

А.А. РЫБАКОВ

Пермский государственный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЛЬТА-НЕЙТРАЛЬНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ХЕДЖИРОВАНИЯ

Предметом исследования являются изменения опционных коэффициентов и характеристик при операциях покупки и продажи деривативов на организованном биржевом рынке. Построена модель системы, обеспечивающей торговлю волатильностью. Оптимизированы параметры модели. Сформированы хедж-интервалы на основе параметров «дельта» и «историческая волатильность», а также выявлено поведение оптимального шага рехеджирования на этих интервалах. Даны практические рекомендации инвестору по изменению шага дельта-хеджирования при переходе из одного хедж-интервала в другой, решающие проблему управления риском и получения дохода в условиях как падающего, так и растущего рынка.

Современный российский рынок ценных бумаг находится на стадии интенсивного развития. Ежегодно растет ликвидность рынка, новые компании осуществляют размещение ценных бумаг, доля ВВП, распределяемая через рынок ценных бумаг, растет. При этом, наиболее широкий круг инвесторов действует на фондовом рынке, в силу молодости и неразвитости рынка производных финансовых инструментов. Однако во многих странах мира (США, Германия, Япония) объемы торгов на срочном рынке значительно превышают объемы фондового рынка. Возникновение такого дисбаланса было поэтапным. Исторически необходимость действовать в условиях неопределенности и привела к появлению срочных контрактов, определяющих условия сделки в будущем. Многие производные бумаги создавались именно с целью снижения риска потерь от будущего изменения цены. С развитием биржевой торговли появлялись новые инструменты, торговые обороты по ним росли, и со временем возникла новая функция – спекулятивная. Производные ценные бумаги начинают включаться в портфель не только для снижения рисков, но и с целью получения спекулятивного дохода. В XX в. на стыке финансов, математики и компьютерных технологий возникает новая наука – финансовый инжиниринг. Предметом науки, в частности, является создание новых финансовых инструментов, управление рисками и прибылью за счет создания торговых стратегий. Благодаря развитию этой науки, появились опционные стратегии торговли волатильностью.

Торговля волатильностью – не совсем корректное, скорее даже сленговое название стратегий, позволяющих извлекать прибыль из ценовых колебаний. Преимуществом является индифферентность по отношению к направлению изменения цены – важен сам факт изменения. Ключевым элементом появления прибыли/риск-менеджмента является ценовое колебание инструмента как таковое. Опционные стратегии могут основываться на восходящих, боковых и нисходящих ценовых трендах. Иными словами, существует масса возможностей сконструировать портфель ценных бумаг, обладающий сравнительно небольшим риском, приносящий доход и при росте, и при падении рынка. Очевидна большая привлекательность таких портфелей, по сравнению с «классическими», по ряду параметров. Преимущества опционных стратегий, а также объективно существующая неразвитость российского рынка деривативов обуславливают необходимость теоретических и экспериментальных работ в данном направлении. В этой связи исследование опционных стратегий в целом, и стратегии дельта-нейтральной покупки волатильности в частности, приобретает исключительную актуальность и практическую значимость.

Целью исследования является моделирование системы, обеспечивающей реализацию опционных стратегий, в частности стратегии дельта-нейтрального динамического хеджирования. Модель, в числе прочего, позволяет исследовать характеристики производных финансовых инструментов с научной точки зрения. Так, созданная модель используется автором для построения интервалов хеджирования, заданных значениями параметров «дельта» и «историческая волатильность», а также для характеристики поведения оптимального шага рехеджирования на этих интервалах. Таким образом, в результате исследования достигнуты практические рекомендации инвестору по изменению шага дельта-хеджирования при переходе из одного хедж-интервала в другой, решающие проблему управления риском и получения дохода в условиях как падающего, так и растущего рынка.

Единственной площадкой проведения опционной торговли является рынок ФОРТС. Перед нами встает выбор инструментов для занятия позиций. На основании сравнительного обзора рынка по степени ликвидности представляется разумным конструировать портфель из опциона колл на фьючерс на индекс РТС и базового актива.

Таким образом, мы определились с типом стратегии, финансовыми инструментами и местом реализации стратегии. Прежде чем строить модель торговой системы, перечислим ее ключевые параметры:

- цена опциона,
- цена страйк,

- цена спот,
- срок жизни,
- процентная ставка,
- дивиденды,
- обменный курс,
- расчетная цена,
- подразумеваемая волатильность,
- историческая волатильность,
- дельта опциона,
- гамма опциона,
- затраты на приобретение,
- вариационная маржа.

Для расчетов нам потребуются данные о торгах за требуемый временной период. Задача максимизации доходности при фиксированной сумме первоначальных вложений сводится к максимизации накопленной на конец периода вариационной маржи.

Мы находимся в рамках модели Блэка – Шоулза [1]. В соответствии с ней

$$C = SN(d_1) - Ke^{(-rt)}N(d_2); \quad (1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}; \quad (1.1)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} d_1 - \sigma\sqrt{t}, \quad (1.2)$$

где C – теоретическая премия по опциону колл; S – текущая цена базовых активов; t – время, остающееся до срока истечения опциона, выраженное как доля года (количество дней до даты истечения/365 дней); K – цена исполнения опциона (цена страйк); r – безрисковая ставка; $N(x)$ – функция стандартного нормального распределения; e – экспонента; σ^2 – дисперсия доходности базового актива (доходность измеряется в виде ставки непрерывных процентов); σ – волатильность (годовое стандартное отклонение).

Историческую волатильность будем находить по формуле (2)[2]:

$$V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n-1} - \frac{(\sum_{i=1}^n u_i)^2}{n(n-1)}} \times \sqrt{k}, \quad (2)$$

где $u_i = \ln \frac{P_i}{P_{i-1}}$ – натуральный логарифм отношения двух последовательных цен; k – годовое количество интервалов, принимаемых к расчету.

Ценовые значения примем медианными, т.е. равным среднему арифметическому между максимальным и минимальным значением бара. Волатильность будем выражать в процентах. Вычисление коэффициентов дельта и гамма будем производить с использованием формул (3) и (4) соответственно.

$$\text{Delta} = \frac{\partial C}{\partial S} = N(d_1); \quad (3)$$

$$\text{Gamma} = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{\partial \text{Delta}}{\partial S} = \frac{N'(d_1)}{S \times V \times \sqrt{T}} = \frac{e^{-d_1^2/2}}{S \times V \sqrt{2\pi T}}, \quad (4)$$

где T – срок опциона.

Затраты на приобретение соответствуют биржевым и комиссионным вознаграждениям, связанным с открытием и закрытием позиций. Поскольку мы не используем маржируемые опционы, то вариационная маржа начисляется ежедневно и только по фьючерсам. Вариационная маржа рассчитывается по следующим формулам [3]:

$$BMo = (PЦm - Цo) \cdot W / R; \quad (5)$$

$$BМm = (PЦm - PЦn) \cdot W / R, \quad (6)$$

где BMo – вариационная маржа по контракту, по которому расчет вариационной маржи ранее не осуществлялся; $BМm$ – вариационная маржа по контракту, по которому расчет вариационной маржи осуществлялся ранее; $Цo$ – цена заключения контракта; $PЦm$ – текущая (последняя) расчетная цена контракта; $PЦn$ – предыдущая расчетная цена контракта (или начальная расчетная цена контракта); W – стоимость минимального шага цены (курс доллара США используется с точностью, устанавливаемой Центральным Банком РФ); R – минимальный шаг цены.

Остальные параметры не рассчитываются, их значения общедоступны. Расчетная цена, спот публикуются на официальном сайте ФОРТС, страйк и срок жизни выбираются из числа доступных инструментов. Дивиденды мы принимаем равными нулю, безрисковая ставка 7 % годовых (на основании доходности по долгосрочным государственным облигациям). Обменный курс принимаем постоянным на все время существования стратегии и равным официальному курсу Банка России на день вхождения в рынок. Это, во-первых, упростит модель, а во-вторых, избавит от потенциальных «шумов», искажающих прибыль за счет колебаний курса.

Чтобы систематизировать процессы и расчеты, присутствующие в модели, построим для начала общую блок-схему (рис. 1).

После ввода данных производится отбор опционов и фьючерсов, удовлетворяющих нашим требованиям. Указанные инструменты будут отличаться сроком жизни (датами начала и конца обращения), опционы будут отличаться ценами страйк. В соответствии с выбранной нами стратегией, должен ожидать рост подразумеваемой волатильности. Для того чтобы быть уверенным в этом, необходимо проанализировать временной ряд волатильности, выявить границы ее колебаний и понять, в какой точке мы находимся. Напомним, что волатильность обновляет исторические минимумы и максимумы значительно реже, чем уровень цен финансовых инструментов. Исходя из этого, мы предполагаем прогнозируемость такого показателя, как подразумеваемая волатильность.

Далее необходимо определить момент входа в рынок для формирования позиций. Для простоты, мы будем покупать 1 опцион колл и продавать нейтрализующее по дельте количество фьючерсов. Для наглядности и из соображений сбалансированности вход в рынок будем осуществлять при коэффициенте дельта, близком к 0,5. Определяющим моментом при входе в рынок является нахождение в заданном интервале по параметрам гамма и историческая волатильность. Очевидно, большим значениям показателей будет соответствовать большее отклонение цены опциона и, следовательно, доходности портфеля. Нейтрализация портфеля по дельте позволит зафиксировать прибыль, войдя в риск-нейтральное состояние.

Заметим, что под входом в рынок будем понимать занятие ретроспективных позиций, т.к. модель тестируется на исторических данных. После того как осуществлен вход в рынок, модель определяет оптимальный шаг рехеджирования. От количества и объема рехеджирований зависит число коротких фьючерсов в портфеле, вариационная маржа по которым начисляется ежедневно. Следовательно, доходность

всей стратегии обеспечивается именно правильным шагом дельта-нейтрального динамического хеджирования. Шагом будем называть абсолютную величину, на которую должна измениться дельта опциона, чтобы произошла нейтрализация портфеля. Слишком частые рехеджирования вносят риск недозаработанной прибыли, а также связаны с транзакционными издержками. Слишком редкие же, напротив, зачастую не позволяют фиксировать прибыль, пропуская колебания доходности.

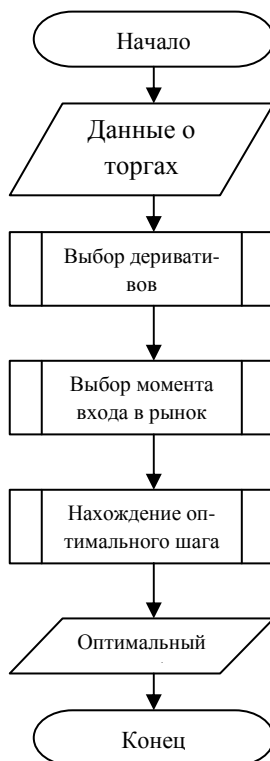


Рис. 1. Общая блок-схема поиска оптимального шага дельты

Шаг будем называть оптимальным, если он обеспечивает максимальную вариационную маржу, накопленную на конец периода. Таким образом, определим вариационную маржу, накопленную на момент завершения стратегии, как целевую функцию, максимизируемую в нашей модели.

Детализированная блок-схема представлена на рис. 2. Реализация алгоритма осуществлена на языке Visual Basic for Applications.

Исходными данными являются информация о торгах по фьючерсам RTS-06.09 и RTS-09.09, а также по опционам со всеми возможными страйками на эти фьючерсы. Поскольку временным распадом мы

пренебрегаем, то стратегия формируется на 3 мес. по опционам, дата истечения которых отдалена минимум на 3 мес. после завершения стратегии. Сначала расчеты проводились на дневных интервалах, но при этом игнорировались внутридневные колебания. Построенная стратегия является спекулятивной, т.е. с использованием дневных баров прибыльность снижалась. Переход на 5-минутные графики привел к тому, что вследствие низкой ликвидности рынка длительные периоды проходили без сделок, т.е. бары превращались в прямые линии (рис. 3 и 4). Очевидно, волатильность на таком интервале равна нулю, что в корне искажало результаты и делало модель неприменимой. Расчет волатильности за более длительные периоды (50 свечей и более) не улучшил ситуацию. Тестирование на различных периодичностях баров привело к решению о переходе на получасовые (30-минутные) графики. Это позволило применять модель с большей степенью точности (рис. 5). Расчет волатильности производится по данным 30 предыдущих баров (свечей).

Другой сложностью явились периодические убытки. Оптимизация стратегии происходит по показателю накопленной вариационной маржи на конец стратегии, однако некоторые из торговых сессий могут завершаться убытками. В теории это не вызывает особенных затруднений, однако на практике, это может привести к маржин-коллу и принудительному закрытию позиций брокером. Для этих целей необходимо увеличивать остаток на торговом счете. Очевидно, что «вмораживание» средств на длительный период снижает общую эффективность стратегии. Представляется целесообразным внедрить механизм автоматического выравнивания соотношения «стоимость активов/заемные средства». Однако для целей текущего исследования мы пренебрегаем просадкой по счету и не оптимизируем данный параметр.

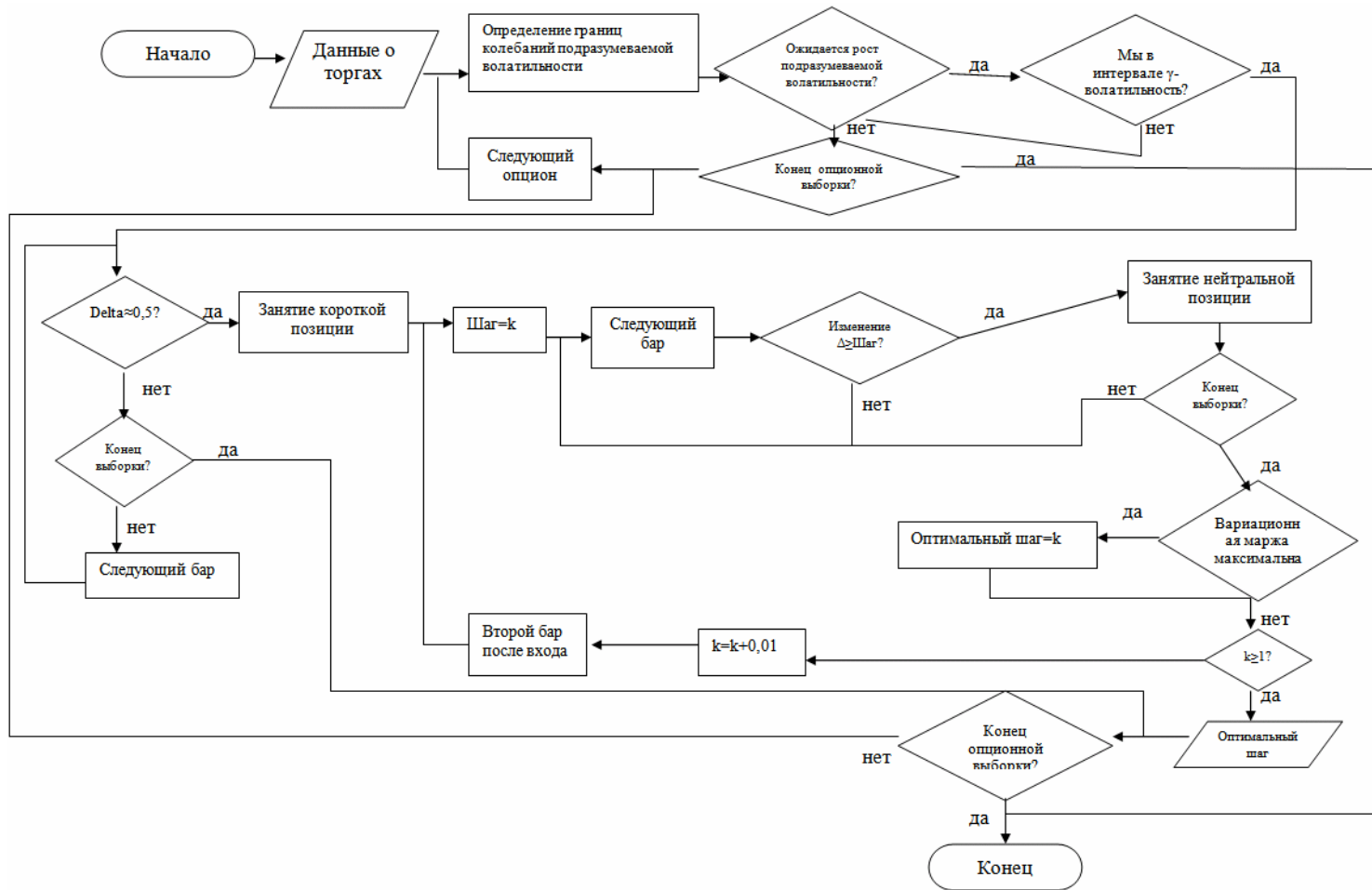


Рис. 2. Детализированная блок-схема определения оптимального шага рехеджирования

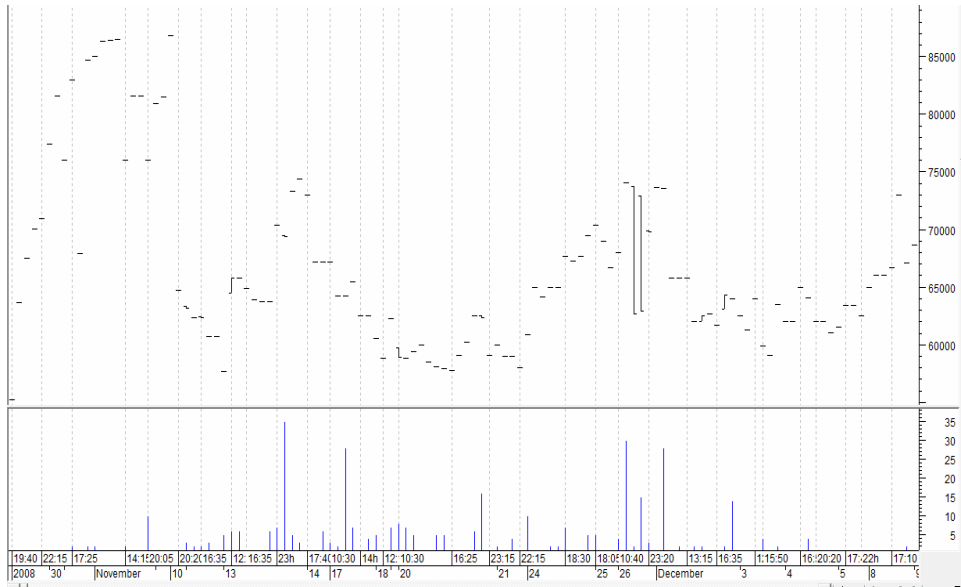


Рис. 3. Дневной график торгов фьючерса на индекс РТС RIM9

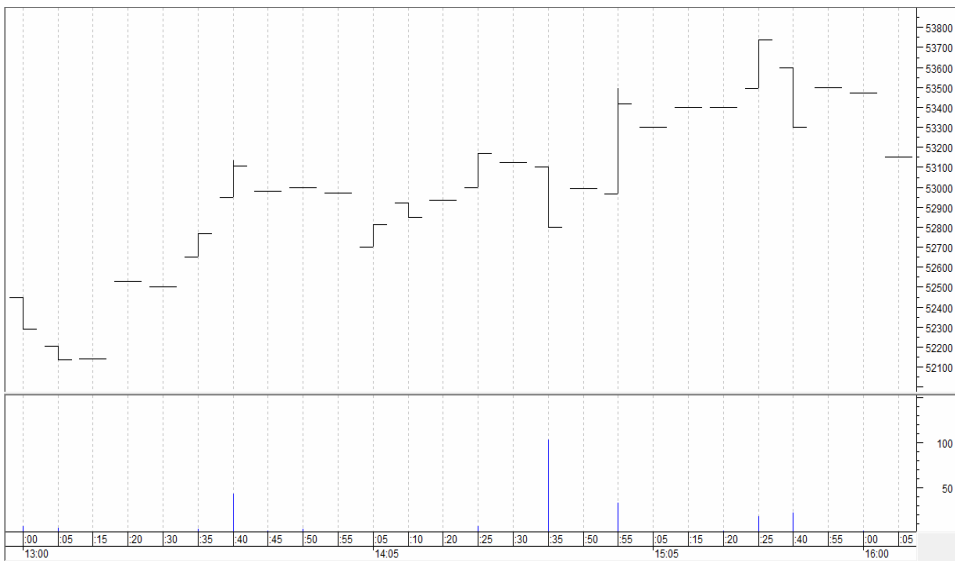


Рис. 4. 5-минутный график торгов фьючерса на индекс РТС RIM9

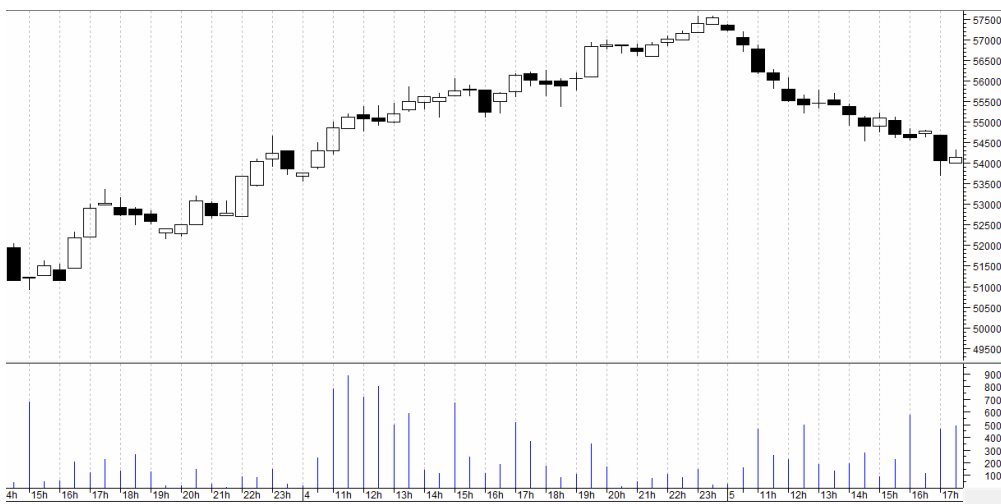


Рис. 5. 30-минутный график торгов по фьючерсу на индекс РТС RIM9

Тестирование стратегии на разных инструментах позволило сделать еще одно важное наблюдение. Ликвидность инструментов увеличивается при приближении их к состоянию «около денег», в то время как опционы вне денег или в деньгах с длительным сроком до исполнения могут торговаться на ничтожных объемах.

Численные результаты реализации стратегий впечатляют. Абсолютное большинство дает высокую доходность при низком уровне риска. Однако возможной причиной этого является апостериорное формирование стратегий. Другими словами, отбор опционов должен производиться из предположения роста подразумеваемой волатильности, но на практике мы брали опционы с известными данными колебания цен и достоверно знали периоды возрастания и убывания волатильности. Следует признать, что даже при допущении прогнозируемости волатильности далеко не всегда прогнозные и фактические направления изменений волатильности совпадают.

Весьма неоднозначным моментом явился подходящий вход в рынок. Большую часть времени коэффициент дельта не приближался к значению 0,5, которое ранее было определено как условие формирование портфеля. Вследствие этого из ретроспективных данных искусственно выбирались трехмесячные интервалы с дельтой, близкой к 0,5 в начале интервала.

Таким образом, оптимизация параметров модели включала в себя:

1. Выбор наиболее подходящих инструментов (параметров).

2. Выбор наиболее подходящего времени существования стратегии.
3. Выбор наиболее подходящей периодичности ценовых рядов.
4. Выбор наиболее целесообразного метода расчета и оценки волатильности.
5. Выбор наиболее подходящего времени реализации стратегии.

На следующем этапе исследования формировались хедж-интервалы. Поиск оптимального шага дельты производился около 400 раз, приблизительно по 100 тестов для каждого интервала. Последующее выявление тенденций поведения оптимального шага в построенных хедж-интервалах потребовало расчета выборочных численных характеристик: математического ожидания и среднеквадратического отклонения. Интервалы и численные характеристики оптимального шага приведены в табл. 1. Каждому интервалу присвоен номер от 1 до 4.

Таблица 1

Численные характеристики распределения оптимального шага по интервалам

Гамма \ Волатильность	(20 %; 60 %]	(60 %; 100 %]
$(0,8 \cdot 10^{-5}; 1,6 \cdot 10^{-5}]$	$M_1[x] = 0,25$ 1 $\sigma_1 = 0,003$	$M_2[x] = 0,18$ 2 $\sigma_2 = 0,004$
$(1,6 \cdot 10^{-5}; 2,6 \cdot 10^{-5}]$	$M_3[x] = 0,16$ 3 $\sigma_3 = 0,005$	$M_4[x] = 0,12$ 4 $\sigma_4 = 0,004$

Результаты вычислений можно интерпретировать следующим образом: при попадании в высоковолатильный интервал с высокой гаммой оптимальный шаг рехеджирования минимален. Следовательно, требуется частое хеджирование для максимальной фиксации прибыли. Низковолатильный интервал с маленькой гаммой, напротив, соответствует менее значительным колебаниям стоимости опциона или – прибыльности портфеля. Два оставшихся интервала, в свою очередь, являются промежуточными.

Данные, полученные путем тестирования, позволяют сделать предположение, что при переходе от одного интервала, сформированного по параметрам гамма и историческая волатильность, к другому оптимальный шаг рехеджирования рекомендуется изменить следующим образом (табл. 2).

Таблица 2

Рекомендации корректировки шага рехеджирования в зависимости от хедж-интервала

В Из	1	2	3	4
1	X	Уменьшить	Уменьшить	Уменьшить
2	Увеличить	X	Уменьшить	Уменьшить
3	Увеличить	Увеличить	X	Уменьшить
4	Увеличить	Увеличить	Увеличить	X

Итак, даны практические рекомендации для изменения шага рехеджирования при реализации стратегии длинной дельта-нейтральной торговли волатильностью. Чтобы оценить целесообразность и применимость таких рекомендаций, а также значимость полученных результатов, выделим преимущества и недостатки исследования.

Преимущества.

1. Рекомендуемые действия по изменению шага рехеджирования не были найдены автором в существующих научных публикациях. С определенной уверенностью можно утверждать научную новизну выявленного поведения оптимального шага дельты в хедж-интервалах.

2. Очевидна практическая значимость результатов: применение не ограничивается будущими научными изысканиями. Формирование и реализация стратегий нацелены, в первую очередь, на извлечение спекулятивной прибыли. Соблюдение рекомендаций может способствовать конструированию более эффективной стратегии торговли волатильностью.

3. Сравнительно большое количество тестирований свидетельствует о снижении случайной составляющей выявленных тенденций

4. Расчеты модели в большой степени автоматизированы.

5. Модель может быть усовершенствована внесением простых корректив в алгоритм.

6. В абсолютном большинстве случаев реализация стратегии обеспечивала положительную накопленную вариационную маржу.

После обработки данных получено математическое ожидание доходности стратегии, равное 4,55 % (что эквивалентно 18,2 % годовых). Среднеквадратическое отклонение при этом составило 0,98 %. Рассчитаем коэффициент вариации

$$K_{\text{var}} = \frac{\sigma_x}{M[x]} = \frac{0,98 \%}{4,55 \%} = 0,215. \quad (7)$$

Таким образом, величина риска характеризуется значением 21,5 %. Отметим достаточно неплохое соотношение риска и доходности.

Результаты будут использованы при будущих исследованиях. В дальнейшем целесообразно учесть влияние изменений валютных курсов, подобрать наиболее подходящую модель оценки волатильности из числа существующих, при построении интервалов учесть дополнительные определяющие параметры. Также необходима большая степень автоматизации модели для применения стратегий в режиме реального времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities // *Journal of Political Economy*. – 1973. – № 81 (3) – С. 637–654.
2. Чекулаев М.А. Риск-менеджмент: управление финансовыми рисками на основе анализа волатильности. – М.: Альпина Паблишер, 2002. – 344 с.
3. Правила совершения срочных сделок открытого акционерного общества «Фондовая биржа РТС»: Решение Совета директоров ОАО «Фондовая биржа РТС» от 15 апреля 2009 года, Протокол № 09-08-1504. – URL: www.rts.ru.