

DOI: 10.15593/2224-9982/2015.41.08

УДК 629.7.036.54-66.02:539.3

**В.Г. Казанцев, М.П. Карпутин**

Бийский технологический институт (филиал) Алтайского государственного  
технического университета им. И.И. Ползунова, Бийск, Россия

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ К ОБОСНОВАНИЮ ВЫБОРА РАЦИОНАЛЬНЫХ ВАРИАНТОВ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ЗАРЯДОВ РДТТ**

Обеспечение механической работоспособности ракетного двигателя твердого топлива (РДТТ) связывается с разгрузкой зон повышенной концентрации напряжений и деформаций в заряде при помощи конструктивных элементов. Несмотря на использование мощных методов структурного анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) зарядов РДТТ сложной формы, таких как метод конечных элементов (МКЭ), численные методы всё же остаются приближенными. Вопросы точности расчетов по определению НДС реальных конструкций вблизи концентраторов напряжений до сих пор отдаются на откуп расчетчику, зависят от его опыта. В этой связи для повышения эффективности расчетов и увеличения их достоверности разработаны алгоритмы, позволяющие совместно с методами структурного анализа использовать методы анализа сингулярных краевых задач. В основу методики положено совместное использование МКЭ с методами механики разрушения. Двуетность анализа обеспечивается сращиванием решений в области, где достоверность решений, выполненных по МКЭ, не вызывает сомнений. Эффективность методики демонстрируется на примере анализа вариантов схем крепления зарядов к корпусу при термосиловом нагружении РДТТ. Оценка поля НДС у вершины замка манжетного раскрепления (ЗМР) в зависимости от доли скрепления заряда с корпусом осуществляется с использованием прямых и энергетического методов механики разрушения. Критерием опасности варианта раскрепления служат условия прочности и локальной устойчивости или неустойчивости материала у вершины замка манжетного раскрепления. В результате расчетов скорости освобождения энергии показано, что для заряда с нависающими торцами наибольшую опасность представляет 0,4-я часть раскрепления торца заряда от корпуса. При частичном раскреплении заряда возможно динамическое развитие отслоения у ЗМР. Протяженность отслоения прогнозируется по эпюре изменения скорости освобождения энергии. Наименьший уровень НДС реализуется у ЗМР при полном раскреплении торца заряда от корпуса. При трехполосовой схеме крепления заряда к корпусу наиболее рациональным вариантом является доля скрепления по углу  $\sim 18^\circ$ . При этом в случае возникновения силового отслоения у ЗМР динамического развития отслоения ожидать не следует. Условием продвижения отслоения является непрерывное увеличение нагрузки.

**Ключевые слова:** ракетный двигатель твердого топлива, заряд, метод конечных элементов, доля раскрепления, механика разрушения, скорость выделения энергии, коэффициенты интенсивности напряжений, термосиловое нагружение, напряженно-деформированное состояние, манжетное раскрепление.

**V.G. Kazantsev, M.P. Karputin**

Biysk Technological Institute, Biysk, Russian Federation

## **APPLICATION OF FRACTURE MECHANICS TO CHOOSE THE RATIONAL VARIANTS OF DESIGN ELEMENTS IN SOLID PROPELLANT ROCKET MOTOR GRAINS**

To provide the mechanical capacity of solid propellant rocket motor (SPRM) it is used the unloading high tension and deformation areas in grain due to the design elements. In spite of use such powerful methods of structural analysis of stress-strain state in complex SPRM grains as finite element method (FEM) the numerical methods stay still approximate. Accurate estimation of stress-strain state of real constructions in tension areas depends on calculator experience. In this connection to increase efficiency of calculations and to improve their assurance the algorithms are developed which allow use methods of singular boundary value problems analysis in common with methods structural analysis. This technique is based on joint use of FEM with fracture mechanics methods. United analysis is achieved by solution joining in the area where the solutions made by FEM are without doubt. The technique efficiency is demonstrated by the example of case-grain bonding analysis at thermo-force loading in SPRM. Evaluation of stress-strain state in the field of unloading cup according to the degree of case-grain bonding is carried out by direct and energy methods of fracture mechanics. The calculation of energy release rates shows that the 0.4 part of case-grain dome unloading is the most dangerous. When the grain is partly unloaded the dynamic delamination is possible in the field of unloading cup. The extent of delamination is predicted in pattern of energy release rate. The least level of stress-strain state is realized in the field of unloading cup at complete case-grain dome unloading. At 3 strips scheme of case-grain bonding the part of bonding with the angle  $\sim 18^\circ$  is the most rational. Under such conditions in the case of force delamination near unloading cup the dynamic development of delamination is not expected. Condition of delamination advance is continuous increase of loading.

**Keywords:** solid propellant rocket motor, grain, finite element method, part of unloading, fracture mechanics, energy release rate, stress intensity factors, thermo-force loading, stress-strain state, unloading cup.

Как известно, работоспособность ракетного двигателя на твердом топливе (РДТТ) оценивается прочностными и внутрибаллистическими расчетами при безусловном обеспечении технологичности изготовления заряда и его конструктивных элементов. Известно также, что наиболее слабым, с точки зрения прочности двигателя, в системе заряд – корпус является прочно скрепленный с корпусом заряд [1, 2]. При этом, как правило, наибольшую опасность представляют конструктивные элементы заряда, такие как вершины щелевых вырезов и выточек, выходы клеевых швов, частичные или полные раскрепления нависающих торцов, другие концентраторы напряжений – от притупленных до предельных геометрий.

Сложность решения краевых задач теории упругости с такими концентраторами напряжений восходит к необходимости использова-

ния приближенных методов структурного анализа, таких как метод интегральных или гранично-интегральных уравнений, метод конечных элементов (МКЭ); применяются и другие методы. Вместе с тем, несмотря на тщательную математическую проработку, эти методы всё же остаются приближенными. До сих пор отсутствуют критерии точности решения или сходимости решения к точному. По этой причине, несмотря на отладку численных алгоритмов расчета, проверку их работоспособности на тестовых примерах, имеющих аналитическое решение, вопросы точности расчетов по определению НДС реальных конструкций до сих пор отдаются на откуп расчетчику, зависят от его опыта.

Вместе с тем оценка точности расчетов особенно актуальна при рассмотрении напряженно-деформированного состояния массива заряда в его особых зонах – в окрестности концентраторов напряжений и на их границе. Исходя из опыта можно утверждать, что достоверность расчетов численными методами анализа вне особых зон не подвергается сомнению. Однако задача оценки распределения и уровня НДС в зонах повышенной концентрации напряжений автоматически переходит в разряд задач повышенной сложности.

Для повышения эффективности расчетов и увеличения их достоверности целесообразно использовать совместно с такими мощными методами структурного анализа, как МКЭ, методы анализа сингулярных краевых задач. В этом случае решение задачи подразделяется на две составные части. Одна из частей анализа выполняется при помощи МКЭ, преследует цель получения информации о напряженно-деформированном состоянии конструкции в целом. Во второй части анализа привлекаются асимптотические методы для исследования механического поведения массива непосредственно в окрестности концентратора НДС. Двуединость анализа обеспечивается сращиванием решений в области, где достоверность решений, выполненных по МКЭ, не вызывает сомнений.

В качестве анализа задач с особыми точками для решения широкого класса проблем могут быть привлечены методы механики разрушения. Как показывает расчетная практика, в этом случае отпадает необходимость в достаточно подробной дискретизации расчетной схемы на конечные элементы, уменьшается время на подготовку исходных данных, значительно уменьшаются затраты машинного времени и ресурсоемкость расчета, снижаются коммерческие затраты.

Примером реализации описанного выше подхода может служить задача о выборе местоположения вершины манжетного раскрепления заряда при частичном или полном раскреплении от корпуса его нависающих торцов при выборе конфигурации замков манжетных раскреплений. При решении подобных задач полость манжетного раскрепления представляется математическим разрезом площадью  $S$  и протяженностью  $l$  (рис. 1). Однако реальная конфигурация манжетного раскрепления отличается от трещины-отслоения наличием полости толщиной  $h$  и радиусом скругления ее вершины  $\rho$ .

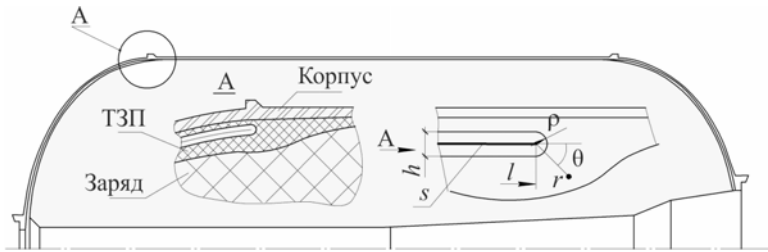


Рис. 1. Схема РДТТ с раскрепленными торцами

Вместе с тем в работах [3–5] и работах других авторов приводятся решения задач о нагружении тел с полостями или вырезами с гладкими поверхностями и непрерывно поворачивающейся касательной в законцовках таких образований. Причем в предельном случае такие вырезы или полости могут представлять собой трещины. Более того, поле напряжений и деформаций у края полости или выреза соответствует распределению НДС у вершины трещины той же протяженности на расстояниях  $\Delta$  от контура поверхности полости, больших по сравнению с радиусом скругления их законцовок,  $\Delta > \rho$ , т.е. при  $r > 2\rho$  (см. рис. 1).

Формальная замена полости на трещину той же протяженности осуществима при выполнении условия [3]

$$h(x_1, x_2) \ll l, |\text{grad } h(x_1, x_2)| \ll 1,$$

где  $h(x_1, x_2)$  – толщина полости (пара чисел  $(x_1, x_2)$  задает положение точки на поверхности  $S$  протяженностью  $l$ ) (см. рис. 1).

Перед решением задачи осуществляется снесение граничных условий со стенок полости на поверхность  $S$ , и далее задача решается так, как если бы полость была математическим разрезом (отслоением) протяженностью  $l$ .

Поскольку получаемое решение при  $l \gg \Delta$  близко к точному на расстояниях от края полости, больших по сравнению с  $\Delta$ , имеет смысл введение в рассмотрение коэффициентов интенсивности напряжений, задающих уровень напряжений и деформаций в окрестности вершины полости в области  $r > 2\rho$ .

Таким образом, при выполнении названных выше условий и имея в виду теорию трещин, можно постулировать автономность распределения НДС у вершины манжетного раскрепления, уровень которого контролируется коэффициентами интенсивности напряжений, определяемых внешним полем.

Рассматривая далее расчетные схемы в задачах о выборе рациональных вариантов протяженности манжетного раскрепления и конфигурации его замка (ЗМР), заметим, что, поскольку слабым звеном с точки зрения прочности является заряд, представляется важным провести исследования и определиться с толщиной  $t$  ТЗП, являющегося амортизатором, ослабляющим передачу концентрации напряжений от законцовки манжетного раскрепления через теплозащитное покрытие к заряду (рис. 2).

Оценка поля НДС у вершины отслоения может быть осуществлена с использованием прямых и энергетического методов механики разрушения [3, 4, 6]. Энергетический метод удобно применять в том случае, когда необходимо оценить зависимость уровня напряжений в более или менее широком диапазоне длин трещин или отслоений.

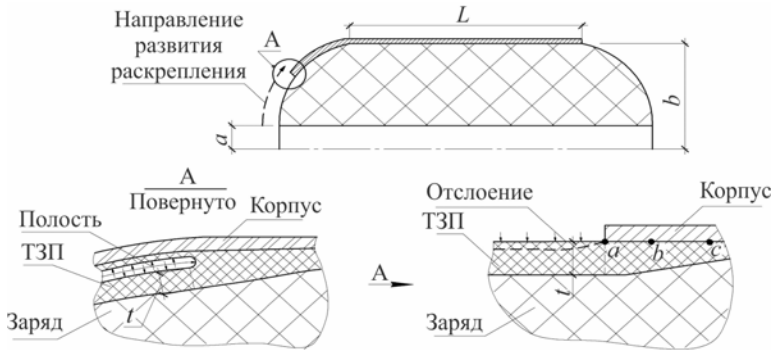


Рис. 2. К анализу сведения физической схемы заряда РДТТ с манжетными раскреплениями к его расчетной схеме

Сущность подхода к установлению уровня «опасности» у вершины ЗМР в зависимости от протяженности раскреплений заключается

в оценке скорости освобождения упругой энергии  $G$  при продвижении отслоения на некоторую малую величину.

А.А. Гриффитсом установлен энергетический критерий локального разрушения для трещин или отслоений [7], который возможно представить в виде

$$G = \partial\Pi / \partial S \leq G_c, \quad (1)$$

где  $\partial\Pi$  – изменение величины потенциальной энергии деформации тела в результате образования новой поверхности;  $G_c$  – критическое значение величины скорости освобождения энергии (вязкость разрушения), необходимое для образования новой поверхности разрыва площадью  $\partial S$ .

В методическом плане для вычисления производной в выражении (1) решение проводится по МКЭ для отслоений длиной  $l$  и  $l + \Delta l$  с использованием при этом одной и той же сетки конечных элементов (рис. 3). В этом случае площадь отслоения увеличивается на величину  $\Delta S$ , а выражение для  $G$  принимает вид

$$G \approx (\Pi_1 - \Pi_2) / \Delta S,$$

где  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  – потенциальная энергия упругой деформации для двух состояний равновесия тела с отслоениями длиной  $l$  и  $l + \Delta l$  соответственно.

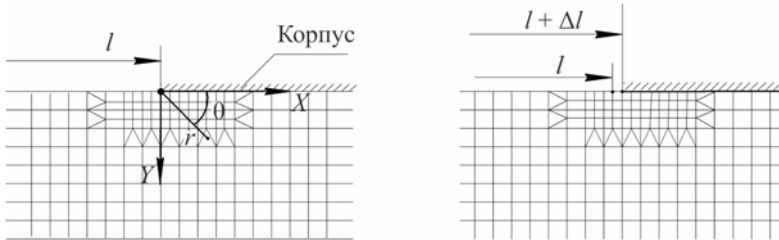


Рис. 3. Изменение длины отслоения посредством запрещения степеней свободы в узлах конечных элементов, располагающихся вдоль линии раскрепления

Из опыта отработки и эксплуатации РДТТ известно, что в основном разрушения у манжетных законцовок носят когезионный характер по типу отслоений между ТЗП и зарядом, причем отслоение заряда от корпуса следует вдоль линии скрепления. Поскольку направление развития отслоения известно, то приращение площади отслоения  $\Delta S$  легко рассчитать, полагая, что протяженность отслоения увеличивается на некоторую малую величину  $\Delta l$  вдоль линии скрепления.

При расчетах размер  $\Delta l$ , как правило, принимается равным размеру грани одного конечного элемента, располагающейся на линии раскрепления (см. рис. 3).

В качестве примера реализации описанного выше подхода проведем исследование по выбору рационального варианта конструктивного оформления заряда с цилиндрическим каналом и эллиптическими торцами, частично раскрепляя его передний торец, полагая при этом, что задний торец раскреплен до его выхода на цилиндрическую часть (см. рис. 2).

Решение задачи проведем для одного из расчетных случаев – стационарного температурного нагружения РДТТ. Заметим, что в соответствии с известной аналогией температура – давление результаты расчетов качественно могут быть распространены и на случай действия внутреннего давления.

Оценку изменения скорости освобождения энергии деформации для различных вариантов раскреплений заряда от корпуса проведем для линейно-упругой модели поведения топлива. Геометрические и физико-механические характеристики материалов следующие:  $E_3/E_{ТЗП} = 0,1; 1,0; 10,0$  – отношение модулей упругости заряда  $E_3$  и ТЗП  $E_{ТЗП}$ ; коэффициенты Пуассона заряда и ТЗП  $\nu = 0,499$ ; коэффициенты линейного температурного расширения заряда и ТЗП  $\alpha = 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $L/b = 4$ ;  $a/b = 0,2$ ;  $t/b = 0,01$  м (см. рис. 2). При расчетах полагалось, что ТЗП толщиной  $t$  представляет собой промежуточный слой между зарядом и корпусом РДТТ.

Задача решалась МКЭ [8–10] в осесимметричной постановке. Корпус РДТТ принимался абсолютно жестким. Использовался восьмиузловой изопараметрический конечный элемент.

На рис. 4, *a* показана эпюра изменения скорости освобождения энергии при раскреплении переднего торца заряда, на рис. 4, *б* – график изменения максимальных кольцевых деформаций на канале ( $\delta > 0$  – доля раскрепления; при  $\delta = 1$  заряд раскреплен до его выхода на цилиндрическую часть). Величины  $G$  (см. рис. 4, *a*) для каждого из расчетных случаев ( $E_3/E_{ТЗП}$ ) нормированы минимальным значением скорости выделения энергии  $\bar{G} = G / G_{\min}$ , полученным при раскреплении торца для случая  $E_3/E_{ТЗП} = 1,0$  и  $\delta = 1,0$ .

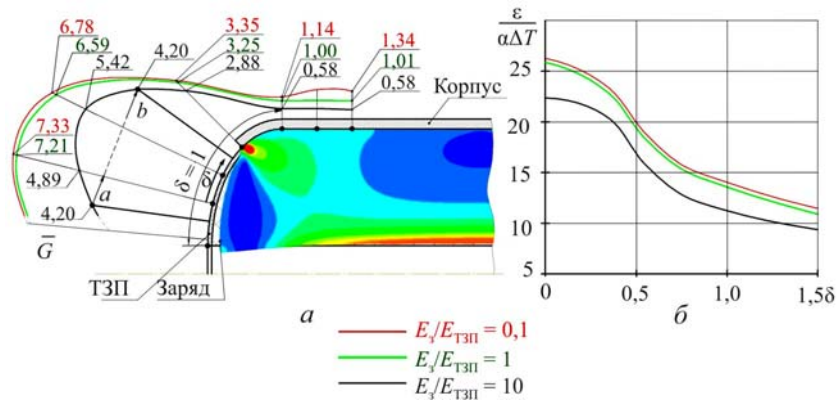


Рис. 4. Эпюра скоростей освобождения энергии (а) и график изменения максимальных кольцевых деформаций (б) на канале заряда в зависимости от доли раскрепления  $\delta$  переднего торца заряда от корпуса

МКЭ-анализ показывает, что с точки зрения прочности заряда в зоне замка манжетного раскрепления для рассмотренных отношений  $E_3/E_{T3P}$  наиболее рациональным вариантом раскрепления заряда от корпуса, в соответствии с критерием (1), является вариант полного раскрепления торца до его выхода на цилиндрическую часть. При этом максимальные окружные деформации на канале уменьшаются более чем в два раза.

Поскольку величина скорости освобождения энергии отражает уровень НДС у вершины манжетного раскрепления, можно говорить о характере увеличения концентрации напряжений при частичном раскреплении нависающего торца по сравнению с его полным раскреплением.

Необходимо иметь в виду, что если из соображений газодинамики, из технологических или из каких-либо других соображений окажется необходимым введение частичного раскрепления заряда от корпуса, то, например, при доле раскрепления в диапазоне  $\delta \sim (0,35 \dots 0,4)$  концентрация напряжений у ЗМР, при прочих равных условиях, увеличится более чем в 2,5 раза ( $E_3/E_{T3P} = 1,0$ ), по сравнению с вариантом его полного раскрепления  $\delta \sim 1,0$ . Последствия в этом случае очевидны и приведут к необходимости увеличения толщины ТЗП в зоне законцовки манжеты (размер  $t$ , см. рис. 2), что, в свою очередь, неизбежно и негативно скажется на массовых характеристиках РДТТ.

На рис. 5 представлены результаты исследований, аналогичные вышеприведенным, для РДТТ с зарядом шарообразной формы и глу-



хим цилиндрическим каналом (осесимметричная постановка задачи), а также для бесканального заряда с частичным трехполосовым распределением заряда от корпуса (рис. 6, плоская деформация). Результаты расчетов нормированы величиной  $G$ , рассчитанной для случая  $E_3/E_{ТЗП} = 1,0$  и  $\delta = 1,0$ .

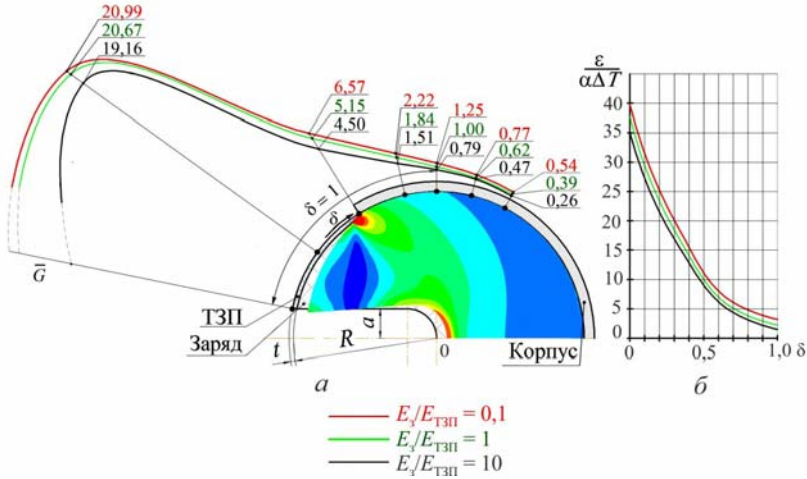


Рис. 5. Эпюра скоростей освобождения энергии (а) и график максимальных кольцевых деформаций (б) на канале в зависимости от доли раскрепления  $\delta$  заряда от корпуса

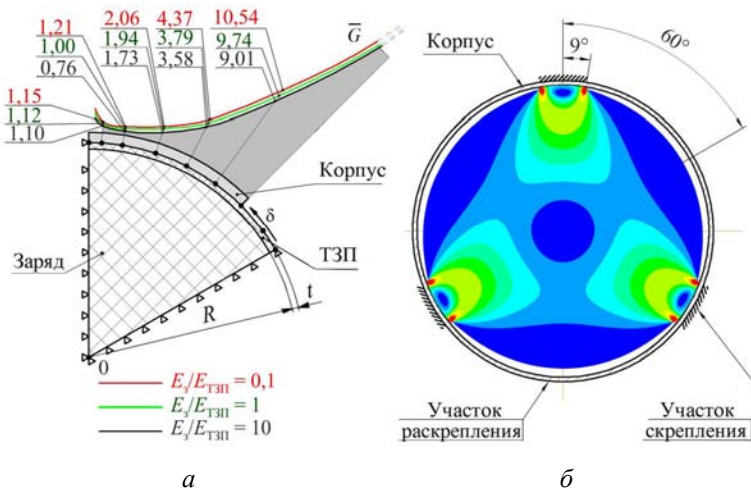


Рис. 6. Эпюра скоростей освобождения энергии (а) в зависимости от доли раскрепления  $\delta$  заряда от корпуса и изолинии интенсивности напряжений в сечении заряда (б) для одного из вариантов раскрепления

Геометрические и физико-механические характеристики материалов следующие:  $E_3/E_{ТЗП} = 0,1; 1,0; 10,0$  – отношение модулей упругости заряда  $E_3$  и ТЗП  $E_{ТЗП}$ ; коэффициенты Пуассона заряда и ТЗП  $\nu = 0,499$ ; коэффициенты линейного температурного расширения заряда и ТЗП  $\alpha = 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $a/R = 0,2$ ;  $t/R = 0,01$  (см. рис. 5, 6). При расчетах полагалось, что ТЗП толщиной  $t$  представляет собой промежуточный слой между зарядом и корпусом РДТТ.

На рис. 4–6 показаны изолинии интенсивности напряжений в сечении заряда для одного из вариантов раскрепления для случая  $E_3/E_{ТЗП} = 1,0$ . Изолинии нанесены на деформированную геометрию заряда.

Результаты расчетов показывают, что при  $E_3 < E_{ТЗП}$  можно ввести упрощающее допущение: считать ТЗП отнесенным к корпусу и рассматривать РДТТ как двухслойную конструкцию. При  $E_3 > E_{ТЗП}$  такое допущение оказывается неприемлемым и рассмотрению подлежит трехслойная конструкция заряд – ТЗП – корпус.

Поскольку в рассматриваемых задачах манжетное раскрепление находится на границе различных упругих сред и представимо отслоением, для оценки характера и уровня распределения напряжений у ЗМР воспользуемся решениями задачи о трещине на границе раздела упругих сред [11, 12].

Поле упругих смещений и деформаций в сингулярной задаче о трещине на границе раздела упругих сред представимо некоторыми аналитическими функциями, которые часто называют потенциалом Колосова – Мухелишвили [13]. В аналитические функции в общем случае входят члены типа  $\sin(\beta \ln r)$ ,  $\cos(\beta \ln r)$ , что указывает на бесконечное число перемен знака напряжений у вершины отслоения при  $r \rightarrow 0$ . Это обстоятельство свидетельствует о некорректности постановки задачи.

Вместе с тем в некоторых частных случаях о корректности поставленной краевой задачи можно говорить, если наложить ограничения на физико-механические параметры системы заряд – корпус [3]:

$$e^{-1/|\beta|} \ll 1, \quad (2)$$

где  $\beta$  – некоторое малое вещественное число, так называемая биупругая постоянная материалов:

$$\beta = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{\mu_1 + \chi_1 \mu_2}{\mu_2 + \chi_2 \mu_1},$$

где  $\mu$  – модуль сдвига;  $\chi = 3 - 4\nu$  для плоской деформации или осесимметричного напряженного состояния;  $\nu$  – коэффициент Пуассона; индексы 1 и 2 указывают на принадлежность материала к заряду или корпусу соответственно.

Таким образом, решение приобретает физический смысл приближенной асимптотики для напряжений и деформаций на расстояниях  $r$  от вершины отслоения при удовлетворении условия [3]

$$1 \gg \frac{r}{l} \gg \exp(-1/|\beta|), \quad (3)$$

где  $l$  – характерный линейный размер задачи (протяженность отслоения).

Заметим также, что условие (3) перекликается с условиями существования асимптотики у вершин выточек при  $l \gg \Delta$ , когда распределение деформаций и напряжений может моделироваться эквивалентным выточке отслоением при  $r > 2\rho$  (см. рис. 1).

Проверим выполнение условия (2) для рассмотренных выше задач.

Анализ выражения (2) для типовых значений механических характеристик корпусов из стальных или композитных материалов:  $\chi_2 \approx 1,6$ ;  $\mu_2 \approx 3,7 \cdot 10^4$  МПа и для заряда  $\chi_1 \approx 1,0$ ;  $\mu_1 \approx 3,3$  МПа, показывает, что  $\exp(-1/|\beta|) \leq 2,7 \cdot 10^{-5}$ , что гораздо меньше 1. Если принять корпус абсолютно жестким, то число  $\beta = 0$  и условие (2) выполняется безусловно.

Таким образом, искомое сингулярное решение о распределении напряжений и деформаций у вершины манжетного раскрепления, моделируемое отслоением, имеет физический смысл.

В случае абсолютно жесткого корпуса зависимости для распределения напряжений у вершины отслоения (трещина на границе раздела упругих сред [3]), нормированные величиной  $\alpha \Delta T E_3$ , приводятся к виду (см. рис. 3)

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_x(r, \theta) &= \frac{1}{\alpha \Delta T E_3} \left( \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} f_{xx} + \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} f_{xy} \right), \\ \bar{\sigma}_y(r, \theta) &= \frac{1}{\alpha \Delta T E_3} \left( \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} f_{yy} + \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} f_{yx} \right), \\ \bar{\tau}_{xy}(r, \theta) &= \frac{1}{\alpha \Delta T E_3} \left( \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} f_{yx} + \frac{K_{II}}{2\sqrt{2\pi r}} f_{xx} \right),\end{aligned}\quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}f_{xx} &= 2\cos\frac{\theta}{2} - \sin\theta\sin\frac{3\theta}{2}, & f_{xy} &= 2\sin\frac{\theta}{2} - \sin\theta\cos\frac{3\theta}{2}, \\ f_{yy} &= 2\cos\frac{\theta}{2} + \sin\theta\sin\frac{3\theta}{2}, & f_{yx} &= \sin\theta\cos\frac{3\theta}{2}.\end{aligned}$$

Здесь  $K_I, K_{II}$  – коэффициенты интенсивности напряжений (КИН), определяемые при помощи МКЭ из решения задачи в целом;  $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$  – компоненты напряжений в локальной системе координат с центром в вершине отслоения (см. рис. 3).

Коэффициенты интенсивности напряжений можно определить при помощи зависимостей (4), получив с помощью МКЭ значения напряжений в узлах конечных элементов за вершиной отслоения. Технология расчета КИН прямыми и энергетическим методами, оценка точности и методические рекомендации расчетов изложены в работах [6, 8, 11].

Выбирая значения напряжений из узлов сетки конечных элементов на продолжении отслоения при  $\theta = 0$  (см. рис. 3), из соотношений (4) найдем

$$K_I + iK_{II} = \left\{ \bar{\sigma}_y(r, 0) + i\bar{\tau}_{xy}(r, 0) \right\} \alpha \Delta T E_3 \sqrt{2\pi r}.$$

Модуль КИН  $K = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2}$  связан со скоростью освобождения энергии (1) выражением

$$K^2 = \frac{G E_3}{1 - \nu_1^2}. \quad (5)$$

Практика расчетов показывает, что при определении КИН прямыми методами предпочтение следует отдавать методу перемещений, поскольку градиент напряжений у вершины отслоения велик, в то вре-

мя как перемещения берегов отслоения изменяются плавно по мере удаления от вершины.

В полярной системе координат с началом в вершине отслоения (см. рис. 3) асимптотика перемещений при  $\theta = \pi$  имеет вид [14]

$$u_y(r) + iu_x(r) = \frac{A(K_I + iK_{II})}{2(1 + 2i\beta)ch(\pi\beta)} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}, \quad (6)$$

где

$$A = 4 \left( \frac{1 - \nu_1}{\mu_1} + \frac{1 - \nu_2}{\mu_2} \right).$$

Для рассмотренных выше условий задачи: абсолютно жесткий корпус ( $\mu_2 \rightarrow \infty, \beta \rightarrow 0$ ), гиперупругий материал заряда ( $\nu_1 \rightarrow 0,5$ ), при стационарном температурном нагружении РДТТ выражение (6) приводится к виду

$$u_y(r) + iu_x(r) = \frac{2(1 - \nu_1)(K_I + iK_{II})}{\mu_1} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} + \alpha\Delta T(y + ix), \quad (7)$$

где  $x, y$  – локальные декартовы координаты с началом в вершине отслоения (см. рис. 3).

Используя прием Черепанова – Ирвина, при помощи соотношений (1) и (5) легко получаем условия локальной устойчивости или неустойчивости равновесия вершины раскрепления заряда от корпуса. Условие устойчивости равновесия сводится к следующему:

$$G = G_c, \quad \frac{\partial G}{\partial S} < 0. \quad (8)$$

После достижения предельного состояния равновесия режим развития отслоения становится динамическим при выполнении неравенства

$$G = G_c, \quad \frac{\partial G}{\partial S} > 0. \quad (9)$$

Используя соотношения (8) и (9) совместно с анализом изменения скорости выделения энергии деформации для различных вариантов протяженности раскреплений заряда от корпуса, можно давать эффективные оценки устойчивости вершины манжетного раскрепления.

Так, например, если для некоторой протяженности раскрепления заряда от корпуса (точка  $a$ , см. рис. 4,  $a$ ) достигается предельное состояние равновесия заряда у вершины ЗМР, то, в соответствии с условием (9), произойдет динамическое развитие отслоения, по крайней мере до точки  $b$ , где выполнится условие (8) и отслоение перейдет в устойчивое состояние. Аналогичные рассуждения справедливы и при раскреплении заряда шарообразной формы от корпуса (см. рис. 5). В случае полосовой схемы крепления заряда к корпусу (см. рис. 6) картина иная. Для развития отслоения теперь потребуется непрерывное увеличение нагрузки, и, в соответствии с условием (8), динамического развития отслоения ожидать не следует вплоть до углов скрепления заряда с корпусом  $< 9^\circ$ .

В качестве примера расчета поля напряжений у вершины замка манжетного раскрепления обратимся к задаче, показанной на рис. 3. Решение задачи рассматривалось для случая  $E_3/E_{ТЗП} = 1,0$ ;  $\delta = 1,0$ . При этом коэффициенты интенсивности напряжений определялись по зависимостям (7).

Результаты расчетов представлены на рис. 7 в виде линий уровней равных отрывных (радиальных) напряжений  $\bar{\sigma}_y(r, \theta)$ , которые получены по второй из зависимостей (4).

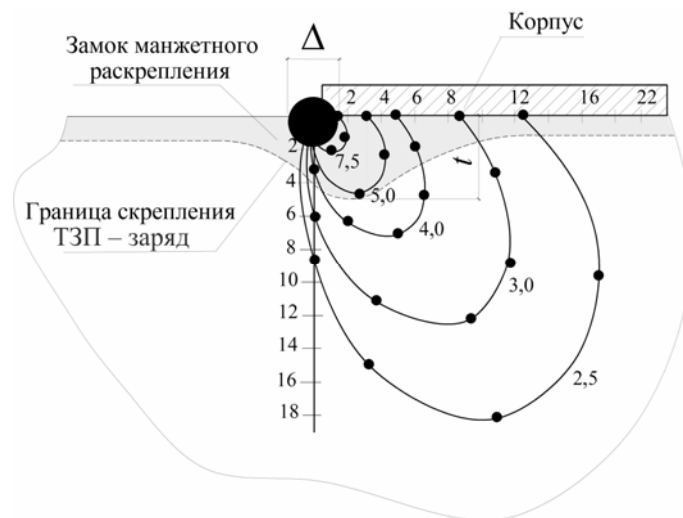


Рис. 7. Линии уровней нормированных значений отрывных напряжений у вершины отслоения

При оценках запасов прочности в зоне скрепления заряда с корпусом, как правило, используется силовой критерий прочности. Если предположить, что допускаемое напряжение для смесового ракетного твердого топлива (СРТТ) соответствует значению пятой линии уровня, то толщина  $t$  ТЗП у замка манжетного раскрепления (см. рис. 7) определяется при выборе конфигурации ЗМР. При этом геометрия замка может выбираться из технологических либо из других соображений, однако массив замка должен включать в себя линию уровня напряжения, соответствующую величине допускаемого напряжения.

Проведенный анализ построен на базе оценочных, проектировочных расчетов. Учет реальных свойств СРТТ, осуществляемый нами в рамках уточненных расчетов, показывает, что если иметь в виду учет вязкоупругих свойств материала заряда в представлении Ю.Н. Работнова [2] как развитие теории наследственности Л. Больцмана и В. Вольтерра, то представленные выше схемно-технические решения остаются в силе. Учет физической нелинейности также не приводит к изменению характера механического поведения заряда для вариантов МР, однако становится, безусловно, важным при оценках запасов прочности РДТТ, поскольку имеет место перераспределение напряженно-деформированного состояния заряда в зонах массива у концентраторов.

В приведенных выше исследованиях использование асимптотических методов анализа совместно со структурным методом МКЭ показано на примере термосилового нагружения как одного из расчетных случаев. Вместе с тем практика расчетов деформирования зарядов РДТТ показывает, что изложенный подход может быть с успехом использован и для основных расчетных случаев, когда реализуются основные и характерные типы нагрузок на РДТТ.

### **Заключение**

На базе проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предложена и реализована методика обоснования выбора рациональных вариантов конструктивных элементов системы заряд – корпус РДТТ, аккумулирующая в себе сочетание метода общего структурного анализа деформирования заряда и методов механики разрушения для уточнения распределения НДС вблизи концентраторов напряжений.

2. Показано, что:

– при частичном раскреплении заряда от корпуса эллиптического нависающего торца канального заряда наибольший уровень напряженного состояния достигается у ЗМР при доле раскрепления в диапазоне  $\sim 0,35-0,4$  от его полного скрепления. При этом концентрация напряжений у ЗМР, при прочих равных условиях, увеличивается более чем в 2,5 раза по сравнению с вариантом его полного раскрепления.

– при возникновении критической ситуации – силового отслоения у ЗМР при частичном раскреплении эллиптического нависающего торца канального заряда от корпуса – вероятно динамическое развитие отслоения. Величина отслоения зависит от доли частичного раскрепления и предельных механических характеристик заряда;

– при возникновении критической ситуации – силового отслоения у ЗМР при полосовых схемах крепления заряда к корпусу – динамического развития отслоения ожидать не следует. Условием продвижения отслоения является непрерывное увеличение нагрузки.

3. С точки зрения реализации минимальных значений НДС у замка манжетного раскрепления и минимальных значений кольцевых деформаций на канале заряда наиболее рациональным вариантом является раскрепление эллиптического нависающего торца заряда от корпуса до его выхода на цилиндрическую часть.

4. С точки зрения реализации минимальных значений НДС у замка манжетного раскрепления при трехполосовой схеме крепления заряда к корпусу наиболее рациональным вариантом является доля скрепления по углу  $\sim 18^\circ$ .

5. Результаты проведенных исследований указывают на потенциальную пригодность методики выбора рациональных вариантов конструктивных элементов зарядов РДТТ, базирующейся на совместном использовании асимптотических методов анализа и метода конечных элементов, позволяющей решать широкий круг задач о прочности и устойчивости зарядов ракетных двигателей на твердом топливе.

### **Библиографический список**

1. Фахрутдинов И.Х., Котельников А.В. Конструкция и проектирование ракетных двигателей твердого топлива. – М.: Машиностроение, 1987. – 328 с.



2. Казанцев В.Г., Жаринов Ю.Б., Карпутин М.П. Динамика и прочность ракетных двигателей на твердом топливе. – Бийск: Изд-во Алтай. гос. техн. ун-та им. И.И. Ползунова, 2014. – 379 с.

3. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

4. Райс Дж. Математические методы в механике разрушения // Математические основы теории разрушения: пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – Т. 2. – С. 204–335.

5. Bowie O.L., Neal D.M. The effective crack length of an edge notch in a semi-infinite sheet under tension // International Journal of Fracture Mechanics. – 1967. – Vol. 3, № 2. – P. 111–119.

6. Казанцев В.Г., Мишичев А.И. Конечно-элементный анализ поля напряжений в окрестности трещин прямыми и энергетическим методами // Прикладная механика. – 1982. – Т. 18, № 3. – С. 77–81.

7. Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A. – 1920. – Vol. 221. – P. 35–38.

8. Морозов Е.М., Никишков Г.П. Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука, 1980. – 254 с.

9. Аликин В.Н., Милехин Ю.М., Пак З.П. Методы математического моделирования для исследования зарядов твердого топлива. – М.: Химия, 2003. – 214 с.

10. Казанцев В.Г. Метод конечных и граничных элементов в механике твердого тела. – Бийск: Изд-во Алтай. гос. техн. ун-та им. И.И. Ползунова, 2010. – 206 с.

11. Перельмутер М.Н. Анализ напряженного состояния в концевой области трещин на границе раздела материалов методом граничных элементов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, № 4. – С. 415–426.

12. Goldstein R.V., Perelmuter M.N. Modeling of bonding at an interface crack // International Journal of Fracture. – 1999. – Vol. 99, № 1–2. – P. 53–79.

13. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 216 с.

14. Rice J.R. Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks // Journal of Applied Mechanics. – 1988. – Vol. 55. – P. 98–103.

## References

1. Fakhrutdinov I.Kh., Kotelnikov A.V. Konstruktsiya i proektirovanie raketnykh dvigateley tverdogo topliva [Construction and designing of solid propellant rocket motors]. Moscow: Mashinostroenie, 1987. 328 p.
2. Kazantsev V.G., Zharinov Yu.B., Karputin M.P. Dinamika i prochnost raketnykh dvigateley na tverdom toplive [Dynamics and strength of solid propellant rocket motors]. Biysk: Altayskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet imeni I.I. Polzunova, 2014. 379 p.
3. Cherepanov G.P. Mekhanika khрупkogo razrusheniya [Mechanics of brittle fracture]. Moscow: Nauka, 1974. 640 p.
4. Rice J. Matematicheskie metody v mekhanike razrusheniya [Mathematical methods in fracture mechanics]. *Matematicheskie osnovy teorii razrusheniya*. Moscow: Mir, 1975. Vol. 2, pp. 204-335.
5. Bowie O.L., Neal D.M. The effective crack length of an edge notch in a semi-infinite sheet under tension. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1967, vol. 3, no. 2, pp. 111-119.
6. Kazantsev V.G., Mishichev A.I. Konechnoelementnyy analiz polya napryazheniy v okrestnosti treshchin pryamymi i energeticheskim metodami [Finite element analysis of stress in the vicinity of cracks by direct and energy methods]. *Prikladnaya Mekhanika*, 1982, vol. 18, no. 3, pp. 77-81.
7. Griffith A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. Roy. Soc., ser. A*, 1920, vol. 221, pp. 35-38.
8. Morozov E.M., Nikishkov G.P. Metod konechnykh elementov v mekhanike razrusheniya [Finite element method in fracture mechanics]. Moscow: Nauka, 1980. 254 p.
9. Alikin V.N., Milekhin Yu.M., Pak Z.P. Metody matematicheskogo modelirovaniya dlya issledovaniya zaryadov tverdogo topliva [Mathematical modeling methods to study solid propellant grains]. Moscow: Khimiya, 2003. 214 p.
10. Kazantsev V.G. Metod konechnykh i granichnykh elementov v mekhanike tverdogo tela [Finite and boundary element method in solid mechanics]. Biysk: Altayskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet imeni I.I. Polzunova, 2010. 206 p.
11. Perelmuter M.N. Analiz napryazhennogo sostoyaniya v kontsevoy oblasti treshchin na granitse razdela materialov metodom granichnykh elementov [Stress state analysis at an interface crack tip by boundary element

method]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred*, 2012, vol. 5, no. 4, pp. 415-426.

12. Goldstein R.V., Perelmuter M.N. Modeling of bonding at an interface crack. *International Journal of Fracture*, 1999, vol. 99, no. 1-2, pp. 53-79.

13. Muskhelishvili N.I. *Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti [Some main problems of elastic mathematical theory]*. Moscow: Nauka, 1966. 216 p.

14. Rice J.R. Elastic fracture mechanics concepts for interfacial cracks. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, vol. 55, pp. 98-103.

### Об авторах

**Казанцев Владимир Георгиевич** (Бийск, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Ракетные двигатели и высокоэнергетические устройства автоматических систем», заведующий кафедрой «Техническая механика» Бийского технологического института (филиала) ФГОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» (659305, г. Бийск, ул. Трофимова, д. 27, e-mail: wts-01@mail.ru).

**Карпутин Максим Петрович** (Бийск, Россия) – аспирант кафедры «Техническая механика» Бийского технологического института (филиала) ФГОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» (659305, г. Бийск, ул. Трофимова, д. 27, e-mail: mkarputin@mail.ru).

### About the authors

**Vladimir G. Kazantsev** (Biysk, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Rocket Engine and High-Energy Device of Automatic Systems, Head of Department Engineering Mechanics, Biysk Technological Institute (27, Trofimova st., Biysk, 659305, Russian Federation, e-mail: wts-01@mail.ru).

**Maxim P. Karputin** (Biysk, Russian Federation) – Doctoral Student, Department of Engineering Mechanics, Biysk Technological Institute (27, Trofimova st., Biysk, 659305, Russian Federation, e-mail: mkarputin@mail.ru).

Получено 2.03.2015