977. 264 p.

2. Kerimov D.A. Nauchnye osnovy i prakticheskie metody optimizatsii pokazatelei kachestva plastmassovykh detalei neftepromyslovogo oborudovaniia [Scientific bases and practical methods to optimize performance quality plastic parts of oilfield equipment]. Doctor's degree dissertation. Baku, 1985. 298 p.

3. Makarov E.G. Soprotivlenie materialov na baze Mathcad [The resistance of the materials on the basis of Mathcad]. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2004. 512 p.

4. Inzhenernye raschety na EVM [Engineering calculations on a computer]. Ed. by V.A. Troitskii. Leningrad: Mashinostroenie, 1979. 288 p.

5. Blanter M.E. Teoriia termicheskoi obrabotki [Theory of heat treatment]. Moscow: Metallurgii, 1984. 328 p.

6. Novikov I.I. Teoriia termicheskoi obrabotki metallov [Theory of heat treatment of metals]. Moscow: Metallurgii, 1974. 400 p.

7. Sorokin V.G. Marochnik stalei i splavov [Database of steels and alloys]. Moscow: Mashinostroenie, 1989. 640 p.

8. Lakhtin Iu.M. Metallovedenie i termicheskaiia obrabotka metallov [Metallurgy and heat treatment of metals]. Moscow: Metallurgii, 1983. 359 p.

9. Polianin A.D. Lineinye zadachi teplo- i massoperenosa: Obshchie formuly i rezul'taty [Linear problems of heat and mass transfer: General formulas and results]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii*, 2000, vol. 34, no. 6, pp. 563-574.

10. Grinchik N.N., Akulich P.V., Kuts P.S. [et al.]. К проблеме неізотермического массопереноса в пористых средах [On the problem of non-isothermal mass transfer in porous media]. *Inzhenerno-fizicheskii zhurnal*, 2003, vol. 76, no. 6, pp. 129-142.

11. Kartashov E.M. Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel [Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids]. Moscow: Vysshaya shkola, 2001. 550 p.

12. Ushakov B.K. Metod raschetnoi otsenki raspredeleniia tverdosti po secheniiu stal'nykh izdelii posle zakalki [Method of estimation of distribution of hardness in the cross section of steel products after quenching]. *Tekhnologiya metallov*, 2006, no. 6, pp. 44-54.

13. Spravochnik po spetsial'nym funktsiiam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami [Handbook of Mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables]. Eds. M. Abramovitsa, I. Stigana. Moscow: Nauka, 1979. 832 p.

14. Kamke E. Spravochnik po obyknovennym differentsial'nym uravneniiam [Handbook of ordinary differential equations.]. Moscow: Nauka, 1971. 578 p.

15. Samarskii A.A., Gulin A.V. Chislennye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1989. 430 p.

Получено 3.04.2016

### Об авторах

**Расулов Сакит Рауф оглы** (Баку, Азербайджан) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Промышленная безопасность и охрана труда» Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности; e-mail: rasulovsakit@gmail.com.

**Ибрагимов Валех Абульфаз оглы** (Баку, Азербайджан) – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Общая и прикладная математика» Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности.

**Керимов Джахид Али оглы** (Баку, Азербайджан) – доктор технических наук, профессор кафедры «Машиностроение и материаловедение» Азербайджанского государственного университета нефти и промышленности.

### **About the authors**

**Rasulov Sakit Rauf** (Baku, Azerbaijan) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Industrial Safety and Labour Protection, Azerbaijan State Oil and Industry University; e-mail: rasulovsakit@gmail.com.

**Ibragimov Valekh Abulfaz** (Baku, Azerbaijan) – Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of General and Applied Mathematics, Azerbaijan State Oil and Industry University.

**Karimov Jakhid Ali** (Baku, Azerbaijan) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Machine Building and Materials Science, Azerbaijan State Oil Industry University.