



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2015

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.3.11

УДК 621.7.011+539.442.23+620.163.2

## КОМПЛЕКС ИСПЫТАНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НА ПРЕДЕЛЬНУЮ ПЛАСТИЧНОСТЬ МЕТАЛЛА ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

С.В. Смирнов, Д.И. Вичужанин, А.В. Нестеренко

Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 6 мая 2015 г.  
Принята: 19 августа 2015 г.  
Опубликована: 30 сентября 2015 г.

#### Ключевые слова:

предельная пластичность,  
диаграмма предельной  
пластичности,  
влияние напряженного состояния,  
алюминиевый сплав

### АННОТАЦИЯ

Предложен комплекс испытаний, который может быть использован для исследования влияния напряженного состояния на предельную пластичность металлических материалов при повышенной температуре. Величина предельной пластичности количественно может быть охарактеризована накопленной степенью деформации к моменту разрушения. В качестве характеристик напряженного состояния использовались безразмерные инвариантные параметры: показатель напряженного состояния  $k$  и показатель вида напряженного состояния Лоде–Надаи  $\mu_\sigma$ . Совокупность показателей  $k$  и  $\mu_\sigma$  однозначно характеризует напряженное состояние при пластической деформации, кроме того, являясь безразмерными, они позволяют сопоставлять напряженное состояние материалов с различным уровнем прочностных свойств. Показатель  $k$  характеризует относительный уровень нормальных напряжений: при  $k > 0$  преобладают нормальные растягивающие напряжения, при  $k < 0$  – сжимающие. Показатель Лоде–Надаи  $\mu_\sigma$  характеризует вид напряженного состояния. Значение  $\mu_\sigma = +1/-1$  соответствует напряженному состоянию осесимметричного сжатия/растяжения, при  $\mu_\sigma = 0$  реализуется схема плоского напряженного состояния. Комплекс механических испытаний помимо традиционных испытаний на растяжение гладких цилиндрических образцов и образцов с кольцевой выточкой включает новые специально разработанные испытания образцов типа «колокольчик» и образцов в виде толстостенного стаканчика с утонением доньшка. Данные виды испытаний позволяют исследовать предельную пластичность при монотонном деформировании в диапазоне изменения показателей  $-1,2 < k < 1,2$  и  $-1 < \mu_\sigma < +1$  без использования техники высоких давлений. Напряженно-деформированное состояние в процессе испытаний образцов определяли по результатам математического моделирования испытаний методом конечных элементов в программе ANSYS. Апробация испытаний проведена на образцах из алюминиевого сплава 01570. Испытания проведены при температуре 360 °С при интенсивности скорости деформации сдвига  $H = 0,1; 0,3; 0,5 \text{ с}^{-1}$ . По результатам испытаний получена диаграмма предельной пластичности, которая при использовании моделей механики поврежденности может быть использована для прогнозирования разрушения исследованного сплава в процессах пластического формоизменения.

© ПНИПУ

© Сергей Витальевич Смирнов – доктор технических наук, e-mail: svsv@imach.uran.ru  
Дмитрий Иванович Вичужанин – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, e-mail: mmm@imach.uran.ru  
Антон Владимирович Нестеренко – кандидат технических наук, научный сотрудник, e-mail: nav@imach.uran.ru

Sergei V. Smirnov – Doctor of Technical Sciences, e-mail: svsv@imach.uran.ru  
Dmitry I. Vichuzhanin – Ph.D. in Technical Sciences, Senior Researcher, e-mail: mmm@imach.uran.ru  
Anton V. Nesterenko – Ph.D. in Technical Sciences, Researcher, e-mail: nav@imach.uran.ru

## A SET OF TESTS FOR STUDYING THE EFFECT OF THE STRESS STATE ON ULTIMATE METAL PLASTICITY AT HIGH TEMPERATURE

S.V. Smirnov, D.I. Vichuzhanin, A.V. Nesterenko

Institute of Engineering Science, UrB RAS, Ekaterinburg, Russian Federation

---

### ARTICLE INFO

Received: 6 May 2015  
Accepted: 19 August 2015  
Published: 30 September 2015

#### Keywords:

ultimate plasticity, fracture locus, effect of the stress state, aluminium alloy

### ABSTRACT

A set of tests that can be used to study the effect of the stress state on ultimate metal plasticity at high temperature is proposed. Ultimate plasticity can be characterized quantitatively by the strain accumulated to failure. Dimensionless invariant parameters, such as the triaxiality parameter  $k$  and the Lode–Nadai parameter  $\mu_\sigma$ , are used as a characteristic of the stress state. A set of the parameters  $k$  and  $\mu_\sigma$  unambiguously characterizes the stress state under plastic deformation. Being dimensionless, these parameters can be used to compare the stress state of materials with different levels of strength properties. The triaxiality parameter  $k$  characterizes the level of normal stresses. If  $k > 0$ , then normal tensile stresses dominate. If  $k < 0$ , then normal compressive stresses dominate. The Lode–Nadai parameter  $\mu_\sigma$  characterizes the type of the stress state. The value of  $\mu_\sigma = +1/-1$  corresponds to the stress state of axisymmetric compression/tension, and  $\mu_\sigma = 0$  under the plane stress state. The set of tests consists of conventional tension tests of cylindrical specimens, tension tests of notched cylindrical specimens, newly developed tests of “bell” specimens and tests of a thick-walled cup with a thinned bottom. This types of tests has allowed us to investigate ultimate plasticity under monotonic deformation in the range of parameters  $-1,2 < k < 1,2$  and  $-1 < \mu_\sigma < +1$  without applying high pressure technique. The stress–strain state under tests was evaluated by the results of mathematical simulation by means of the finite element method in ANSYS. The tests performed on O1570 aluminium alloy specimens. The test temperature was 360°C. The shear strain rate was  $H = 0,1; 0,3; 0,5 \text{ s}^{-1}$ . The fracture locus of the O1570 aluminium alloy has been obtained from the test results. The fracture locus can be used in damage mechanics models to predict alloy fracture under metal forming processes.

© PNRPU

## Введение

Способность металлических материалов подвергаться пластической деформации без разрушения принято оценивать величиной предельной пластичности, количественно характеризующей накопленной степенью деформации к моменту разрушения. На предельную пластичность, помимо температуры и скорости деформации, существенное влияние оказывает напряженное состояние.

Влияние величины гидростатического давления на процессы разрушения металлов впервые установлено П. Бриджменом [1] при проведении испытаний в условиях внешнего давления жидкости и позднее обобщено в работе [2]. Детальное исследование влияния гидростатического давления на пластичность металлов при прессовании их жидкостью, находящейся под высоким давлением, представлено в [3].

В работах [4–6] были предложены инвариантные показатели, которые, отличаясь друг от друга постоянным множителем, учитывали уровень нормальных напряжений и характеризовали жесткость напряженного состояния в месте разрушения при пластической деформации. Подобные показатели широко использовались также в работах зарубежных авторов [7–9], в рамках моделей разрушения, в которых накопление поврежденности рассматривалось как процесс изменения размеров и формы пор, имевшихся в материале до деформации. В работе [6] на основе обработки экспериментальных данных из работы [2] были построены функциональные зависимости интенсивности деформации в момент разрушения от показателя напряженного состояния, названные диаграммами

пластичности. В работе [10] проведены оригинальные эксперименты по определению диаграмм пластичности при растяжении под гидростатическим давлением.

Аномальные свойства пластичности металлов, заключающиеся в том, что степень деформации сдвига в момент макроразрушения в опытах на изгиб образцов плоского и квадратного сечения, а также при растяжении под давлением и кручении понижалась с увеличением гидростатической составляющей напряженного состояния, были отмечены в работе [11]. Существенное снижение деформации до разрушения наблюдали при переходе от осесимметричных к плоским образцам в опытах на растяжение ряда конструкционных сталей [12]. В работе [13] отмечалось, что пластичность зависит от показателя Лодэ. Результаты этих работ привели к необходимости разработки методики для изучения раздельного влияния показателей, характеризующих жесткость напряженного состояния и вид напряженного состояния, и предусматривающей проведение испытаний на растяжение и кручение под высоким гидростатическим давлением жидкости. Проведение систематических исследований [14–16] подтвердило, что, помимо величины гидростатического напряжения, на предельную степень деформации сдвига существенное влияние оказывает вид напряженного состояния, характеризуемый показателем Лоде–Надаи.

В настоящее время, при описании зависимости предельной пластичности от напряженного состояния обычно используют безразмерные инвариантные параметры: показатель напряженного состояния  $k$  и показатель Лоде–Надаи  $\mu_\sigma$ ,

$$k = \frac{\sigma}{T}; \quad \mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{\sigma_{11} - \sigma_{33}} - 1, \quad (1)$$

где  $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$  – гидростатическое напряжение;  $T = \sqrt{0,5s_{ij}s_{ij}}$  – интенсивность касательных напряжений;  $s_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений;  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  – главные напряжения. Совокупность параметров  $k$  и  $\mu_\sigma$  однозначно характеризует напряженное состояние при пластической деформации, кроме того, являясь безразмерными, они позволяют сопоставлять напряженное состояние материалов с различным уровнем прочностных свойств. Показатель  $k$  характеризует относительный уровень нормальных напряжений: при  $k > 0$  преобладают нормальные растягивающие напряжения, при  $k < 0$  – сжимающие. Показатель Лоде–Надаи  $\mu_\sigma$  характеризует вид напряженного состояния. Значение  $\mu_\sigma = +1/-1$  соответствует напряженному состоянию осесимметричного сжатия/растяжения, при  $\mu_\sigma = 0$  реализуется схема плоского напряженного состояния.

Ряд авторов [17–24] в качестве характеристики вида напряженного состояния вместо  $\mu_\sigma$  используют угол Лоде  $\theta$ , который может быть выражен через показатель Лоде–Надаи по формуле

$$\theta = \arccos\left(\sqrt{3}\mu_\sigma\left(\mu_\sigma^2/9-1\right)\right). \quad (2)$$

Важную роль понятие предельной пластичности играет в научной концепции моделей механики поврежденности [11, 25–29], которые позволяют осуществлять прогнозирование разрушения при пластическом формоизменении. Так, в моделях [25, 29] предельная пластичность, определяемая как степень деформации сдвига  $\Lambda_p = \Lambda_p(\Theta, H, k, \mu_\sigma)$  в ус-

ловиях простого нагружения, постоянной температуре  $\Theta$  и интенсивности скорости деформации сдвига  $\dot{H}$  ( $\dot{H} = \sqrt{2\eta_{ij}\eta_{ij}}$ , где  $\eta_{ij}$  – компоненты девиатора скорости деформации) является важнейшим эмпирическим параметром. Геометрическую интерпретацию зависимости  $\Lambda_p = \Lambda_p(\Theta, \dot{H}, k, \mu_\sigma)$  называют диаграммой предельной пластичности.

Чтобы получить информацию для построения диаграмм предельной пластичности, обычно проводят несколько видов испытаний, в которых варьируются значения показателей  $k$  и  $\mu_\sigma$ . В области значений  $k > 0,58$  испытания пластичных металлов достаточно легко реализуемы при разных  $\mu_\sigma$  путем растяжения гладких и надрезанных цилиндрических и плоских образцов, выдавливания мембран. При меньших значениях  $k$ , а особенно в области сжимающих напряжений, при выборе методов испытаний возникают серьезные затруднения. При осадке цилиндрических образцов без искривления боковой поверхности вследствие действия сил трения на контакте  $k = -0,58$  и  $\mu_\sigma = +1$ . Однако при испытаниях на осадку пластичных металлов сложно зафиксировать момент образования трещины на боковой поверхности, и это снижает информативность данного вида испытаний. Использование комплекса из трех испытаний цилиндрических образцов на растяжение, осадку и кручение позволяет получать лишь 3 точки на диаграмме, что недостаточно для определения раздельного влияния показателей  $k$  и  $\mu_\sigma$  на предельную пластичность. Наиболее универсальными являются испытания образцов в камере с регулируемым давлением жидкости [16, 25, 29–30], при которых показатель  $k$  даже при растяжении образцов может быть смещен в область отрицательных значений. Основные зарубежные работы по этой теме отражены в обзорной статье [31]. Однако для целей исследования пластичности металлических материалов в условиях горячей деформации эти испытания являются технически очень сложными. В качестве немногих примеров реализации испытаний в камере высокого давления при высоких температурах можно привести исследования, описанные в работах [32–38].

Целью настоящей работы являлась разработка комплекса испытаний, которые без применения техники высоких давлений позволяют определять зависимость  $\Lambda_p = \Lambda_p(\Theta, \dot{H}, k, \mu_\sigma)$  в условиях горячей деформации в широком интервале изменений показателей  $k$  и  $\mu_\sigma$ .

Предлагаемый комплекс механических испытаний помимо традиционных испытаний на растяжение гладких цилиндрических образцов и образцов с кольцевой выточкой включает новые специально разработанные испытания образцов типа «колокольчик» и образцов в виде толстостенного стаканчика, конструкции которых описаны ниже. Отработка методики проведения испытаний и ее апробация были осуществлены на образцах из алюминиевого сплава 01570, содержащего 5,18 % Mg, 0,23 % Sc и 0,07 % Zr. Исследования выполняли при температуре 360 °С на сервогидравлической испытательной машине INSTRON 8801, снабженной навесной печью. Во всех видах испытаний, кроме выдавливания доньшка толстостенного стаканчика в процессе деформирования, поддерживали постоянную интенсивность скоростей деформации сдвига  $\dot{H} = 0,1; 0,3; 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Для этого скорость исполнительного органа испытательной машины задавали не постоянной, а определенным образом меняли в процессе деформирования. Результаты каждого из испытаний усредняли по данным замеров трех образцов.

## 1. Растяжение цилиндрических образцов

Цилиндрические образцы с гладкой боковой поверхностью имели размеры рабочей части: диаметр  $D_0 = 5 \pm 0,05$  мм, длина  $L_0 = 25 \pm 0,5$  мм. Диаметр образцов с кольцевой выточкой в минимальном сечении выточки  $D_0 = 5 \pm 0,05$  мм, радиус кольцевой выточки в продольном сечении  $R_0 = 5 \pm 0,05$  мм. Интенсивность скорости деформации сдвига  $H$  и степень деформации сдвига в минимальном сечении с текущим диаметром  $D$  определяли по формулам

$$H = 2\sqrt{3} \frac{dD}{dt} \frac{1}{D}, \quad (3)$$

$$\Lambda = 2\sqrt{3} \ln \frac{D_0}{D}. \quad (4)$$

Так как в настоящее время неизвестны аналитические зависимости, связывающие изменение диаметра в минимальном сечении образца  $\Delta D$  и длины рабочей части образца  $\Delta L$  на стадии развития локализованной деформации, то эту зависимость определяли экспериментально по результатам замера 3–5 контрольных образцов, растянутых с разной степенью деформации. Размеры контрольных образцов после испытаний, в том числе радиуса шейки образцов в продольном направлении  $R$ , измеряли с помощью инструментального микроскопа. Используя установленную зависимость и формулу (3), определяли закон изменения скорости перемещения активного захвата  $V(t)$ , которое должно обеспечить постоянство скорости деформации  $H$  в момент времени  $t$ . При испытаниях это было реализовано с использованием программных средств управления испытательной машины.

Значение показателя  $k$  в процессе растяжения, в том числе и в момент разрушения, рассчитывали по формуле [39]

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}} \left( 1 + \frac{3D}{4R} \right). \quad (5)$$

При проведенных испытаниях гладких цилиндрических образцов (рис. 1, *а*) показатель  $k$  изменялся в интервале 0,58–0,90, а при испытаниях цилиндрических образцов с кольцевой выточкой (рис. 1, *б*) – в интервале 0,91–1,04. Показатель  $\mu_{\sigma} = -1$  [40].

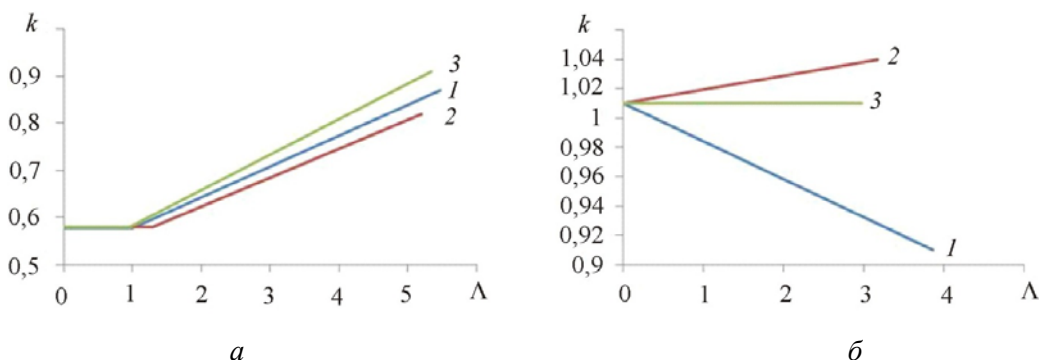


Рис. 1. Изменение показателя напряженного состояния  $k$  при растяжении гладких образцов (*а*) и образцов с кольцевыми выточками  $\frac{D_0}{R_0} = 1$  (*б*) в процессе испытаний при скорости деформации

$H$ : 1 – 0,1; 2 – 0,3; 3 – 0,5  $\text{c}^{-1}$

В табл. 1 приведены значения степени деформации сдвига  $\Lambda$  в местах разрушения образцов при испытаниях и среднеинтегральные значения показателя  $\bar{k}$  в процессе деформирования. Видно, что значения степени деформации сдвига в момент разрушения  $\Lambda$  практически не зависят от скорости деформации сдвига.

Таблица 1

Результаты испытаний цилиндрических образцов

Вид испытания	$\Lambda$	Среднеинтегральные значения $\bar{k}$	$\mu_\sigma$	$H, c^{-1}$
Растяжение гладких цилиндрических образцов	5,47	0,70	-1	0,1
	5,19	0,67		0,3
	5,34	0,72		0,5
Растяжение цилиндрических образцов с кольцевой выточкой, $\frac{D_0}{R_0} = 1$	3,87	0,96		0,1
	3,17	1,025		0,3
	2,98	1,01		0,5

Связь между сопротивлением деформации  $\sigma_s$  и степенью деформации сдвига определяли по результатам растяжения гладких цилиндрических образцов. Степень деформации сдвига рассчитывали по формуле (4). Сопротивление деформации определяли с учетом поправки Н.Н. Давиденкова–Спиридоновой на трехосность напряженного состояния в области локализации пластической деформации [40]:

$$\sigma_s = \frac{4F}{\pi D^2 \left(1 + \frac{1}{8} \frac{D}{R}\right)}, \quad (6)$$

где  $F$  – усилие растяжения.

В результате были получены зависимости сопротивления деформации  $\sigma_s$  от степени деформации сдвига  $\Lambda$  при постоянных скоростях деформаций сдвига  $H = 0,1; 0,3$  и  $0,5 c^{-1}$  (рис. 2).

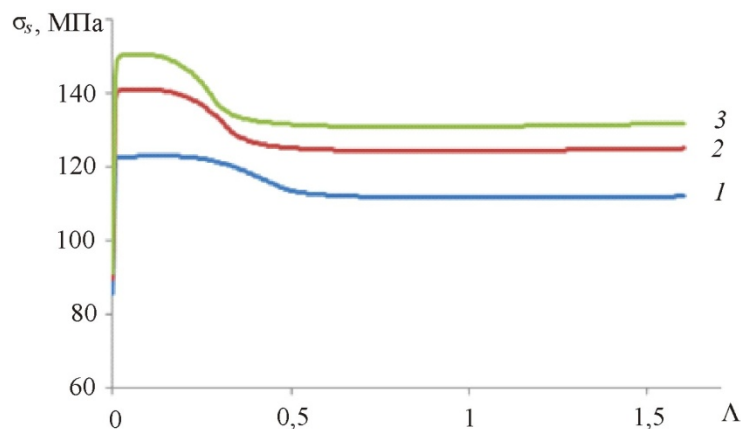


Рис. 2. Зависимость сопротивления деформации  $\sigma_s$  от степени деформации сдвига  $\Lambda$  при скорости деформации сдвига  $H$ :  
 1 – 0,1; 2 – 0,3; 3 – 0,5  $c^{-1}$

## 2. Испытания образцов типа «колокольчик»

Для исследований предельной пластичности металла при сдвиге ( $\mu_{\sigma} = 0$ ), кроме испытаний на кручение, используют плоские образцы типа «бабочка» [41], позволяющие производить испытания в широком диапазоне изменения показателя напряженного состояния при постоянном показателе  $\mu_{\sigma} = 0$ . Однако для испытаний таких образцов необходимо использовать специальную испытательную машину с двумя независимыми исполнительными органами. В связи с этим была разработана конструкция образцов типа «колокольчик» (рис. 3, а), испытания которых могут быть реализованы на серийных универсальных испытательных машинах и позволяют в широком диапазоне варьировать значения показателя  $k$  при неизменном  $\mu_{\sigma} = 0$ . Фотографии образцов после испытаний приведены на рис. 3, б, в. При испытаниях образцов на растяжение в месте разрушения преобладают растягивающие напряжения, в испытаниях на сжатие – сжимающие. Напряженно-деформированное состояние в процессе испытаний образцов определяли по результатам математического моделирования испытаний методом конечных элементов в программе ANSYS. Для деформируемого материала образца принимали упруговязкопластическую модель изотропного деформационного упрочнения. Так как в библиотеке моделей сред ANSYS отсутствует возможность задания кривых упрочнения в виде, полученном в результате экспериментов (см. рис. 2), то зависимости  $\sigma_s(\Lambda)$  задавали, используя программную опцию USERMAT.

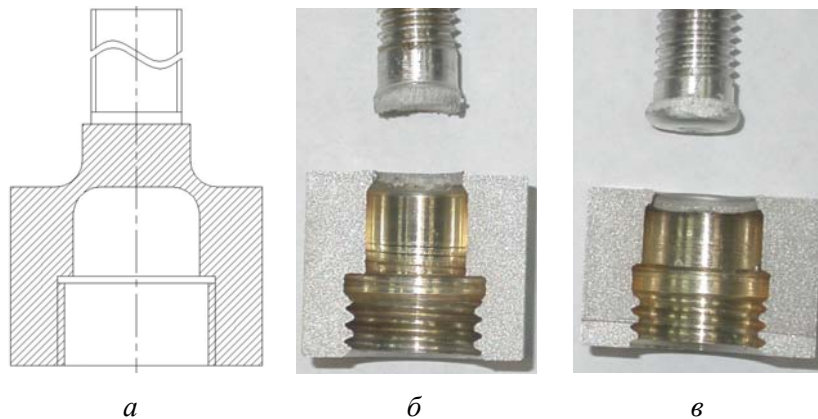


Рис. 3. Образец типа «колокольчик»: а – продольное сечение в исходном состоянии (эскиз); б – разрез образца после испытаний на растяжение; в – сжатие

Расчеты были выполнены в предположении осесимметричного деформированного состояния в очаге деформации, поэтому моделировали только 1/2 сечения образца. Для расчетов использовали конечные элементы Plane 82. Модель состояла из 1219 элементов, граничные условия задавали в скоростях перемещений (рис. 4). Достаточность измельчения сетки конечных элементов в области разрушения образцов, которое осуществляли с использованием программной опции «refine», оценивали по изменению максимального значения эквивалентной деформации. Необходимое измельчение сетки считалось достигнутым, когда при очередном исполнении опции «refine» увеличение значения эквивалентной деформации было меньше чем на 1 % по сравнению с предыдущим значением. Аналогичным образом производили улучшение сетки конечных элементов и при моделировании других испытаний.



На рис. 5 в качестве примера приведены результаты расчета распределения эквивалентных пластических деформаций  $\varepsilon$  по сечению образца при испытаниях на растяжение и сжатие, соответствующие моменту разрушения, установленному в эксперименте. Точное место начала разрушения в данном виде испытаний определить затруднительно, поэтому характеристики напряженно-деформированного состояния усреднялись по линии локализации деформации, выделенной на рис. 5. В табл. 2 приведены значения усредненной степени деформации сдвига  $\Lambda^*$  в месте разрушения и среднеинтегральные за процесс деформирования значения усредненного по линии локализации деформации показателя  $\bar{k}^*$ . Видно, что значения степени деформации сдвига в месте разрушения  $\Lambda^*$  практически не зависят от скорости деформации сдвига.

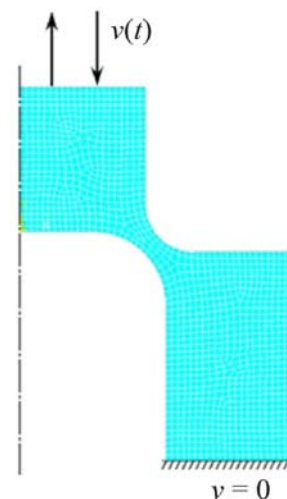


Рис. 4. Конечно-элементная сетка в осевом сечении образца типа «колокольчик»

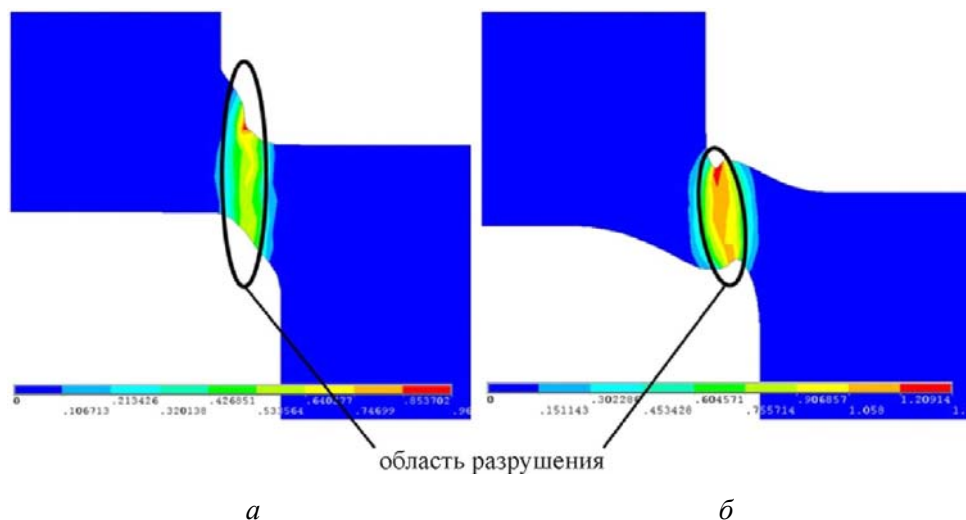


Рис. 5. Распределение эквивалентных пластических деформаций  $\varepsilon$  по сечению образца «колокольчик» к моменту разрушения при испытаниях на растяжение (а) и сжатие (б)

Таблица 2

Результаты испытаний образцов «колокольчик»

Вид испытания	$\Lambda^*$	Среднеинтегральные значения $\bar{k}^*$	$\mu_\sigma$	$H, c^{-1}$
Растяжение	1,50	0,97	0	0,1
	1,45	0,94		0,3
	1,46	0,93		0,5
Сжатие	3,57	-0,68		0,1
	3,28	-0,63		0,3
	3,10	-0,62		0,5



На рис. 6 представлены графики изменения значений  $k^*$  от  $\Lambda^*$  при испытаниях, усредненные по области будущего разрушения образца для интенсивности скорости деформации сдвига  $H = 0,1; 0,3; 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Видно, что при испытаниях на растяжение показатель напряженного состояния изменяется в интервале  $0,56 < k^* < 1,24$ , а при испытаниях на сжатие – в интервале  $-1,2 < k^* < 0,29$ . Показатель  $\mu_\sigma = 0$  на протяжении всего процесса деформирования. Адекватность полученных при моделировании результатов оценивали путем сравнения усилия деформирования, полученного при моделировании, с экспериментальными данными. Отклонение расчетных и экспериментальных данных не превышало 12 %.

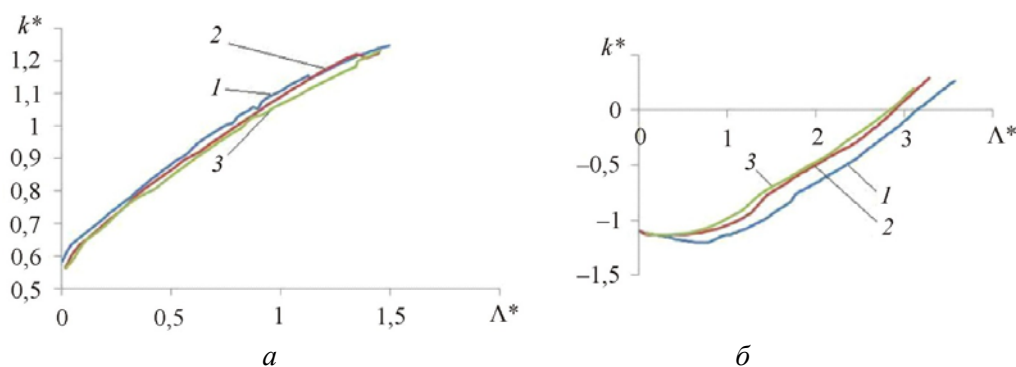


Рис. 6. Изменение усредненного показателя напряженного состояния  $k^*$  при испытаниях образцов «колокольчик»: *a* – испытания на растяжение; *б* – испытания на сжатие: 1 –  $H = 0,1 \text{ с}^{-1}$ ; 2 –  $H = 0,3 \text{ с}^{-1}$ ; 3 –  $H = 0,5 \text{ с}^{-1}$

### 3. Выдавливание доньшка толстостенного стаканчика

Для осуществления испытаний, при которых реализуется напряженное состояние с показателем  $\mu_\sigma = +1$  вместо выдавливания тонкой круглой мембраны сферическим пуансоном [29], было предложено проводить испытания образцов в виде толстостенных стаканчиков с утонением на доньшке, предназначенным для локализации деформации в центральной области доньшка. Конструкция образцов и оснастка для их испытаний приведены на рис. 7, *a* и 8.

Перед началом испытаний образец 1 устанавливается на опору 2 (см. рис. 8), сверху образец зажимается крышкой 3. Деформирующее усилие на шарик передается через пуансон 7, установленный в захвате испытательной машины. В качестве деформирующего инструмента использован подшипниковый шарик 6 диаметром 9,5 мм. Для снижения трения в полость, образованную утонением, помещается смазка в виде порошкообразного графита.

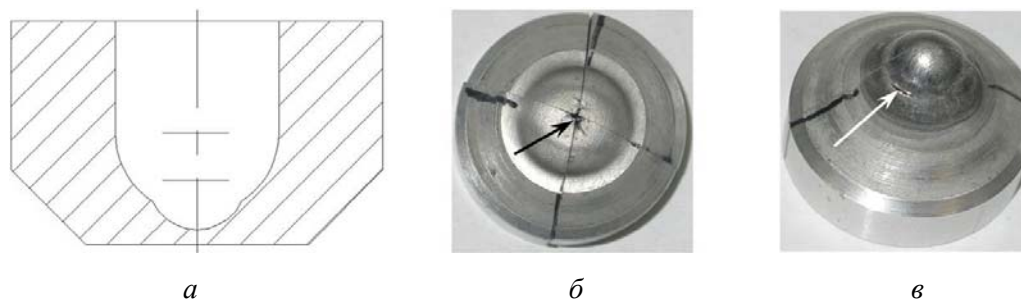


Рис. 7. Образец в виде толстостенного стаканчика с утонением на доньшке: *a* – продольное сечение в исходном состоянии (эскиз); фото образцов после испытаний без подпора доньшка (*б*) и с подпором (*в*). Стрелками указаны места первоначального разрушения

В случаях когда необходимо проводить испытания в условиях преобладающих сжимающих напряжений, выдавливание мембран проводится с подпором. Для этого под мембраной устанавливается подпор 4, который деформируется в процессе испытания, создавая в доньшке напряжения сжатия. Снизу подпор поджимается винтом 5. Подпор может иметь форму сплошного цилиндра или стаканчика. Материал, из которого изготавливается подпор, и его размеры целесообразно выбирать на основании результатов моделирования процесса испытания. Чем толще стенки подпора и прочнее материал, из которого он изготовлен, тем меньшего значения  $k$  можно достигнуть при испытаниях. В описываемых экспериментах подпор был изготовлен из того же материала, что и испытываемые образцы.

Фотографии образцов после испытаний приведены на рис. 7, б, в. Образование трещины в мембране из пластичного металла в процессе испытания не сопровождается какими-либо регистрируемыми эффектами (скачок усилия или перемещения, звуковой эффект и др.). Поэтому момент разрушения устанавливали по результатам измерения толщины доньшка образца около трещины, имея основания предполагать, что после возникновения начальной трещины при дальнейшем перемещении пуансона происходит дальнейшее распространение трещины, а не утонение доньшка в месте первоначального разрыва.

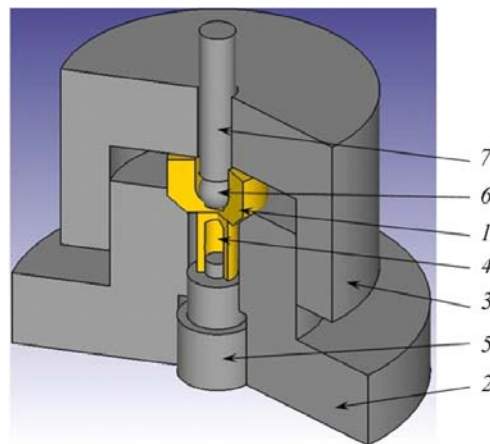


Рис. 8 Схема оснастки при испытаниях толстостенного стаканчика с утонением доньшка

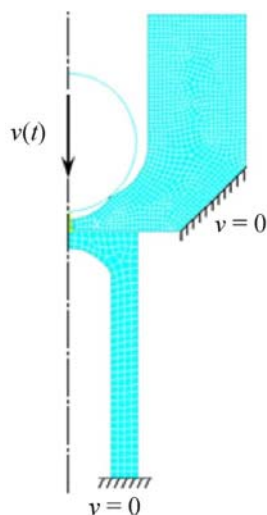


Рис. 9. Конечно-элементная сетка в осевом сечении образца в виде толстостенного стаканчика с подпором

Напряженно-деформированное состояние в процессе испытания изучали по результатам конечно-элементного моделирования в программе ANSYS. Деформирующий инструмент (шарик) в модели принимался как абсолютно жесткое тело. Для материала образца и подпора принимали изотропную вязкоупруго-пластическую модель с изотропным деформационным упрочнением. Расчеты были выполнены в предположении осесимметричного деформированного состояния в очаге деформации, поэтому моделировали 1/2 сечения образца и подпорки. Для расчетов использовали конечные элементы Plane 82. Модель состоит из 1390 элементов, граничные условия задавали в скоростях перемещений (рис. 9). Трение между деформирующим инструментом и металлом рассчитывали с использованием закона трения Зибеля. В соответствии с рекомендациями [42] коэффициент трения принимали равным 0,3, как для условий горячей деформации.

На рис. 10 приведено распределение эквивалентных пластических деформаций  $\epsilon$  по сечению образца к моменту разрушения. При испытаниях с подпором разрушение образцов происходило не в центре доньшка, а на некотором расстоянии от него

(см. рис. 7, в.). Такие же выводы можно сделать и на основании результатов моделирования, представленных на рис. 10. Графики изменения величин  $k$  и  $\Lambda$  в местах будущего разрушения для различных интенсивностей скоростей деформации сдвига  $\dot{N}$  приведены на рис. 11. Как видно из графиков, напряженное состояние при испытаниях без подпора является достаточно жестким (показатель  $k > 1$ ), что связано с возникновением интенсивных растягивающих напряжений в окружном и радиальном направлениях. В табл. 3 приведены величины степени деформации сдвига  $\Lambda$  в месте разрушения и среднеинтегральные на протяжении процесса значения  $\bar{k}$ ,  $\bar{\mu}_\sigma$  и  $\bar{N}$ . Из табл. 3 видно, что значения  $\Lambda$  практически не зависят от скорости деформации сдвига.

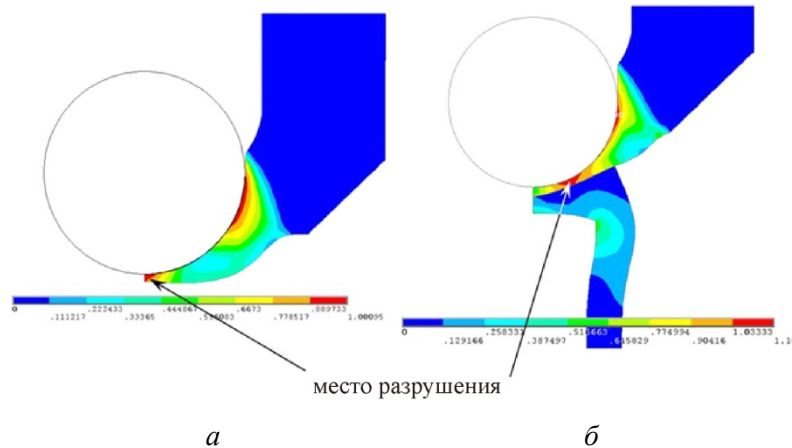


Рис. 10. Распределение эквивалентных пластических деформаций  $\varepsilon$  по сечению образца в виде толстостенного стаканчика с утонением доньшка к моменту разрушения: *а* – без подпора; *б* – с подпором

По результатам моделирования было установлено, что при выдавливании без подпора в месте разрушения величина  $\mu_\sigma = +1$  практически не изменяется на протяжении всего процесса деформирования. При выдавливании с подпором среднеинтегральная в процессе испытаний величина  $\bar{\mu}_\sigma = 0,72$ . Адекватность полученных при моделировании результатов оценивали путем сравнения усилия деформирования, полученного при моделировании, с экспериментальными данными. Отклонение расчетных и экспериментальных данных не превышает 7 %.

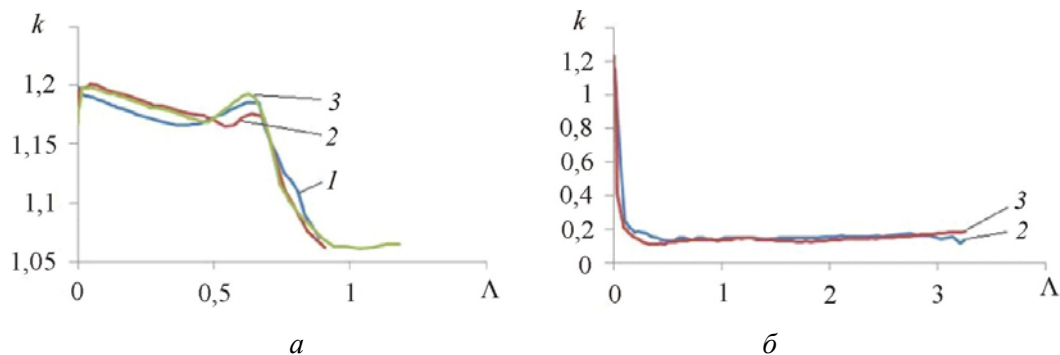


Рис. 11. Изменение показателя напряженного состояния  $k$  при испытаниях образцов в виде толстостенного стаканчика с утонением доньшка: *а* – без подпора; *б* – с подпором

Результаты испытаний образцов в виде толстостенного стаканчика с утонением доньшка

Вид испытания	$\Lambda$	Среднеинтегральные		
		$\bar{k}$	$\bar{\mu}_\sigma$	$\bar{N}, \text{с}^{-1}$
Выдавливание без подпора	0,889	1,161	1	0,027
	0,908	1,162		0,088
	1,181	1,142		0,297
Выдавливание с подпором	3,25	0,17	0,72	0,13
	3,26	0,15		0,38

#### 4. Идентификация диаграммы пластичности

Из данных, приведенных в табл. 1–3, следует, что степень деформации сдвига в месте разрушения образцов из сплава 01570 практически не зависит от величины интенсивности скорости деформации сдвига в исследованном интервале  $N = 0,02 \dots 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Поэтому функция, определяющая диаграмму предельной пластичности, при фиксированной температуре испытаний  $360 \text{ }^\circ\text{C}$  будет зависеть только от показателей  $k$ ,  $\mu_\sigma$  и может быть аппроксимирована формулой [40]

$$\Lambda_P(k, \mu_\sigma) = a_0(k) + a_1(k) \cdot \mu_\sigma + a_2(k) \cdot \mu_\sigma^2, \quad (7)$$

где  $a_0(k)$ ,  $a_1(k)$ ,  $a_2(k)$  – неизвестные функции от показателя напряженного состояния  $k$ , которые зависят от свойств материала. При фиксированном значении  $\mu_\sigma$  диаграмму предельной пластичности, как правило, описывают экспоненциальной зависимостью [40, 43]:

$$\Lambda_P = \alpha \cdot \exp(\beta \cdot k), \quad (8)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – эмпирические коэффициенты.

Обозначим  $\alpha_{(-1)}$ ,  $\alpha_{(0)}$ ,  $\alpha_{(+1)}$  и  $\beta_{(-1)}$ ,  $\beta_{(0)}$ ,  $\beta_{(+1)}$  значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  при  $\mu_\sigma = -1$ ,  $\mu_\sigma = 0$ ,  $\mu_\sigma = +1$  соответственно. Тогда можно записать

$$\Lambda_P(k, -1) = \alpha_{(-1)} \cdot \exp(\beta_{(-1)} \cdot k), \quad (9)$$

$$\Lambda_P(k, 0) = \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k), \quad (10)$$

$$\Lambda_P(k, +1) = \alpha_{(+1)} \cdot \exp(\beta_{(+1)} \cdot k). \quad (11)$$

Подставив правые части уравнений (9)–(11) и соответствующие значения  $\mu_\sigma$  в уравнение (7), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \alpha_{(-1)} \cdot \exp(\beta_{(-1)} \cdot k) &= a_0(k) - a_1(k) + a_2(k), \\ \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k) &= a_0(k), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\alpha_{(+1)} \cdot \exp(\beta_{(+1)} \cdot k) = a_0(k) + a_1(k) + a_2(k).$$

Решая систему уравнений (12), выразим  $a_0(k)$ ,  $a_1(k)$  и  $a_2(k)$  через  $\alpha_{(-1)}$ ,  $\alpha_{(0)}$ ,  $\alpha_{(+1)}$ ,  $\beta_{(-1)}$ ,  $\beta_{(0)}$ ,  $\beta_{(+1)}$ , получим

$$\begin{aligned} a_0(k) &= \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k), \\ a_1(k) &= \alpha_{(+1)} \cdot \exp(\beta_{(+1)} \cdot k) / 2 - \alpha_{(-1)} \cdot \exp(\beta_{(-1)} \cdot k) / 2, \end{aligned} \quad (13)$$

$$a_2(k) = \alpha_{(+1)} \cdot \exp(\beta_{(+1)} \cdot k) / 2 + \alpha_{(-1)} \cdot \exp(\beta_{(-1)} \cdot k) / 2 - \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k).$$

Подставив формулы (13) в уравнение (7), окончательно получим

$$\begin{aligned} \Lambda_P &= \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k) + \left( \alpha_{(+1)} \cdot \frac{\exp(\beta_{(+1)} \cdot k)}{2} - \alpha_{(-1)} \cdot \frac{\exp(\beta_{(-1)} \cdot k)}{2} \right) \cdot \mu_\sigma + \\ &+ \left( \alpha_{(+1)} \cdot \frac{\exp(\beta_{(+1)} \cdot k)}{2} + \alpha_{(-1)} \cdot \frac{\exp(\beta_{(-1)} \cdot k)}{2} - \alpha_{(0)} \cdot \exp(\beta_{(0)} \cdot k) \right) \cdot \mu_\sigma^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Для определения неизвестных коэффициентов в формуле (14) в качестве целевой функции использовали критерий разрушения для линейной модели накопления поврежденности [11]:

$$\omega = \int_0^{\Lambda_1} \frac{d\Lambda_P}{\Lambda_P(k, \mu_\sigma)} = 1, \quad (15)$$

где  $\Lambda_1$  – степень деформации сдвига в момент разрушения, а функция  $\Lambda_P(k, \mu_\sigma)$  аппроксимирована формулой (14).

Из табл. 1 и 2 видно, что при растяжении цилиндрических образцов и образцов типа «колокольчик» значения показателя  $\mu_\sigma$  не изменяются в процессе испытаний и равны –1 и 0 соответственно, поэтому при известной истории изменения  $k(\Lambda)$  и  $k^*(\Lambda^*)$  (см. рис. 1 и 6) и экспериментальных значениях  $\Lambda$  и  $\Lambda^*$  коэффициенты  $\alpha_{(-1)} = 15,5$ ;  $\alpha_{(0)} = 2,39$ ;  $\beta_{(-1)} = -1,53$ ;  $\beta_{(0)} = -0,51$  были определены путем минимизации функционала квадратичных отклонений от выполнения критерия (15) отдельно для каждого из видов испытаний:

$$\sum_{i=1}^N (1 - \omega_j)^2 \rightarrow \min, \quad (16)$$

где  $j = 1 \dots N$  – номер испытанного образца.

Варьирование неизвестных коэффициентов в формуле (14) и входящих соответственно в (15) осуществлялось методом Хука–Дживса [44]. Так как в результате поиска можно попасть в локальный минимум функционала квадратичных отклонений (16), была выбрана не одна начальная точка поиска, а некоторое их множество. Для каждой начальной точки поиска выполнялась процедура метода Хука–Дживса.

В результате проведенных вычислений в уравнении (14) осталось два неизвестных коэффициента  $\alpha_{(+1)}$  и  $\beta_{(+1)}$ , которые определяли, используя аналогичную приведенной выше процедуру минимизации функционала (16), конкретизированного для результатов испытаний толстостенных стаканчиков с утонением доньшка (рис. 11).

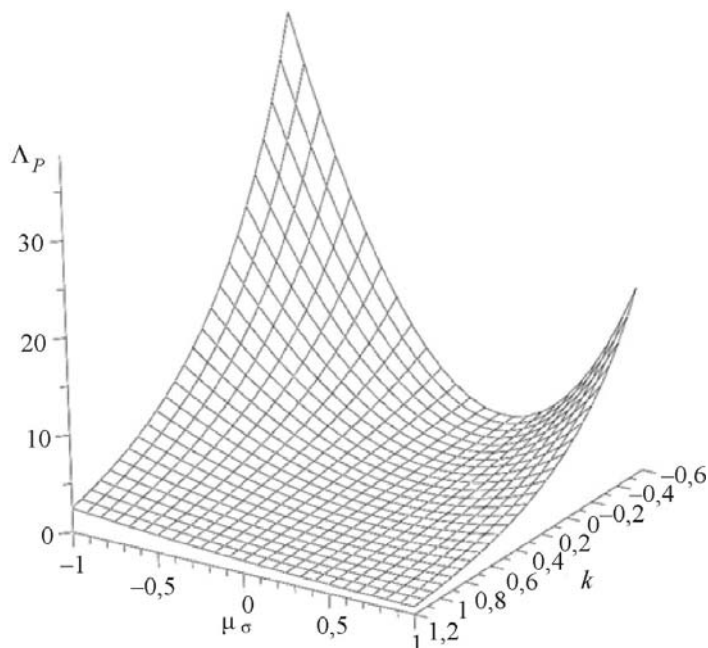


Рис. 12 Диаграмма пластичности сплава 01570

В итоге было получены значения  $\alpha_{(+1)} = 6,60$  и  $\beta_{(+1)} = -1,74$ . На рис. 12 изображена диаграмма предельной пластичности сплава 01570, построенная на основании формулы (14) с установленными эмпирическими коэффициентами. Диаграмма позволяет оценивать предельную пластичность сплава в интервалах изменения показателей  $\mu_\sigma = -1 \dots +1$  и  $k = -0,6 \dots +1,2$ , а также может быть использована при прогнозировании разрушения с помощью моделей поврежденности в процессах пластического формоизменения.

## Заключение

1. Предложен комплекс испытаний, который может быть использован для исследования раздельного влияния показателя напряженного состояния  $k$  и показателя Лоде  $\mu_\sigma$  на предельную пластичность металлических материалов при повышенных температурах. Предлагаемый комплекс механических испытаний помимо традиционных испытаний на растяжение гладких цилиндрических образцов и образцов с кольцевой выточкой включает новые специально разработанные испытания образцов типа «колокольчик» и образцов в виде толстостенного стаканчика.

2. Отработка методики проведения испытаний и ее апробация были осуществлены на образцах из алюминиевого сплава 01570. Исследования выполняли при температуре 360 °С на сервогидравлической испытательной машине INSTRON 8801, снабженной навесной печью.

3. Выполнено математическое моделирование предложенных новых видов испытаний с целью определения параметров напряженно-деформированного состояния. Адекватность результатов моделирования определялась путем сравнения экспериментального усилия деформирования с результатами модельных расчетов.

4. Установлено отсутствие влияния скорости деформации на предельную пластичность исследованного сплава в диапазоне интенсивностей скорости деформации сдвига  $0,1 < \dot{\epsilon} < 0,5 \text{ с}^{-1}$ . Влияние скорости деформации на предельную пластичность принципиально не изменяет используемый методический подход, а только увеличивает количество экспериментов.

5. По результатам предложенного комплекса испытаний получена диаграмма предельной пластичности сплава 01570, которая при использовании моделей механики поврежденности может быть использована для прогнозирования разрушения исследованного сплава в процессах пластического формоизменения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-19-01358) в части разработки и обоснования новых методик исследования влияния напряженного состояния на деформируемость металлических материалов при высоких температурах. Испытания проведены на оборудовании Центра коллективного пользования «Пластометрия» ИМАШ УрО РАН.

## Библиографический список

1. Bridgman P.W. The Physics of High Pressure. – London: G Bell and Sons, 1931. – 398 p.
2. Bridgman P.W. Studies in Large Plastic Flow and Fracture // With Special Emphasis on the Effects of Hydrostatic Pressure. – New York: McGraw-Hill, 1952. – 362 p.
3. Some problems of large plastic deformation of metals at high pressure / V.I. Beresnev [et al.]. – New York: Pergamon press, 1963. – 79 p.
4. Колмогоров В.Л., Шишминцев В.Ф. Зависимость пластичности стали от гидростатического давления // Физика металлов и металловедение. – 1966. – Т. 21, № 6. – С. 910–914.
5. Бабичков В.А. Об экспериментальных и теоретических основаниях механической теории прочности // Труды МИИТ. – М.: Трансжелдориздат, 1951. – С. 15–19.
6. Смирнов-Аляев Г.А., Розенберг В.М. Теория пластических деформаций металлов: механика конечного формоизменения. – М.; Л.: Машгиз. Ленингр. отд-ние, 1956. – 367 с.
7. McClintock F.A. A criterion of ductile fracture by the growth of holes // Journal of Applied Mechanics. – 1968. – Vol. 35. – P. 363–371. DOI: org/10.1115/1.3601204
8. Rice J.R., Tracey D.M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1969. – Vol. 17. – P. 201–217. DOI: org/10.1016/0022-5096(69)90033-7
9. Hancock J.W., Mackenzie A.C. On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 1976. – Vol. 24 (2–3). – P. 147–160. DOI: org/10.1016/0022-5096(76)90024-7
10. Колмогоров В.Л., Шишминцев В.Ф., Матвеев Г.А. Предельная деформируемость металлов при разрыве под гидростатическим давлением // Физика металлов и металловедение. – 1967. – Т. 23, № 1. – С. 168–169.
11. Пластичность и разрушение / В.Л. Колмогоров [и др.]. – М.: Металлургия, 1977. – 336 с.
12. Clausen, D.P., Effect of plastic strain state on ductility and toughness // International Journal of Fracture Mechanics. – 1970. – Vol. 6 (1). – P. 71–85. DOI: 10.1007/BF00183662



13. Лебедев А.А., Писаренко Г.С. Вопросы высокотемпературной прочности в машиностроении. – Киев: Изд-во АН УССР, 1963. – 76 с.
14. The investigation of hydrostatic pressure and stress state influence on the plasticity of metals / V.L. Kolmogorov [et al.] // High Temperatures – High Pressures. – 1976. – Vol. 8. – No. 6. – P. 675–676.
15. Vazhentsev Yu.G., Sedokov L.M. Strength and plasticity of some brittle materials under hydrostatic pressure // High Temperatures – High Pressures. – 1976. – Vol. 8. – No. 6. – P. 667–668.
16. Исследование пластичности металлов под гидростатическим давлением / А.А. Богатов [и др.] // Физика металлов и металловедение. – 1978. – Т. 45, № 5. – С. 1089–1094.
17. Xue L. Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading // International Journal of Solids and Structures. – 2007. – Vol. 44. – P. 5163–5181. DOI: org/10.1016/j.ijsolstr.2006.12.026
18. Bai Y., Wierzbicki T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence // International Journal of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – No. 6. – P. 1071–1096. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2007.09.004
19. Bai Y., Atkins T. Tension and shear cracking during indentation of ductile materials by opposed wedges. // Engineering Fracture Mechanics. – 2012. – Vol. 96. – P. 49–60. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2012.06.014
20. Xue L. Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – Vol. 75(11). – P. 3343–3366. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2007.07.022
21. Xue L. Stress based fracture envelope for damage plastic solids // Engineering Fracture Mechanics. – 2009. – Vol. 76. – P. 419–438. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2008.11.010
22. Mirone G., Corallo D. A local viewpoint for evaluating the influence of stress triaxiality and Lode angle on ductile failure and hardening // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol. 26. – P. 348–371. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2009.07.006
23. Khan A.S., Liu H. A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024–T351 alloy // International Journal of Plasticity. – 2012. – Vol. 35. – P. 1–12. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2012.01.003
24. Malcher L., Mamiya E.N. An improved damage evolution law based on continuum damage mechanics and its dependence on both stress triaxiality and the third invariant // International Journal of Plasticity. – 2014. – Vol. 56. – P. 232–261. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2014.01.002
25. Колмогоров В.Л. Напряжения, деформации, разрушение. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
26. Дель Г.Д. Технологическая механика. – М.: Машиностроение, 1978. – 178 с.
27. Паршин В.А., Зудов Е.Г., Колмогоров В.Л. Деформируемость и качество. – М.: Металлургия, 1979. – 192 с.
28. Огородников В.А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. – Київ: Вища школа, 1983. – 176 с.
29. Богатов А.А., Мижирицкий О.И., Смирнов С.В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. – М.: Металлургия, 1984. – 144 с.
30. Смирнов С.В., Вичужанин Д.И., Нестеренко А.В. Методика параметрической идентификации диаграммы пластичности при монотонной деформации // Вестник Южн.-Урал. гос. ун-та. Серия: Металлургия. – 2011. – № 36(253). – С. 70–75.
31. Lewandowski J.J., Lowhaphandu P. Effects of hydrostatic pressure on mechanical behaviour and deformation processing of materials // International Materials Reviews. – 1998. – Vol. 43. – P. 145–187.
32. Nishihara, M., Miura, S., Hirano, T. Mechanical behavior of molybdenum and tantalum under high pressures at elevated temperatures // High Temperatures – High Pressures. – 1972. – Vol. 4. – P. 281–291.
33. Vatamanu L.O., Lewandowski J.J. Pressure and temperature effects on tensile strength and plasticity of metallic glasses // Mechanics of Materials. – 2013. – Vol. 67. – P. 86–93. DOI: org/10.1016/j.mechmat.2012.11.011

34. An installation for material plasticity investigation under complex stress-strain state condition / S.V. Smirnov [et al.] // Proc. of Int. Conf. МЕСАМАТ-92. – Paris, 1992. – P. 716–727.
35. Методики определения технологических свойств металла и его отдельных составляющих в условиях сложного нагружения / С.В. Смирнов [и др.] // Известия вузов. Цветная металлургия. – 1995. – № 2. – С. 42–49.
36. Сравнительное исследование пластичности прутков из вольфрамового сплава ВА после ротационнойковки и прокатки / С.В. Смирнов [и др.] // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка металлов давлением. – 1994. – № 8. – С. 2–4.
37. Деформационные свойства тяжелых спеченных сплавов на основе вольфрама / С.В. Смирнов [и др.] // Металлы. – 2007. – № 6. – С. 73–82.
38. Смирнов С.В., Нестеренко А.В., Швейкин В.П. Деформируемость молибдена при изготовлении тонкостенных труб // Металлы. – 2008. – № 5. – С. 80–89.
39. Davidenkov N.N., Spiridonova N.I. Mechanical methods of testing. Analysis of the state of stress in the neck of a tension test specimen // Proc. ASTM. – 1946. – Vol. 46. – P. 1147–1158.
40. Смирнов С.В., Швейкин В.П. Пластичность и деформируемость углеродистых сталей при обработке давлением. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2009. – 255 с.
41. Bao Y., Wierzbicki T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space // International Journal of Mechanical Sciences. – 2004. – Vol. 46 (1). – P. 81–98. DOI: org/10.1016/j.ijmecsci.2004.02.006
42. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А.Н. Леванов [и др.]. – М.: Металлургия, 1976. – 416 с.
43. Advanced Methods in Materials Processing Defects, by M. Predeleanu and P. Gilormini / S.V. Smirnov [et al.]. – Elsevier Science, 1997. – P. 71–80.
44. Hooke R., Jeeves T.A. Direct Search. Solution of Numerical and Statistical Problems // Journal of the ACM. – 1961. – Vol. 8. – P. 212–229. DOI: org/10.1145/321062.321069

## References

1. Bridgman P.W. The Physics of High Pressure. London: G Bell and Sons, 1931. 398 p.
2. Bridgman P.W. Studies in Large Plastic Flow and Fracture with Special Emphasis on the Effects of Hydrostatic Pressure. New York: McGraw-Hill, 1952. 362 p.
3. Beresnev B.I. [et al.] Some problems of large plastic deformation of metals at high pressure. New York: Pergamon press, 1963. 79 p.
4. Kolmogorov V.L., Shishmintsev V.F. Ductility of steel as a function of hydrostatic pressure. *Physics of Metals and Metallography*, 1966, vol. 21, no. 6, pp. 97-101.
5. Babichkov V.A. Ob eksperimental'nykh teoreticheskikh osnovaniyakh mekhanicheskoi teorii prochnosti [About experimental and theoretical foundation of mechanical theory of strength]. *Trudy MIIT*. Moscow: Transzheldorizdat, 1951, pp. 15-19.
6. Smirnov-Altiaev G.A., Rozenberg V.M. Teoriia plasticheskikh deformatsii metallov: mekhanika konechnogo formoizmeneniia [The theory of metal deformation: the final forming mechanics]. Moscow; Leningrad: Mashgiz., 1956. 367 p.
7. McClintock F.A. A criterion of ductile fracture by the growth of holes. *Journal of Applied Mechanics*, 1968, vol. 35, pp. 363-371. DOI: org/10.1115/1.3601204
8. Rice J.R., Tracey D.M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1969, vol. 17, pp. 201-217. DOI: org/10.1016/0022-5096(69)90033-7
9. Hancock J.W., Mackenzie A.C. On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1976, vol. 24 (2–3), pp. 147-160. DOI: org/10.1016/0022-5096(76)90024-7

10. Kolmogorov V.L., Shishmintsev V.F., Matveev G.A. Ultimate deformability of metals tensile tested to failure under hydrostatic pressure. *Physics of Metals and Metallography*, 1967, vol. 23, no. 1, pp. 170-171.
11. Kolmogorov V.L. [et al.]. *Plastichnost' i razrushenie* [Plasticity and destruction]. Moscow: Metallurgiiia, 1977. 336 p.
12. Clausing D.P., Effect of plastic strain state on ductility and toughness. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1970, vol. 6 (1), pp. 71-85. DOI: 10.1007/BF00183662
13. Lebedev A.A., Pisarenko G.S. *Voprosy vysokotemperaturnoi prochnosti v mashinostroenii* [Problems of high temperature plasticity in mechanical engineering]. Kiev: Akademiia nauk USSR, 1963. 76 p.
14. Kolmogorov V.L. [et al.] The investigation of hydrostatic pressure and stress state influence on the plasticity of metals. *High Temperatures – High Pressures*, 1976, vol. 8, no. 6, pp. 675-676.
15. Vazhentsev Yu.G., Sedokov L.M. Strength and plasticity of some brittle materials under hydrostatic pressure. *High Temperatures – High Pressures*, 1976, vol. 8, no. 6, pp. 667-668.
16. Bogatov A.A. [et al.] Study of Metal Plasticity under Hydrostatic-Pressure. *Fizika Metallov i Metallovedenie*, 1978, vol.45, no. 5, pp. 1089-1094.
17. Xue L. Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, pp. 5163-5181. DOI: org/10.1016/j.ijsolstr.2006.12.026
18. Bai Y., Wierzbicki T. A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence. *International Journal of Plasticity*, 2008, vol. 24, no. 6, pp. 1071-1096. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2007.09.004
19. Bai Y., Atkins T. Tension and shear cracking during indentation of ductile materials by opposed wedges. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, vol. 96, pp. 49-60. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2012.06.014
20. Xue L. Constitutive modeling of void shearing effect in ductile fracture of porous materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, vol. 75(11), pp. 3343-3366. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2007.07.022
21. Xue L. Stress based fracture envelope for damage plastic solids. *Engineering Fracture Mechanics*, 2009, vol. 76, pp. 419-438. DOI: org/10.1016/j.engfracmech.2008.11.010
22. Mirone G., Corallo D. A local viewpoint for evaluating the influence of stress triaxiality and Lode angle on ductile failure and hardening. *International Journal of Plasticity*, 2010, vol. 26, pp. 348-371. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2009.07.006
23. Khan A.S., Liu H. A new approach for ductile fracture prediction on Al 2024–T351 alloy. *International Journal of Plasticity*, 2012, vol. 35, pp. 1-12. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2012.01.003
24. Malcher L., Mamiya E.N. An improved damage evolution law based on continuum damage mechanics and its dependence on both stress triaxiality and the third invariant. *International Journal of Plasticity*, 2014, vol. 56, pp. 232-261. DOI: org/10.1016/j.ijplas.2014.01.002
25. Kolmogorov V.L. *Napriazheniia, deformatsii, razrushenie* [Stresses, strains, destruction]. Moscow: Metallurgiiia, 1970. 229 p.
26. Del' G.D. *Tekhnologicheskaia mekhanika* [Technological Mechanics]. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 178 p.
27. Parshin V.A., Zudov E.G., Kolmogorov V.L. *Deformiruemost' i kachestvo* [Deformability and quality]. Moscow: Metallurgiiia, 1979. 192 p.
28. Ogorodnikov V.A. *Otsenka deformiruемости металлов при обработке давлением* [Evaluation of metals deformability under metal forming]. Kiev: Vishcha shkola, 1983. 176 p.
29. Bogatov A.A., Mizhiritskii O.I., Smirnov S.V. *Resurs plastichnosti metallov pri obrabotke давлением* [Resource of metal plasticity under metal forming]. Moscow: Metallurgiiia, 1984. 144 p.
30. Smirnov S.V., Vichuzhanin D.I., Nesterenko A.V. *Metodika parametricheskoi identifikatsii diagrammy plastichnosti pri monotonnoi deformatsii* [Fracture locus calibration method for monotonic

deformation]. *Vestnik Iuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Metallurgii*, 2011, no. 36 (253), pp. 70-75.

31. Lewandowski J.J., Lowhaphandu P. Effects of hydrostatic pressure on mechanical behaviour and deformation processing of materials. *International Materials Reviews*, 1998, vol. 43, pp. 145-187.

32. Nishihara M., Miura S., Hirano T. Mechanical behavior of molybdenum and tantalum under high pressures at elevated temperatures. *High Temperatures – High Pressures*, 1972, vol. 4, pp. 281-291.

33. Vatamanu L.O., Lewandowski J.J. Pressure and temperature effects on tensile strength and plasticity of metallic glasses. *Mechanics of Materials*, 2013, vol. 67, pp. 86-93. DOI: org/10.1016/j.mechmat.2012.11.011

34. Smirnov S.V. [et al.] An installation for material plasticity investigation under complex stress-strain state condition. *Proc. of Int. Conf. MECAMAT-92*. Paris, 1992, pp. 716-727.

35. Smirnov S.V. [et al.]. Metodiki opredeleniia tekhnologicheskikh svoistv metalla i ego ot del'nykh so-stavliaiushchikh v usloviiakh slozhnogo nagruzheniia [Methods of determination of metal technological properties and its individual components under complicated load]. *Izvestiia vuzov. Tsvetnaia metallurgii*, 1995, no. 2, pp. 42-49.

36. Smirnov S.V. [et al.]. Sravnitel'noe issledovanie plastichnosti prutkov iz vol'framovogo splava VA posle rotatsionnoi kovki i prokatki [A comparative study of plasticity of bars made of tungsten alloy VA after rotational forging and rolling]. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka metallov davleniem*, 1994, no. 8, pp. 2-4.

37. Smirnov S.V. [et al.]. Deformation properties of sintered tungsten-based heavy alloys. *Russian metallurgy (Metally)*, 2007, vol. 6, pp. 506-513. DOI.org/10.1134/S0036029507060110

38. Smirnov S.V., Nesterenko A.V., Shveikin V.P. Deformiruemost' molibdena pri izgotovlenii tonkostennykh trub [The deformability of molybdenum in the manufacture of thin-walled tubes]. *Russian metallurgy (Metally)*, 2008, vol. 5, pp. 425-433. DOI.org/10.1134/S003602950805011X

39. Davidenkov N.N., Spiridonova N.I. Mechanical methods of testing. Analysis of the state of stress in the neck of a tension test specimen. *Proc. ASTM*, 1946, vol. 46, pp. 1147-1158.

40. Smirnov S.V., Shveikin V.P. Plastichnost' i deformiruemost' uglirodistykh stalei pri obrabotke davleniem [Plasticity and deformability of carbon steels under metal forming]. Ekaterinburg: Ural'skoe otdelenie Rossiiskoi akademii nauk, 2009. 255 p.

41. Bao Y., Wierzbicki T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2004, vol. 46 (1), pp. 81-98. DOI: org/10.1016/j.ijmecsci.2004.02.006

42. Levanov A.N. [et al.]. Kontaknoe trenie v protsessakh obrabotki metallov davleniem [Contact friction in the processes of metal forming]. Moscow: Metallurgii, 1976. 416 p.

43. Smirnov S.V., Domilovskaya T.V., Bogatov A.A. Definition of the form for kinetic equation of damage during the plastic deformation. *Advanced Methods in Materials Processing Defects*, ed. by M. Predeleanu and P. Gilormini. Elsevier Science, 1997, pp. 71-80.

44. Hooke R., Jeeves T.A. Direct Search. Solution of Numerical and Statistical Problems. *Journal of the ACM*, 1961, vol. 8, pp. 212-229. DOI: org/10.1145/321062.321069