

УДК 681.7.068.4

*А.Р. ДАВЫДОВ, М.Ю. ЧЕРЕНКОВА*  
*Пермский государственный технический университет*

## **СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ВЫТЯЖКИ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН**

Рассматриваются вопросы многомерного статистического анализа и контроля качества технологического процесса вытяжки кварцевых оптических волокон.

Одной из главных проблем промышленного производства является обеспечение стабильно высокого качества конечного продукта в типовом технологическом процессе. В данной работе анализируется один из этапов технологического процесса производства кварцевых оптических волокон – вытяжка волокна из заготовки. Очевидно, что оценка качества продукции должна быть получена в процессе самого производства, а не только по завершении его. Таким образом будет обеспечена управляемость процессом и, в конечном итоге, снижение потерь из-за брака.

Управление технологическим процессом вытяжки кварцевых оптических волокон понимается, в первую очередь, как система планирования, контроля и анализа наиболее критических параметров самого процесса с целью обеспечения нужного качества волокна. В работе предлагается подход, основанный на статистическом анализе изменений значений контролируемых параметров, с учетом их взаимосвязей, закономерностей и зависимостей. Определение многофакторной взаимосвязи между технологическими параметрами, характеристиками заготовок и показателями качества волокна позволит разработать математическую модель контроля и управления качеством технологического процесса вытяжки оптических волокон.

Одной из первых задач системы управления является обеспечение непрерывного или почти непрерывного мониторинга значений контролируемых показателей. Это необходимо не только для определения состояния процесса, но и для запуска системы обратной связи в схеме производственного процесса. Само по себе внедрение инструментов непрерывного контроля параметров процесса не позволяет устранить большинство проблем, связанных с обеспечением качества продукции. Датчики выдают огромные объемы данных, которые со-

держат нужную информацию в скрытом, неявном виде. Главная же проблема заключается в том, как по результатам сотен, тысяч измерений понять, что в данный момент происходит с процессом и какие решения необходимо принять за короткий промежуток времени.

Для решения этой проблемы предлагается использовать методы многомерного статистического анализа и контроля технологического процесса, которые являются развитием успешно применяемых методов статистического контроля процессов. Идеи статистического контроля достаточно просты. Определяются наиболее важные параметры производственного процесса, рассчитываются их допустимые значения. Текущие значения этих параметров отслеживаются и сопоставляются с допустимыми значениями. На основании результатов сравнения делаются выводы о необходимости вмешательства в процесс. Для анализа используются контрольные карты качества Шухарта, карты накопленных сумм, карты скользящих средних и т.д. [1]. Однако, такой подход к мониторингу и контролю качества процесса вытяжки оптических волокон недостаточно эффективен. Главное, что он предполагает контроль лишь отдельных параметров, вне их взаимосвязи. Это не позволяет учесть реальную многофакторность процесса и может привести к принятию неверных решений по регулированию или сохранению значений технологических параметров. Более того, в отсутствие адекватной математической модели, учитывающей взаимосвязь технологических параметров и показателей качества продукции, увеличение числа измерений приведет только к усугублению проблем.

Представляется, что данная модель может быть построена на основе методов многомерного статистического анализа и эконометрики в виде системы одновременных уравнений, в которых одни и те же переменные могут играть роль и результирующих и объясняющих показателей, в том числе и с учетом лаговых зависимостей. Разработка модели предоставит возможности для организации контроля всех необходимых параметров и эффективного управления ими. Здесь предлагается использовать два подхода. Первый основан на приведении данных мгновенных многомерных выборок к обобщенной статистике Хотеллинга:

$$T_t^2 = n \left( \bar{X}_t - \mu_0 \right)^T S^{-1} \left( \bar{X}_t - \mu_0 \right), \quad (1)$$

где  $S$  – выборочная оценка ковариационной матрицы,  $\bar{X}_t$  – вектор средних значений параметров в мгновенных выборках,  $t$  – момент времени,  $t = 1 \div m$ ,  $\mu_0$  – вектор целевых средних,  $n$  – объем выборки.

Основное допущение для применения этого критерия – нормальность распределения параметров – обеспечивается относительной стабильностью технологического процесса. Контрольные карты значений статистики Хотеллинга являются многомерным обобщением контрольных карт Шухарта. Расчет допустимых значений статистики  $T_{кр}^2$  осуществляется по методике, приведенной в работе [2]. Для оценки компонент ковариационной матрицы можно использовать специальную обучающую выборку, рассчитанную до начала контроля по отлаженному технологическому процессу. Целевые значения параметров  $\mu_0$  также могут быть заданы заранее, либо рассчитаны по образцовому процессу. В этом случае статистика Хотеллинга имеет известное распределение «хи-квадрат» и ее критическое значение может быть рассчитано по заданный уровень значимости  $\alpha$ , с учетом числа контролируемых параметров  $p$ :

$$T_{кр}^2 = \chi_{1-\alpha}^2(p). \quad (2)$$

Если же  $S$  оценивается по текущим выборкам, то граница критической области определяется по формуле:

$$T_{кр}^2 = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{1-\alpha}(p, mn-m-p+1), \quad (3)$$

где  $F_{1-\alpha}(k_1, k_2)$  – квантиль,  $F$  – распределения Фишера с числами степеней свободы  $k_1, k_2$ .

При нормально протекающем процессе для всех значений  $t$

$$T_t^2 < T_{кр}^2. \quad (4)$$

Если же неравенство (4) не выполняется, то следует выявить параметры, оказывающие критическое влияние на процесс. Для этого можно использовать частный критерий Хотеллинга:

$$T_j^2 = n[c_j^T (\bar{X}_{t_0} - \mu)]^2 / [c_j^T S c_j], \quad (5)$$

где  $c_j$  – вектор-столбец, состоящий из нулей во всех строках кроме  $j$ -й, где стоит 1,  $t_0$  – момент времени нарушения неравенства (4).

Если  $T_j^2 > T_{кр}^2$ , то именно параметр  $j$  оказывает критическое влияние на ход процесса, и следует принять меры к его регулированию. Может также оказаться, что по всем параметрам текущее значение частного критерия Хотеллинга меньше критического значения, тогда необходимо оценивать совместное влияние групп параметров. Это, безусловно, является значительным усложнением задачи. Наконец, также необходимо отслеживать наличие неслучайных структур в последовательности значений  $T_i^2$ .

Второй подход основан на преобразовании матрицы значений измеряемых показателей с помощью метода главных компонент [3]. Этот метод позволяет выделить скрытые латентные, но объективно существующие факторы – главные компоненты, которые комплексно описывают состояние технологического процесса:

$$F = \sum_{i=1}^p \alpha_i Z_i . \quad (6)$$

При этом измеряемые параметры стандартизованы

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma_x} . \quad (7)$$

Требуется найти такие значения коэффициентов  $\alpha_i$ , которые при заданных ограничениях формируют экстремальные значения  $F^2$

$$\sum_{i=1}^p \alpha_i^2 = 1 , \quad (8)$$

$$F^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \alpha_i \alpha_j (Z_i, Z_j) . \quad (9)$$

Задача решается методом множителей Лагранжа:

$$L = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \alpha_i \alpha_j (Z_i, Z_j) - \lambda (\sum_{i=1}^p \alpha_i^2 - 1) , \quad (10)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0, & i = 1 \div p, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Главные компоненты имеют разную степень информативности, поэтому их число при определенных условиях может быть мало. Важно и то, что эти синтезируемые показатели являются некоррелированными, а значит статистически независимыми. Исходя из состава параметров, которые формируют главные компоненты, можно придать содержательный смысл каждому значению  $F$ . Таким образом, по каждой главной компоненте можно вести контрольные карты качества. Расчет допустимых значений компонент проводится с учетом нормальности их распределения. Проблема интерпретации изменений главных компонент в случае выхода их значений за пределы допустимой области разрешается на основании их содержательного смысла с учетом рассчитанных матриц парных и частных корреляций компонент и измеряемых параметров.

В заключение приведем пример анализа зависимости параметров качества оптического волокна.

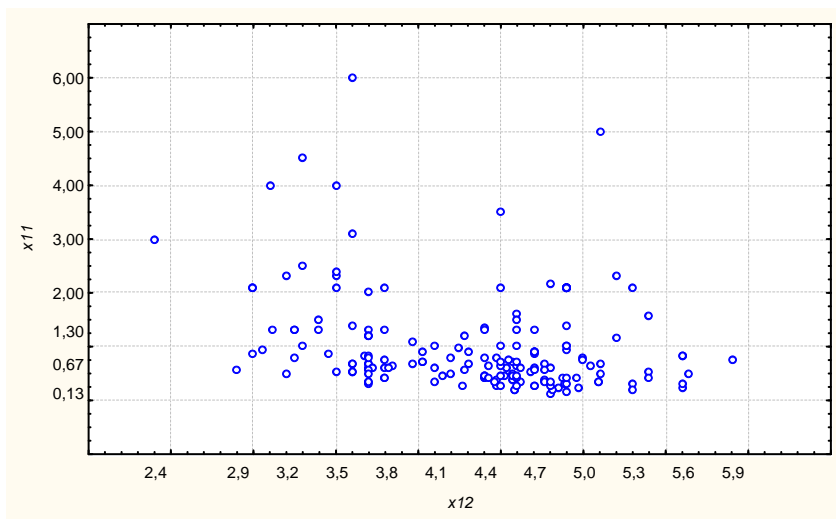


Рис.1. Контролируемые параметры качества готового изделия

Графическое представление зависимости (рис.1) указывает на слишком большое количество выбросов, что сигнализирует о нарушениях в процессе производства изделия и необходимости мониторинга

и управления параметрами непосредственно в технологическом процессе.

Ниже представлены контрольные карты количественных параметров технологического процесса.

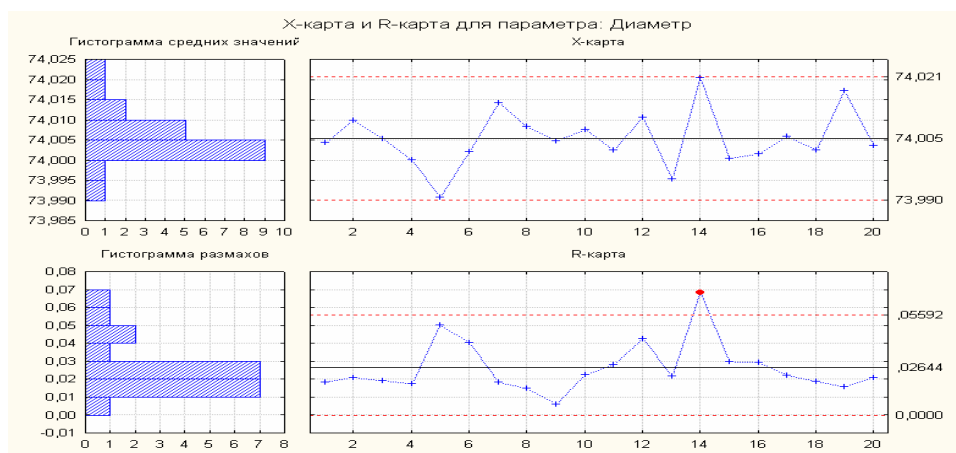


Рис.2. Контрольные карты средних значений и размахов мгновенных выборок

На карте средних (рис. 2) выбросов за контрольные границы нет, серий и трендов также нет. Можно отметить только, что среднее значение четырнадцатой выборки попало непосредственно на верхнюю контрольную границу. Вместе с тем, анализ соответствующей карты размахов свидетельствует о наличии неслучайной причины вариации измеряемого параметра. Величина размаха четырнадцатой выборки значительно превосходит контрольное значение. Изделие пока удовлетворяет стандарту, но последующий тренд на карте размахов сигнализирует о том, что технологический процесс становится статистически неуправляемым. Следует провести оперативный анализ технологического процесса и определить причины такого изменения контролируемого параметра. В данном случае можно сказать, что было принято целенаправленное управляющее воздействие для уменьшения размахов и недопущения выхода среднего значения за контрольный уровень.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 3 50779.40–96 (ИСО 7870–93) Статистические методы. Контрольные карты. Общее руководство и введение.
2. Ryan T.P. Statistical methods for quality improvement. – N.Y.: Wiley, 1989. – 420 p.

3. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики.– М.: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.