

DOI: 10.15593/2224-9982/2016.44.01

УДК 629.7.036.54-66.02:539.3

В.Г. Казанцев¹, М.П. Карпутин¹, Е.Я. Кулявцев²

¹ Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова, Бийск, Россия

² АО ФНПЦ «Алтай», Бийск, Россия

ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ К ОБОСНОВАНИЮ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ ВАРИАНТОВ ЩЕЛЕВЫХ ВЫРЕЗОВ В ЗАРЯДАХ РДТТ

Для выполнения требований, предъявляемых к баллистическим и тяговым характеристикам ракетных двигателей на твердом топливе (РДТТ), в конструкцию заряда вводятся щелевые вырезы или выточки. Щели заряда формируются в виде звезд с лучами различной конфигурации и протяженности. При этом вершины щелевых вырезов с точки зрения прочности заряда можно квалифицировать как его конструктивные несовершенства, часто определяющие механическую работоспособность РДТТ. Оценка уровня опасного состояния заряда у вершин щелевых вырезов по компонентам тензора напряжений (деформаций) вызывает затруднения из-за многопараметричности анализа. В этой связи для повышения эффективности расчетов и увеличения их достоверности разработаны алгоритмы, позволяющие совместно с методами структурного анализа использовать методы механики разрушения, сводящие решение задачи к однопараметрическому анализу уровня опасности заряда у вершин щелей. Кроме того, открываются широкие возможности для проведения как количественного, так и качественного оперативного сравнительного анализа различных схем зарядов РДТТ, имеющих щелевые вырезы, с целью установления рациональных вариантов их устройства. Реализация предлагаемого методологического подхода восходит к известным работам отечественных и зарубежных ученых, результаты которых позволяют перейти к решению прикладных задач, используя при этом формальную замену щелевых вырезов или выточек математическими разрезами (трещинами). Работоспособность методики демонстрируется на примере анализа расчетных схем зарядов РДТТ с щелевыми вырезами при термосиловом нагружении в условиях плоской деформации. В работе приведен анализ влияния количества щелевых вырезов и их длины на НДС в вершине щели. Рассмотрены задачи по поиску рационального ориентирования щелевых вырезов относительно участков скрепления-раскрепления заряда с корпусом. Проведено исследование по поиску равнопрочной конструкции для заряда с равно- и разновеликими по длине щелевыми вырезами. Использование данной методики позволило выделить следующие ее плюсы: простота использования, высокая скорость обработки результатов расчетов, гибкость и очевидность анализа вариантов расчетных схем зарядов РДТТ при установлении рациональных вариантов устройства щелевых вырезов.

Ключевые слова: ракетный двигатель твердого топлива, заряд, метод конечных элементов, щелевые вырезы, механика разрушения, математический разрез, трещина, скорость освобождения энергии, коэффициенты интенсивности напряжений, термосиловое нагружение, напряженно-деформированное состояние.

V.G. Kazantsev¹, M.P. Karputin¹, E.Ya. Kulyavtsev²

¹ Biysk Technological Institute, Biysk, Russian Federation

² JSC "Altay", Biysk, Russian Federation

APPLICATION OF FRACTURE MECHANICS TO CHOOSE THE RATIONAL VARIANTS OF SLOTTED CUTOUTS IN SOLID PROPELLANT ROCKET MOTOR GRAINS

To provide the requirements for SPRM ballistic and propulsion characteristics the slotted cutouts or recesses are introduced in grain design. The grain slots are formed as stars with the rays of different configuration and extension. Under such conditions the tops of slotted cutouts (from the point of view of grain strength) may be qualified as constructive imperfections which determine the mechanical capacity of SPRM. Because of the multiparametric analysis it is difficult to evaluate the level the grain dangerous state in the field of slotted cutouts tops according to the components of stress (strain) tensor. In this connection, to increase efficiency of calculations and to improve their assurance, the algorithms are developed which allow using fracture mechanics methods in common with methods of structural analysis and to reduce the solution of the problem to one-parametric analysis of grain danger level in the field of slots tops. Moreover it offers ample scopes for conducting both quantitative and qualitative timely comparative analysis of different designs of SPRM grains with slotted cutouts with the purpose of their rational arrangement. The realization of the proposed technique goes back to the famous works of Russian and foreign scientists the results of which allow solving the applied problems using the formal change of slotted cutouts or recesses by mathematical cuts. The technique capacity is demonstrated by the example of structural model analysis of SPRM grains with slotted cutouts under thermo-force loading in the conditions of plain strain state. The analysis of influence of the number and length of slotted cutouts on stress-strain state at the slot top is examined in the paper. The problems on searching rational orientation of slotted cutouts concerning case-grain bonding/unloading areas are considered. The investigation to bring out a full-strength design of the grain with equal and different in length slotted cutouts is conducted. This technique emphasizes the following advantages: simplicity of employment, high rate of processing calculation results, adaptability and persuasiveness of trade-off analysis of structural models of SPRM grains with the aim to find rational variants of slotted cutouts.

Keywords: solid propellant rocket motor, grain, finite element method, slotted cutouts, fracture mechanics, mathematics cut, crack, energy release rate, stress intensity factors, thermomechanical loading, stress-strain state.

Наиболее распространенными конфигурациями зарядов ракетных двигателей на твердом топливе (РДТТ), удовлетворяющими требованиям баллистических и тяговых характеристик двигательных установок, являются канально-щелевые заряды. Щели заряда формируются в виде звезд с лучами различной конфигурации и протяженности. При этом вершины щелевых вырезов с точки зрения прочности заряда можно квалифицировать как его конструктивные несовершенства, часто определяющие работоспособность РДТТ. В этой связи на этапах технических предложений и эскизного проектирования РДТТ необходимо решение двуединой задачи – обеспечение механической работо-

способности заряда на всех режимах эксплуатации двигателя при безусловном удовлетворении газодинамических и внутрибаллистических параметров, заданных техническим заданием на разработку. По этой причине возникает необходимость в проведении итерационных многопараметрических расчетов газодинамики и прочности РДТТ для анализа и уточнения геометрических параметров щелевых вырезов с целью получения рационального варианта поверхности горения заряда и обеспечения его прочности в опасных зонах – вершинах щелевых вырезов.

Несмотря на имеющиеся в распоряжении расчетчика мощные методы структурного анализа, такие, например, как метод конечных элементов (МКЭ), необходимость в рассмотрении всего возможного спектра вариаций геометрических параметров щелевых вырезов представляет собой достаточно трудоемкую задачу. Эта задача может быть существенно упрощена в случае использования совместно с методами структурного анализа методик, базирующихся на представлениях механики разрушения. При этом в некоторых частных случаях задача сравнительного анализа с использованием формулы «лучше – хуже» сводится к однопараметрическим оценкам максимальных напряжений в вершинах щелевых вырезов при различных вариантах их длин и числа. Зачастую оказывается достаточно одного расчета, чтобы установить изменение максимальных напряжений в вершинах щелей при вариациях их ширины в широких пределах.

Рассмотрим некоторые методические аспекты совместного использования МКЭ и методов механики разрушения для оценки напряженного состояния в вершинах выточек с учетом фактической замены щелевого выреза заряда РДТТ на математический разрез.

В работах [1–4] рассмотрены методические приемы и условия замены выточек с гладкими поверхностями разрезами той же протяженности. Условия формальной замены полости выточки на разрез той же протяженности, обоснованные в работе [2], применительно к щелевым вырезам заряда РДТТ сводятся к виду

$$h(x_1, x_2) \ll l \wedge (w - l), |\text{grad } h(x_1, x_2)| \ll 1, \quad (1)$$

где $h(x_1, x_2)$ – полуширина щели (числа (x_1, x_2) задают положение точки на поверхности S щели протяженностью l); $w = (b - a)$ – толщина свода заряда; $(w - l)$ – расстояние между вершинами щелей и корпусом РДТТ (рис. 1).

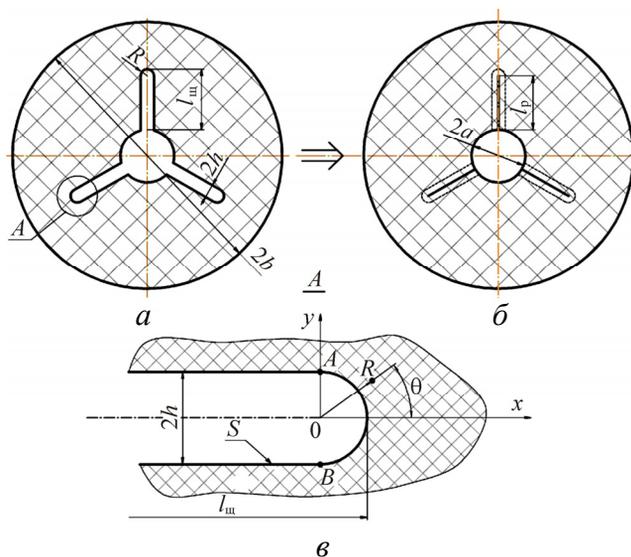


Рис. 1. Схема замены щелевых вырезов математическими разрезами в заряде РДТТ

Перед решением задачи осуществляется снесение граничных условий со стенок щели (поверхность S) на берега разреза, и далее задача решается так, как если бы щель была математическим разрезом протяженностью l_p .

Рассмотрим решение задачи для случая плоского деформирования заряда с симметрично расположенными по углу щелевыми вырезами (см. рис. 1).

В соответствии с работой [5] поток энергии G через поверхность вершины щелевых вырезов, приходящийся на единицу длины вдоль оси Z (рис. 1, в), приводится к выражению

$$G = \int_{AB} \mathfrak{E} dy. \quad (2)$$

Ось Z проходит через начало координат по нормали к плоскости чертежа рис. 1, в.

При решении задачи в линейно-упругой постановке выражение для энергии деформации может быть записано в виде

$$\mathfrak{E} = \int_0^{\sigma_i} \sigma_i d\varepsilon_i, \quad (3)$$

где $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ – диаграмма деформирования материала; σ_i, ε_i – интенсивности напряжений и деформаций соответственно.

Связь интенсивности напряжений с интенсивностью деформаций задается выражением

$$\sigma_i = 2(1 + \nu)\mu\varepsilon_i, \quad (4)$$

где ν – коэффициент Пуассона; μ – модуль сдвига материала.

Используя выражение для дифференциала выражения (4) и произведя замену переменных в выражении (3), получим

$$\Theta = \int_0^{\sigma_i} \frac{\sigma_i d\sigma_i}{2(1 + \nu)\mu}. \quad (5)$$

Формы вершины щелевых вырезов в зарядах РДТТ отличаются многообразием. В этой связи на первом этапе решения задачи за базовый вариант формы вершины щели примем такую геометрию дуги AB (см. рис. 1, в), когда напряжения и деформации вдоль дуги распределяются равномерно, т.е. вершина щелевого выреза квалифицируется как равнопрочная.

В этом случае интенсивность напряжений вдоль дуги AB (см. рис. 1, в), $\sigma_i = \text{const}$, и решение интеграла для энергии деформации примет вид

$$\Theta = \frac{1}{2(1 + \nu)\mu} \int_0^{\sigma_i} \sigma_i d\sigma_i = \frac{\sigma_i^2}{4(1 + \nu)\mu}. \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в соотношение (2) и полагая, что напряжения вдоль дуги AB не зависят от координаты y , получим

$$G = \int_{AB} \frac{\sigma_i^2}{4(1 + \nu)\mu} dy = \frac{\sigma_i^2}{4(1 + \nu)\mu} 2 \int_0^h dy = \frac{\sigma_i^2}{2(1 + \nu)\mu} h. \quad (7)$$

В работе [2] показана инвариантность потока энергии (2) относительно выбора поверхности S . В этом случае при $h \rightarrow 0$ получаем связь между потоком энергии (скоростью освобождения энергии) в вершину разреза и коэффициентом интенсивности напряжений для трещины той же протяженности, что и щелевой вырез [2, 3]:

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} K_I^2, \quad (8)$$

где K_1 , E – коэффициент интенсивности напряжений и модуль Юнга материала соответственно.

Итак, с учетом инвариантности потоков энергии в вершину щели и разреза, приравнявая выражения (7) и (8), получим

$$\frac{1-v^2}{E} K_1^2 = \frac{\sigma_i^2}{2(1+v)} h,$$

или с учетом связи модуля сдвига и модуля Юнга материала получим

$$\sigma_i = \frac{K_1}{\sqrt{h}} \sqrt{1-v^2}. \quad (9)$$

Интенсивность напряжений при осесимметричном нагружении для случая плоской деформации в полярных координатах (см. рис. 1, в) приводится к виду [6]

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_\theta - \sigma_R), \quad (10)$$

где σ_θ и σ_R – кольцевые и радиальные напряжения на контуре вершины щели соответственно (см. рис. 1, в).

Для случая термосиловых нагружений РДТТ радиальные напряжения на дуге AB вершины щели отсутствуют, $\sigma_R = 0$, а выражение (10) принимает вид

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_\theta. \quad (11)$$

С учетом соотношения (11) выражение (10) переписется как

$$\sigma_\theta = \frac{K_1}{\sqrt{h}} \sqrt{1-v^2} \frac{2}{\sqrt{3}}. \quad (12)$$

Для случая несжимаемого материала ($\nu \sim 0,5$) выражение (12) примет вид

$$\sigma_\theta = \frac{K_1}{\sqrt{h}}. \quad (13)$$

Таким образом, тангенциальные напряжения (13), полученные из условия, когда напряжения и деформации распределены вдоль дуги AB вершины щели равномерно, представляют собой точную нижнюю оценку максимального напряжения в вершине щелевого выреза среди прочих других форм обводов законцовок щелей.

Зависимость (13) может быть использована при качественных сравнительных оценках уровня напряженно-деформированного состояния (НДС) у вершин щелевых вырезов для различных вариантов длин и числа щелей с использованием формулы «лучше – хуже». Уникальность сравнительного анализа заключается также в том, что соотношением (13) устанавливается закон изменения НДС у вершин щелей в зависимости от их ширины. Так, если известно решение для максимального значения напряжений σ_θ в вершине щелевого выреза шириной $2h$, то для той же щели шириной $2h^*$ значение напряжения σ_θ^* может быть рассчитано по формуле

$$\sigma_\theta^* = \sigma_\theta \left(\frac{h}{h^*} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

В действительности формы вершин выточек, как правило, в той или иной степени отличаются от равнопрочных. Как отмечается в работе [2], установление формы равнопрочных выточек представляет самостоятельную задачу, решенную пока лишь для нескольких частных случаев. В связи с этим для количественных оценок НДС в вершинах щелевых вырезов, для конкретных форм их обвода, требуется дополнительное обоснование.

С этой целью рассмотрим вариант обвода вершины щели, образованный радиусом $R = h$ (см. рис. 1, в), как наиболее распространенный вариант формы вершины щелевых вырезов.

На рис. 2 показано типичное распределение интенсивности напряжений вдоль поверхности дна щелевого выреза, образованного радиусом h , для трехлучевого заряда (см. рис. 1) при термосиловом нагружении.

Поскольку энергия деформации (6) для равнопрочной выточки минимальна по сравнению с энергией деформации для любых других вариантов форм вершин выточек, то для щели с радиусом скругления вершины h имеет место завышенное значение напряжений в точке C по сравнению с равнопрочной формой вершины щели. Отклонение максимальных значений величин напряжений в точке C вершины щели, образованной радиусом h , от соответствующих напряжений в точках равнопрочной вершины щели можно компенсировать, подбирая длину разреза эквивалентной длине щелевого выреза.

Для установления эквивалентных длин разрезов проведем численный эксперимент, варьируя длину разреза и сопоставляя полученные значения напряжений (13) с максимальными напряжениями (точка C , см. рис. 1, ϵ , рис. 2) рассчитанными по МКЭ для щелевого выреза с вершиной, образованной радиусом h , при термосиловом нагружении заряда РДТТ.

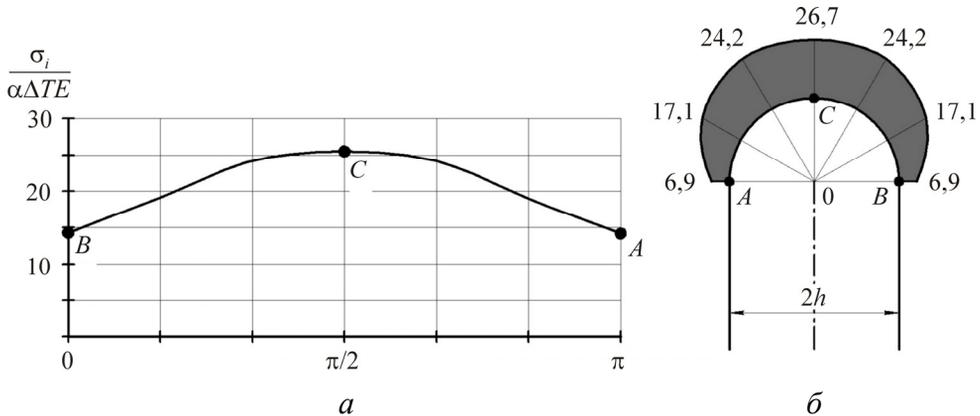


Рис. 2. Интенсивность напряжений вдоль контура ACB вершины щелевого выреза

Пусть заряд находится в условиях плоского деформированного состояния. Исходные данные для расчета следующие:

$$\alpha \Delta T E = 1, \nu = 0,499, a = 0,2 \text{ м}, b = 1 \text{ м}, h = R = 0,05 \text{ м}, l_{\text{щ}} = 0,5 \text{ м}, l_p = \text{var},$$

где $\alpha = \alpha_z - \alpha_k$ – разность коэффициентов линейного температурного расширения заряда α_z и корпуса α_k ; ΔT – температурный перепад; a и b – внутренний и внешний радиусы заряда соответственно; $l_{\text{щ}}$ – длина щелевого выреза; l_p – длина разреза.

Расчетная схема заряда с тремя щелями и разрезами представлена на рис. 1. Корпус РДТТ при расчетах принимался абсолютно жестким.

Для установления рационального варианта эквивалентных значений длины разреза l_p по отношению к длине щели $l_{\text{щ}}$ рассмотрим три случая:

$$l_p = l_{\text{щ}}, l_p = l_{\text{щ}} - R \text{ и } l_p = l_{\text{щ}} + R.$$

Результаты расчетов представлены в таблице.

Сравнение максимальных значений напряжений σ_θ в вершине щели, полученные прямыми расчетами МКЭ и по зависимости (13)

Случай	МКЭ	По зависимости (13)	Относительная погрешность δ , %
$l_p = l_{щ}$	26,78	23,70	11,5
$l_p = l_{щ} - R$	26,78	26,86	0,20
$l_p = l_{щ} + R$	26,78	21,15	21,0

Из анализа таблицы следует, что при замене щелей разрезами необходимо выбирать длину разреза, вычисляемую из выражения

$$l_p = l_{щ} - R. \quad (15)$$

Сравнительный анализ максимальных напряжений в вершинах щелевых вырезов, проведенный по МКЭ и зависимости (13), при выполнении условия (15) для ряда других длин щелей показал в оценках НДС относительную ошибку, не превышающую 1 %.

В приведенных выше исследованиях коэффициент интенсивности напряжений определялся с использованием МКЭ и энергетического метода механики разрушения по зависимости, следующей из выражения (8), для коэффициента Пуассона $\nu = 0,5$:

$$K_1 = \sqrt{\frac{4GE}{3}}. \quad (16)$$

В методическом плане для вычисления потока энергии в вершину разреза решение проводилось по МКЭ для разрезов длиной l и $l + \Delta l$ с использованием при этом одной и той же сетки конечных элементов [7]. Кроме того, полагается, что $l \gg \Delta l$. В этом случае площадь разреза увеличивается на величину ΔS , а выражение для G принимает вид

$$G \approx 2(\Pi_1 - \Pi_2)/\Delta S, \quad (17)$$

где Π_1, Π_2 – потенциальная энергия упругой деформации для двух состояний равновесия тела с разрезами длиной l и $l + \Delta l$ соответственно.

Максимальные значения кольцевых напряжений σ_θ в вершине щелевого выреза, с учетом вышеприведенных зависимостей и соотношения (13), рассчитываются для несжимаемых материалов по зависимости

$$\sigma_\theta^{\max} = \sqrt{\frac{4G(n, l_p)E}{3h}}, \quad (18)$$

где $G(n, l_p)$ – скорость освобождения энергии, зависящая от числа разрезов n и их длины l_p .

При параметрическом анализе для оценки максимальных значений кольцевых напряжений в вершинах щелевых вырезов величина $G(n, l_p)$ может быть выбрана из рис. 4–9.

В методическом плане оказывается важным выяснение условий, при которых выполняется требование (1) для ширины щелей. Для оценки диапазона возможного изменения ширины щелей при их неизменяющейся длине и получения при этом значений максимальных напряжений в вершине щелевых вырезов с приемлемой точностью рассмотрим прямое сопоставление результатов расчетов напряжений в вершине щели, рассчитанных по МКЭ и по формуле (18), с учетом требования (15). При расчетах МКЭ ширина щелевых вырезов изменялась в диапазоне значений $h/l_p = 0,02 \dots 0,35$. Остальные исходные данные для расчета принимались аналогично использовавшимся выше.

Как следует из результатов расчетов максимальных напряжений в вершине щели, представленных на рис. 3, для ширины щелей больших $h > 0,17l_p$ относительное расхождение между расчетом по МКЭ и зависимостью (17) превышает 5 %.

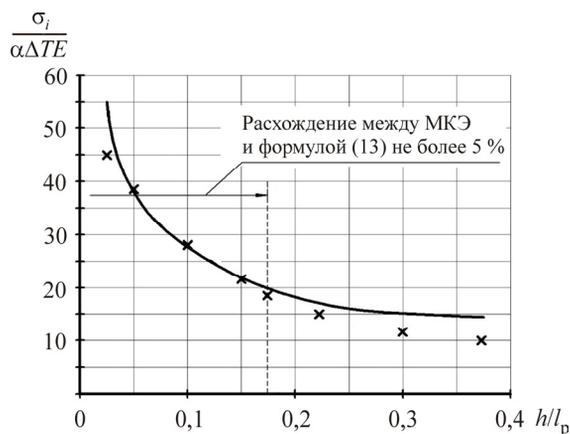


Рис. 3. Изменение максимальных напряжений в вершине щели в зависимости от ширины щелевого выреза: — – решение по формуле (13); $\times \times \times$ – решение по МКЭ

Таким образом, при длине разреза, принятой в расчетах, требование (1) удовлетворяется с точностью до 5 % относительной погрешности при выполнении условия

$$h/l_p < 0,17 \text{ и } h/(w - l_p) < 0,17. \quad (19)$$

Здесь, как и прежде, $w = b - a$ – размер свода заряда (см. рис. 1, б).

Рассмотрим далее некоторые из прикладных задач, решение которых базируется на представленной выше методике, позволяющей проводить сравнительный анализ напряженного состояния у вершин щелевых вырезов для различного числа щелей, их протяженности и ширины. Если принять во внимание зависимости (13), (18), то оценку уровня НДС заряда у вершин щелевых вырезов удобнее проводить по изменениям значений коэффициентов интенсивности напряжений или по изменениям скорости освобождения энергии (17), варьируя длины и число щелей (разрезов) и полагая, что ширина щелей в каждом из конкретных случаев может изменяться в достаточно широких пределах.

При этом будем иметь в виду, что уровень опасности для данного конструктивного оформления заряда находится в зависимости от величины скорости освобождения упругой энергии G при изменении длины разреза (щели), как это следует из энергетического критерия локального разрушения А.А. Гриффитса:

$$G = \partial\Pi/\partial S \leq G_c,$$

где G_c – критическое значение величины скорости освобождения энергии (вязкость разрушения), необходимое для образования новой поверхности разрыва площадью ∂S .

В качестве расчетного случая рассмотрим действие однородного стационарного температурного поля. Во всех рассмотренных ниже вариантах конструктивного оформления заряда корпус РДТТ принят абсолютно жестким. Щелевые вырезы (разрезы) располагаются симметрично по угловой координате. Расчеты в линейно-упругой постановке для условий плоской деформации проведены по МКЭ [8–10] для следующего комплекса геометрических и физико-механических параметров заряда:

$$\alpha\Delta TE = 1, \quad \nu = 0,499, \quad a = 0,2 \text{ м}, \quad b = 1 \text{ м}. \quad (20)$$

Сначала рассмотрим случай, позволяющий дать сравнительную оценку различия уровня НДС в вершинах щелей для различного числа равновеликих щелевых вырезов в зависимости от их протяженности вдоль свода заряда, прочно скрепленного с корпусом.

На рис. 4, *a* показаны линии уровня интенсивности напряжений, наложенные на деформированную геометрию заряда с четырьмя разрезами, а также графики зависимости изменения скорости освобождения энергии деформации G для различного числа равновеликих трещин (рис. 4, *б*).

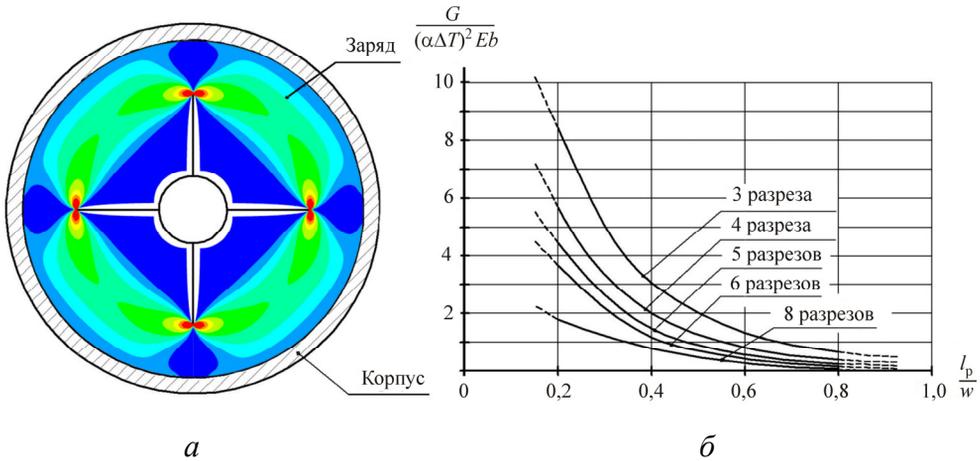


Рис. 4. Изолинии интенсивности напряжений (*a*) и изменение скорости освобождения энергии деформации (*б*) для зарядов с различным количеством разрезов в зависимости от их протяженности вдоль свода

Здесь и далее цветовая градиентная заливка (см. рис. 4, *a*) отражает изменение уровня интенсивности напряжений в сечении заряда от максимальных значений (заливка красного цвета) до своих минимальных значений (заливка синего цвета).

Как следует из зависимости (18), увеличение числа щелевых вырезов приводит к уменьшению максимальных значений напряжений в вершинах щелей для любых из вариантов их протяженности вдоль свода заряда. По величине скорости освобождения энергии (17) можно судить о величине различия уровня НДС в вершинах различных щелевых вырезов, сравнивая их число и протяженность вдоль свода заряда.

Теперь рассмотрим изменение уровня НДС у вершин щелей для зарядов с разновеликими щелевыми вырезами. В качестве примера возьмем заряд с тремя щелевыми вырезами, имеющими фиксированную длину $l_1/w = 0,4$, и тремя щелевыми вырезами, длина которых изменяется в широких пределах $l_2/w = \text{var}$ (рис. 5, *a*). Геометрические параметры и условия нагружения заряда соответствуют выражениям (20).

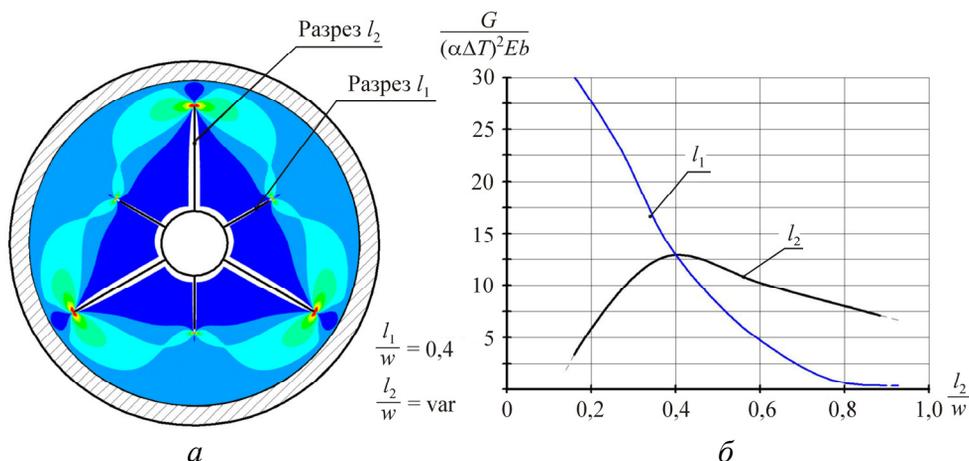


Рис. 5. Изолинии интенсивности напряжений (а) и изменение скорости освобождения энергии деформации (б) для зарядов с разновеликими щелевыми вырезами

Из результатов расчетов скорости освобождения энергии (рис. 5, б) следует, что до расстояний между вершинами щелей в радиальном направлении $(l_1 - l_2)/l_1 < 0,8$ щелевые вырезы длиной l_2 находятся в зоне разгрузки (см. рис. 5, а), в диапазоне расстояний от $0,8 < (l_1 - l_2)/l_1$ до $(l_2 - l_1)/l_1 < 1,2$ имеет место градиентное изменение напряжений в вершинах щелевых вырезов l_1 и l_2 из-за их взаимодействия. При дальнейшем увеличении размера щелей l_2 щели l_1 переходят в зону разгрузки, напряженное состояние вершин щелей l_2 приближается к состоянию, как для заряда с тремя щелевыми вырезами.

Одним из вариантов снижения уровня НДС в вершинах щелевых вырезов служит устройство частичных раскреплений заряда от корпуса. При этом оказывается важным выяснение способа рациональной ориентации вершин щелевых вырезов: либо напротив участка раскрепления, либо напротив участка скрепления. Ответ на этот вопрос оказывается неоднозначным. Для иллюстрации решения этой задачи рассмотрим вариант расчетной схемы заряда – с четырьмя равновеликими радиальными разрезами и четырьмя частичными раскреплениями (рис. 6, а, б). Доля скрепления заряда с корпусом $\delta = 0,5$.

Результаты расчетов показывают, что рациональная ориентация щелевых вырезов зависит от их размеров и ориентации. Так, для длины щелевых вырезов $l/w \leq 0,5$ рациональным вариантом следует считать расположение вершин щелевых вырезов напротив участка скрепления.

В противном случае щелевые вырезы следует располагать напротив участка раскрепления (рис. 6, в).

На рис. 6, а, б показаны линии уровня интенсивности напряжения в сечении заряда для случая, когда $l_1 = l_2 \approx 0,5$, что соответствует примерно равным значениям максимальных тангенциальных напряжений во всех вершинах щелевых вырезов (см. рис. 6, в).

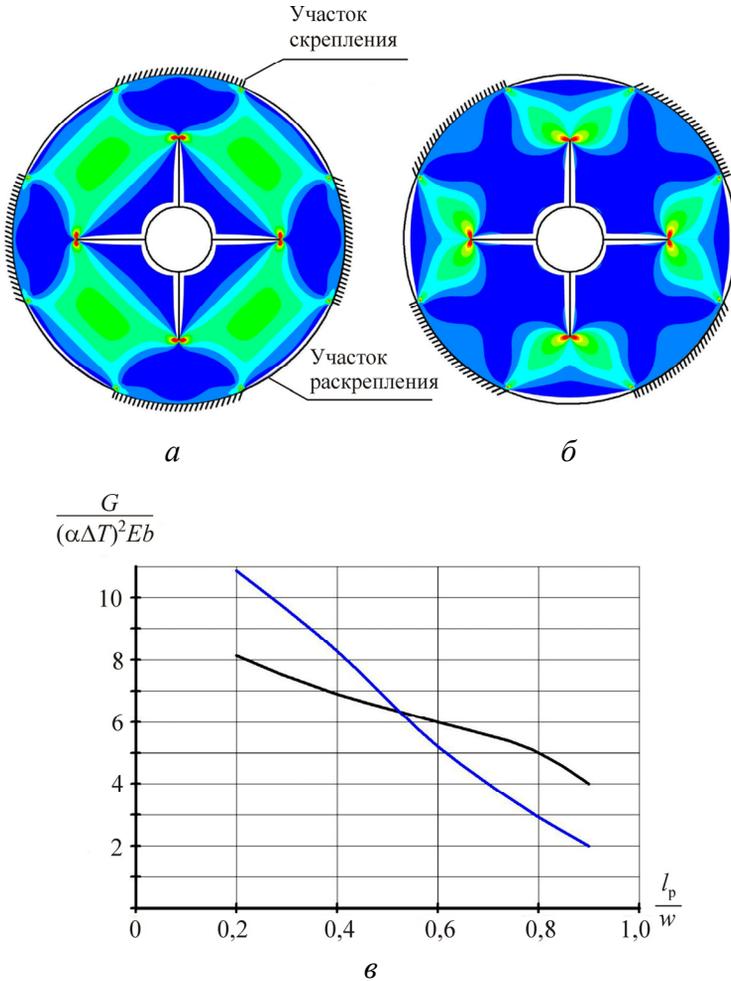


Рис. 6. Линии уровня интенсивности напряжения (а), (б) в сечении заряда и изменение скорости освобождения энергии деформации (в) для заряда с четырьмя равновеликими разрезами в зависимости от их ориентации и размеров: — – разрез напротив скрепления; — – разрез напротив раскрепления

На рис. 7 показаны результаты исследований, аналогичные вышеприведенным, для заряда с шестью радиальными симметричными разрезами и тремя симметричными участками раскрепления заряда от корпуса. Доля скрепления заряда с корпусом $\delta = 0,5$. Равновеликие разрезы располагаются как показано на рис. 7, *а*.

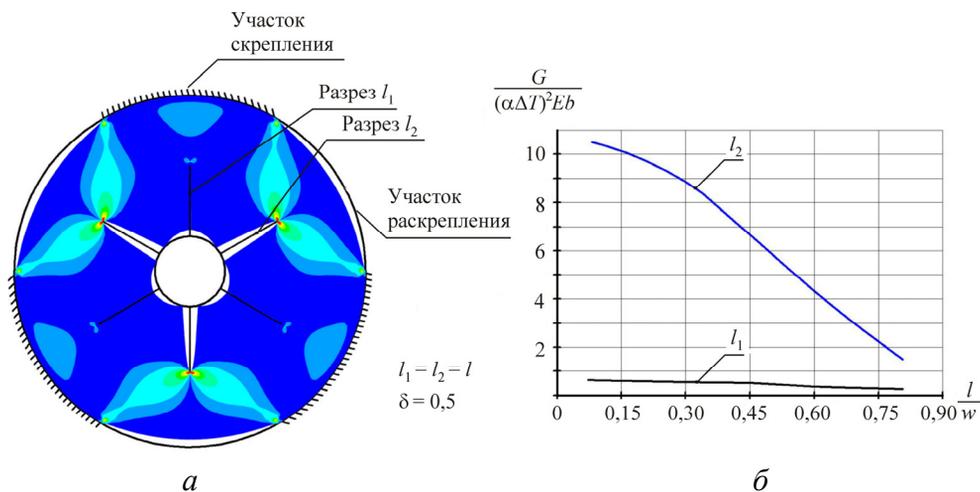


Рис. 7. Линии уровня интенсивности напряжения (*а*) и изменение скорости освобождения энергии деформации заряда с шестью равновеликими разрезами (*б*)

Из анализа рис. 7, *б* следует, что уровень НДС у вершин щелевых вырезов, располагающихся напротив скрепления заряда с корпусом, значительно ниже, чем для щелевых вырезов, ориентированных напротив участка раскрепления, для всех вариантов их протяженности вдоль свода заряда. Щели протяженностью l_1 , ориентированные напротив участка скрепления (см. рис. 7, *а*), оказываются в зоне разгрузки практически для всех вариантов их протяженности вдоль свода заряда.

Понятно, что для увеличения механической работоспособности РДТТ предпочтительнее такая конструкция заряда, когда все вершины щелевых вырезов по уровню НДС оказываются сопоставимы. В ряде случаев такая возможность достижима, если использовать разновеликие щелевые вырезы – щели различной протяженности вдоль свода заряда.

В этой связи рассмотрим конструкцию заряда, когда три щелевых выреза изменяют свои размеры вдоль его свода $l_1/w = \text{var}$ и расположены напротив участка скрепления заряда с корпусом, в то время как

другие три щели, расположенные напротив участка раскрепления, имеют фиксированную длину, $l_2/w = 0,5$ (рис. 8, а, случай первый).

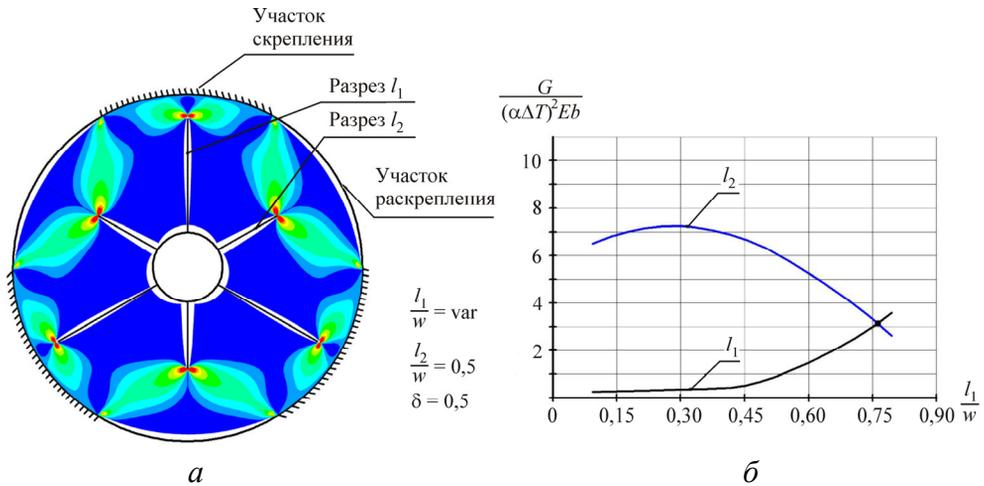


Рис. 8. Линии уровня интенсивности напряжений (а) и изменения скорости освобождения энергии деформации (б) для разновеликих по длине разрезов (случай первый)

Поскольку характер изменения уровня НДС у вершин щелевых вырезов следует пропорциональному изменению скорости освобождения энергии деформации заряда при изменении длины щелевых вырезов вдоль его свода, можно установить, что уровни НДС у вершин всех рассматриваемых щелевых вырезов оказываются сопоставимы, когда протяженность щелевых вырезов, располагающихся напротив участка скрепления, приближается к величине $l_1/w = 0,8$ (рис. 8, б).

На рис. 8, а показаны линии уровней интенсивности напряжения в сечении заряда для случая, когда $l_1/w \approx 0,82$ при $l_2/w = 0,5$, что соответствует примерно равным значениям максимальных тангенциальных напряжений во всех вершинах щелевых вырезов (см. рис. 8, б).

Для конструкции заряда, когда три щелевых выреза изменяют свои размеры вдоль его свода $l_2/w = \text{var}$ и расположены напротив участка раскрепления заряда с корпусом, в то время как другие три щели, расположенные напротив участка скрепления, имеют фиксированную длину, $l_1/w = 0,5$ (рис. 9, а, случай второй), характер изменения НДС у их вершин показан на рис. 9, б. Из анализа изменения скорости освобождения энергии деформации заряда при изменении длины щелей следует, что уровни НДС у вершин щелевых вырезов становятся со-

поставимы, когда длина щелей, располагающихся напротив участка раскрепления, оказывается примерно равной $l_2/w = 0,16$. При дальнейшем увеличении длины щелевых вырезов в сторону участка раскрепления щелевые вырезы напротив участка скрепления заряда с корпусом оказываются в зоне разгрузки и напряжения в их вершинах резко падают. На рис. 9, *a* показаны линии уровня интенсивности напряжений в сечении заряда для случая, когда $l_2/w \approx 0,16$ при $l_1/w = 0,5$, что соответствует примерно равным значениям максимальных тангенциальных напряжений во всех вершинах щелевых вырезов (рис. 9, *б*).

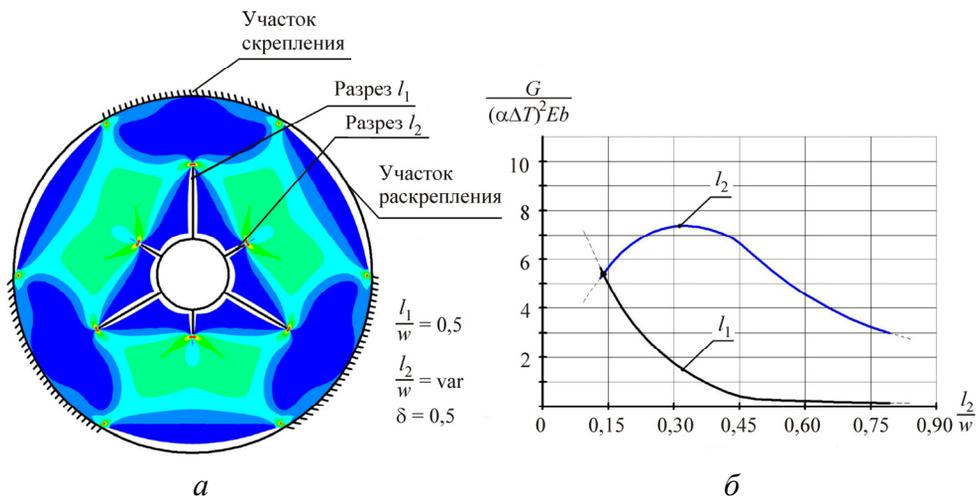


Рис. 9. Линии уровня интенсивности напряжений (*a*) и изменения скорости освобождения энергии деформации (*б*) для разновеликих по длине разрезов (случай второй)

Равнопрочное состояние у рассматриваемых групп вершин щелей может достигаться и при других вариантах устройства щелевых вырезов. Введение в конструкцию заряда дополнительных конструктивных элементов, способствующих снижению уровня у их вершин, также имеет свое перспективное развитие. Вместе с тем многообразие возможных вариантов защиты вершин щелевых вырезов требует либо наличия установленных ранее соответствующих параметрических исследований, либо проведения дополнительных оперативных численных экспериментов для установления рациональных параметров и вариантов как щелевых вырезов, так и устройств для их защиты. Для проведения многовариантных как экспертных, так и уточненных расчетов для выбора приемлемых технических решений по устройству щелевых

вырезов в зарядах РДТТ требуются разработки специфических методик сравнительного анализа, к преимуществам и основному достоинству которых следует отнести прозрачный однопараметрический анализ. Один из вариантов таких методик – представленный в настоящей статье алгоритм сравнительного анализа, базирующийся на совместном использовании численного метода структурного анализа и методов механики разрушения.

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предложена и реализована методика, базирующаяся на однопараметрическом анализе напряженного состояния у вершин щелевых вырезов зарядов РДТТ и выбора на этой основе рациональных вариантов их числа, протяженности и ширины, аккумулирующая в себе сочетание метода общего структурного анализа деформирования заряда и методов механики разрушения. Методика основана на фактической замене щелевых вырезов на математические разрезы.

2. Показано, что:

– численными экспериментами для различной протяженности щелевых вырезов вдоль свода заряда установлено, что при замене щелевых вырезов с радиусами скругления их вершин h математическими разрезами следует соблюдать соответствие между протяженностью щелей и разрезов в радиальном направлении, выражающееся зависимостью $l_p = l_{щ} - h$, где l_p , $l_{щ}$ – длина разреза и щели соответственно; h – полуширина щели. При этом относительная погрешность между прямыми расчетами максимальных напряжений в вершинах щелей по МКЭ и расчетом тех же напряжений с использованием методов механики разрушения не превышает 1 %;

– численными экспериментами установлено, что относительная погрешность между прямыми расчетами максимальных напряжений в вершинах радиальных щелевых вырезов по МКЭ и с использованием методов механики разрушения не превышает 5 % при выполнении следующих условий: $h/l_p < 0,17$ и $h/(w - l_p) < 0,17$, где w – расстояние между вершиной разреза и корпусом РДТТ.

3. Увеличение количества равновеликих щелевых вырезов в заряде РДТТ, полностью скрепленном с корпусом, приводит к уменьшению концентрации напряжений в их вершинах для всех вариантов их протяженности в радиальном направлении.

4. Выбор числа частичных раскреплений заряда РДТТ от корпуса для защиты вершин щелевых вырезов от перенапряжения, а также выбор рациональных вариантов направления щелевых вырезов напротив скрепленного участка заряда с корпусом либо напротив его раскрепленного участка не являются однозначными и требуют специального рассмотрения.

5. Использование предложенной методики расчета НДС у вершины щелевых вырезов зарядов РДТТ существенно упрощает процедуру сравнительного анализа механического поведения материала у вершин щелевых вырезов и выточек по сравнению с традиционным использованием таких мощных методов структурного анализа, как МКЭ. Прямое использование МКЭ усложняет саму процедуру анализа вследствие значимого увеличения трудозатрат, поскольку возникает необходимость всякий раз проводить дискретизацию расчетной схемы на конечные элементы, как только возникает необходимость в изменении, например, ширины щели или ее протяженности. Привлечение к анализу методов механики разрушения позволяет на одной и той же сетке конечных элементов провести расчеты в широком диапазоне изменения геометрических параметров щелевых вырезов. Зачастую достаточно одного расчета, чтобы провести анализ изменения уровня напряжений у вершины щели при изменении, например, ее ширины.

Кроме того, из расчетной практики установлено, что для достаточно узких щелевых вырезов или выточек ($h \rightarrow 0$, h – полуширина щели) прямые расчеты по МКЭ могут привести к погрешностям до 40 % и выше в расчетах НДС у их вершин. В то же время совместное использование МКЭ и методов механики разрушения позволяет провести расчеты с достаточной для практики точностью.

6. Результаты проведенных исследований указывают на потенциальную пригодность методики оценки максимальных напряжений у вершин щелевых вырезов, базирующейся на фактической замене щелевых вырезов математическими разрезами. Методика обнаруживает свою гибкость, позволяет на базе однопараметрического анализа проводить оперативный поиск рациональных вариантов числа щелевых вырезов, их ширины и протяженности вдоль свода заряда РДТТ с учетом требований технического задания на разработку РДТТ.

Библиографический список

1. Казанцев В.Г., Карпутин М.П. Применение механики разрушения к обоснованию выбора рациональных вариантов конструктивных элементов зарядов РДТТ // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2015. – № 41. – С. 138–156.
2. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
3. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения // Математические основы теории разрушения: пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – С. 204–335.
4. Bowie O.L., Neal D.M. The effective crack length of an edge slot in a semi-infinite sheet under tension // International Journal of Fracture Mechanics. – 1967. – Vol. 3, iss. 2. – P. 111–119.
5. Черепанов Г.П. О распространении трещин в сплошной среде // Прикладная математика и механика. – 1967. – Т. 31, №. 3. – С. 476–488.
6. Казанцев В.Г., Жаринов Ю.Б., Карпутин М.П. Динамика и прочность ракетных двигателей на твердом топливе. – Бийск: Изд-во Алтай. гос. техн. ун-та. им. И.И. Ползунова, 2014. – 379 с.
7. Казанцев В.Г., Мишичев А.И. Конечноэлементный анализ поля напряжений в окрестности трещин прямыми и энергетическим методами // Прикладная механика. – 1982. – Т. 18, № 3. – С. 77–81.
8. Морозов Е.М., Никишов Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука, 1980. – 254 с.
9. Аликин В.Н., Милехин Ю.М., Пак З.П. Методы математического моделирования для исследования зарядов твердого топлива. – М.: Химия, 2003. – 214 с.
10. Казанцев В.Г. Метод конечных и граничных элементов в механике твердого тела. – Бийск: Изд-во Алтай. гос. техн. ун-та им. И.И. Ползунова, 2010. – 206 с.

References

1. Kazantsev V.G. Karputin M.P. Primenenie mekhaniki razrusheniya k obosnovaniyu vybora ratsionalnykh variantov konstruktivnykh elementov zaryadov RDTT [Application of fracture mechanics to choose the rational variants of design elements in SPRM grains]. *Vestnik Permskogo natsional-*

nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, 2015, no. 41, pp. 138-156.

2. Cherepanov G.P. *Mekhanika khрупkogo razrusheniya* [Mechanics of brittle fracture]. Moscow: Nauka, 1974. 640 p.

3. Rais Dzh. *Matematicheskie metody v mekhanike razrusheniya* [Mathematical methods in fracture mechanics]. *Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya*, Moscow: Mir, 1975. Vol. 2, pp. 204-335.

4. Bowie O.L., Neal D.M. The effective crack length of an edge slot in a semi-infinite sheet under tension. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1967, vol. 3, iss. 2, pp. 111-119.

5. Cherepanov G.P. O rasprostraneni treshchin v sploshnoy srede [Crack propagation in continuous media]. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1967, vol. 31, iss. 3, pp. 503-512.

6. Kazantsev V.G., Zharinov Yu.B., Karputin M.P. *Dinamika i prochnost raketnykh dvigateley na tverdom toplive* [Dynamics and strength of solid propellant rocket motors]. Biysk: Altayskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet imeni I.I. Polzunova, 2014. 379 p.

7. Kazantsev V.G., Mishichev A.I. *Konechnoelementnyy analiz polya napryazheniy v okrestnosti treshchin pryamymi i energeticheskim metodami* [Finite-element analysis of the stress distribution near a crack by the energy and direct methods]. *Prikladnaya mekhanika*, 1982, vol. 18, iss. 3, pp. 248-252.

8. Morozov E.M., Nikishkov G.P. *Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya* [Finite element method in fracture mechanics]. Moscow: Nauka, 1980. 254 p.

9. Alikin V.N., Milekhin Yu.M., Pak Z.P. *Metody matematicheskogo modelirovaniya dlya issledovaniya zaryadov tverdogo topliva* [Mathematical modeling methods to study solid propellant grains]. Moscow: Khimiya, 2003. 214 p.

10. Kazantsev V.G. *Metod konechnykh i granichnykh elementov v mekhanike tverdogo tela* [Finite and boundary element method in solid mechanics]. Biysk: Altayskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet imeni I.I. Polzunova, 2010. 206 p.

Об авторах

Казанцев Владимир Георгиевич (Бийск, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетные двигатели и высоко-

энергетические устройства автоматических систем», заведующий кафедрой «Техническая механика» Бийского технологического института (филиала) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова (659305, г. Бийск, ул. Трофимова, д. 27, e-mail: wts-01@mail.ru).

Карпутин Максим Петрович (Бийск, Россия) – аспирант кафедры «Техническая механика» Бийского технологического института (филиала) Алтайского государственного технического университета им. И.И. Ползунова (659305, г. Бийск, ул. Трофимова, д. 27, e-mail: mkarputin@mail.ru).

Кулявцев Евгений Яковлевич (Бийск, Россия) – кандидат технических наук, ведущий инженер АО ФНПЦ «Алтай» (659322, г. Бийск, ул. Социалистическая, д. 1, e-mail: nextlife13@mail.ru).

About the authors

Vladimir G. Kazantsev (Biysk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Rocket Engine and High-Energy Devices of Automatic Systems, Head of Department of Engineering Mechanics, Biysk Technological Institute (27, Trofimova st., Biysk, 659305, Russian Federation, e-mail: wts-01@mail.ru).

Maksim P. Karputin (Biysk, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Engineering Mechanics, Biysk Technological Institute (27, Trofimova st., Biysk, 659305, Russian Federation, e-mail: mkarputin@mail.ru).

Evgeniy Ya. Kulyavtsev (Biysk, Russian Federation) – Ph. D. in Technical Sciences, Lead Engineer, JSC "Altay" (1, Sotsyalisticheskaya st., Biysk, 659322, Russian Federation, e-mail: nextlife13@mail.ru).

Получено 28.10.2015