

И.А. Есипенко, Г.Л. Колмогоров, В.И. Кычкин

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ДОРОЖНОЙ ОДЕЖДЫ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЕНИЯ ПРИВЕДЕННЫХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

Рассмотрен процесс свободных затухающих колебаний дорожной одежды. Для описания свойств материала использована вязкоупругая модель Фойгта. С помощью метода конечных разностей построены рекуррентные определяющие соотношения. Представлена графическая информация по результатам вычислительного эксперимента. Показано влияние физико-механических свойств материала на характеристики колебательного процесса.

Ключевые слова: дорожная одежда, свободные колебания, метод конечных разностей, собственная частота колебаний.

I.A. Esipenko, G.L. Kolmogorov, V.I. Kychkin

Perm National Research Polytechnic University,
Perm, Russian Federation

NUMERICAL MODELLING OF PAVEMENT VIBRATION TAKING INTO ACCOUNT CHANGE OF PHYSICOMECHANICAL MATERIAL PROPERTIES

The free damped vibration process of pavement is considered. Foygt's viscoelastic model for material properties description is used. The recurrence relations by means the finite differences method are constructed. Graphic information on results of computing experiment is provided. Influence of physic mechanical properties of a material on oscillating process characteristics is shown.

Keywords: pavement, free vibration, the finite differences method, free frequency.

Важнейшими задачами в рамках развития автомобильного транспорта являются снижение издержек в экономике его инфраструктуры, повышение доступности предоставляемых услуг комплекса, устойчивое повышение конкурентоспособности, а также реализация транзитного потенциала государства. Такая ситуация является достаточно общей для мирового сообщества, о чем информируют материалы конференции по дорожным и аэродромным покрытиям, которая была организована американским обществом гражданских инженеров (ASCE) с 9 по 12 июня 2013 г. в Лос-Анджелесе [1]. Анализ материа-

лов позволяет сделать выводы о том, что проблемы проектирования, создания, обустройства, ремонта, содержания автомобильных дорог еще далеки от приемлемых решений. Остается широкий круг вопросов в области теоретических исследований и прогнозирования изменения технического состояния дорожных конструкций в процессе эксплуатации [2].

Авторы статьи обращают внимание на обстоятельство, касающееся технологий перехода от существующих методов контроля и диагностики дорог¹ не просто к автоматизации ранее разработанных процедур, а к возможностям применения исключительно современных технических решений и к новому осмыслению целей и путей их достижения. Примером такого подхода является практика создания интеллектуальных платформ, предназначенных для оперативного мониторинга [3]. Информация об изменениях, возникающих в дорожной конструкции в процессе эксплуатации, должна определить структуру и характер проектных, диагностических и ремонтных работ. Очевидно, что деградации свойств дорожной конструкции при эксплуатации без учета восстановительных и ремонтных работ сложно противостоять, а порой и невозможно. Однако временные этапы, в которых негативные изменения показателей достигают критических значений, с определенной степенью достоверности прогнозировать возможно. Для этого нужно располагать соответствующей базой данных – трендами распределения этих параметров на основе экспериментально осуществленных технологических воздействий и математического моделирования процессов [4].

Исследования авторов показали, что наиболее эффективным направлением является оценка деформационно-прочностных характеристик асфальтобетонных слоев дорожных одежд. Получение и анализ временных, частотных и корреляционных функций параметров, определяющих количественные оценки технического состояния дороги и позволяющих принимать соответствующие решения с определенной степенью риска, являются приоритетными [5]. Метод имитационного моделирования динамического напряженно-деформированного состояния дорожной одежды может быть не только средством эффективного проектирования конструкции дороги и назначения ремонтных

¹ ОДН 218.0.006–2002. Правила диагностики и оценки состояния автомобильных дорог. Взамен ВСН 6–90; введ. 03.10.2002. № ИС–840–р. 196 с.

воздействий на нее, но и средством повышения качества диагностических процедур при эксплуатации.

Целью работы является: способ оценки состояния напряженно-деформированного состояния покрытия автомобильных дорог на основе расчета параметров колебаний (амплитудно-временные функции, амплитудно-частотные функции) динамической системы с учетом изменения физико-механических характеристик материала.

Объектом моделирования является автомобильная дорога. При движении колес автотранспортного средства (АТС) по автомобильной дороге «активная зона» дорожной одежды, расчетная схема которой приведена на рис. 1, деформируется.

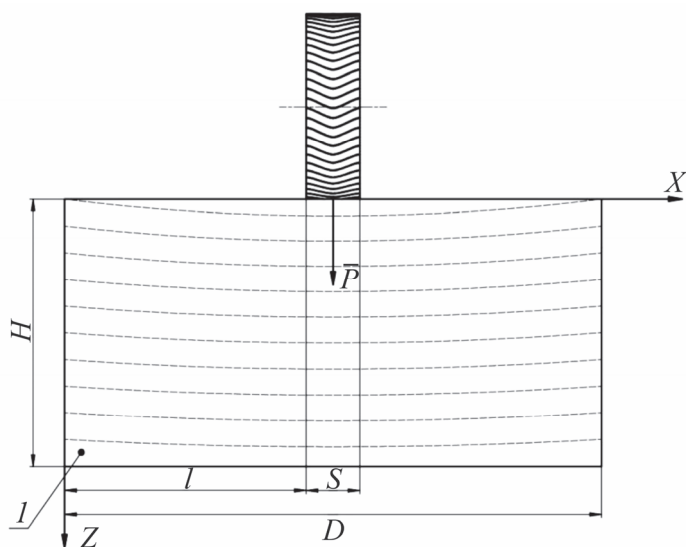


Рис. 1. Расчетная схема: l – активная масса; H – толщина «активной зоны»; D – длина «активной зоны»; l – расстояние от края «активной зоны» до места действия нагрузки (пятна контакта); s – диаметр пятна контакта; $\bar{P}$ – нагрузка

После проезда колеса транспортного средства «активная масса» дорожной одежды совершает колебательное движение. Рассматривается плоская модель дорожной конструкции (поперечное сечение) в режиме свободных колебаний после действия движущейся нагрузки. Динамическое равновесие вязкоупругого деформируемого твердого тела (в рамках гипотезы о малых деформациях) описывается системой уравнений [6]:

– равновесия

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \end{cases} \quad (1)$$

– геометрических

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \\ \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \epsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right); \end{cases} \quad (2)$$

– физических

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = (\lambda + 2G)\epsilon_{xx} + \lambda\epsilon_{zz} + (\xi + 2\eta)\frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial t} + \xi\frac{\partial \epsilon_{zz}}{\partial t}; \\ \sigma_{zz} = (\lambda + 2G)\epsilon_{zz} + \lambda\epsilon_{xx} + (\xi + 2\eta)\frac{\partial \epsilon_{zz}}{\partial t} + \xi\frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial t}; \\ \sigma_{xz} = 2G\epsilon_{xz} + 2\eta\frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial t}. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь σ_{ij} и ϵ_{ij} – тензоры напряжений и малых деформаций; u и w – перемещения вдоль координатных осей; ρ – плотность материала; λ и G – коэффициенты Ламе; ξ и η – коэффициенты вязкости.

Для описания связи между напряжениями и деформациями с учетом демпфирования использована вязкоупругая модель Кельвина – Фойгта.

Отношение коэффициентов вязкости принимаем в соответствии с (4):

$$\frac{\xi}{\eta} = \frac{\lambda}{G}. \quad (4)$$

Вводим обозначение для отношения коэффициентов упругости к коэффициентам вязкости [7], этот коэффициент запишем в виде

$$\frac{\xi}{\lambda} = \frac{\eta}{G} = \frac{\xi + 2\eta}{\lambda + 2G} = \theta. \quad (5)$$

С учетом (5) подставим геометрические соотношения (3) в физические (2), затем в уравнения равновесия (1), получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\lambda + 2G) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \theta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \right) + (\lambda + G) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + \theta \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial z \partial t} \right) + \\ \quad + G \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \theta \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} \right) = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ (\lambda + 2G) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \theta \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial t} \right) + (\lambda + G) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \theta \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial z \partial t} \right) + \\ \quad + G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \theta \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right) = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \end{array} \right. \quad (6)$$

Полученные соотношения (6) являются уравнениями Ламе с учетом вязкоупругих свойств материала среды.

Данная задача имеет смешанные граничные условия, а именно:

– кинематические

$$\begin{aligned} u|_{x=0} &= 0; \quad u|_{x=D} = 0; \quad u|_{z=H} = 0; \\ w|_{x=0} &= 0; \quad w|_{x=D} = 0; \quad w|_{z=H} = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

– силовые

$$\sigma_{xz}|_{z=0} = 0; \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0. \quad (8)$$

Также для решения поставленной задачи требуются начальные условия:

$$u|_{t=0} = U_0; \quad w|_{t=0} = W_0. \quad (9)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (6) при заданных граничных (7), (8) и начальных (9) условиях, с учетом различных физико-механических характеристик слоев дорожной одежды, выполним с помощью численного метода конечных разностей.

Представим реализацию разностной схемы в три этапа [8]. На первом этапе заменяем область непрерывного изменения аргумента областью его дискретного изменения. На втором этапе заменяем дифференциальные операторы разностными. На третьем этапе формулируем разностный аналог для граничных условий и для начальных данных.

В уравнениях (6) присутствуют два независимых аргумента по координате и аргумент по времени. Координатную плоскость XOZ представим сеткой с шагом $h_x = h_z = h$. Шаг по времени принимаем τ (рис. 2).

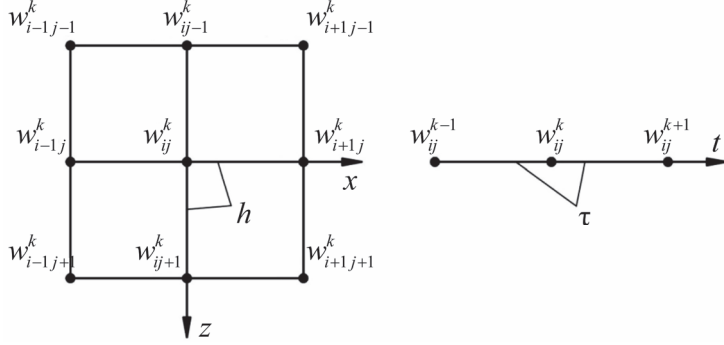


Рис. 2. Дискретизация координатной и временной областей

Заменим дифференциальные операторы разностными:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{u_{ij}^{k+1} - 2u_{ij}^k + u_{ij}^{k-1}}{\tau^2}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{w_{ij}^{k+1} - 2w_{ij}^k + w_{ij}^{k-1}}{\tau^2}, \\
 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{u_{i+1,j}^k - 2u_{ij}^k + u_{i-1,j}^k}{h^2}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{w_{ij+1}^k - 2w_{ij}^k + w_{ij-1}^k}{h^2}, \\
 \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} &= \frac{(u_{i+1,j}^k - 2u_{ij}^k + u_{i-1,j}^k) - (u_{i+1,j}^{k-1} - 2u_{ij}^{k-1} + u_{i-1,j}^{k-1})}{h^2 \tau}, \\
 \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial t} &= \frac{(w_{ij+1}^k - 2w_{ij}^k + w_{ij-1}^k) - (w_{ij+1}^{k-1} - 2w_{ij}^{k-1} + w_{ij-1}^{k-1})}{h^2 \tau}, \\
 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} &= \frac{u_{i+1,j+1}^k + u_{i-1,j-1}^k - u_{i+1,j-1}^k - u_{i-1,j+1}^k}{4h^2}, \\
 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} &= \frac{w_{i+1,j+1}^k + w_{i-1,j-1}^k - w_{i+1,j-1}^k - w_{i-1,j+1}^k}{4h^2}, \\
 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial z \partial t} &= \\
 &= \frac{(u_{i+1,j+1}^k + u_{i-1,j-1}^k - u_{i+1,j-1}^k - u_{i-1,j+1}^k) - (u_{i+1,j+1}^{k-1} + u_{i-1,j-1}^{k-1} - u_{i+1,j-1}^{k-1} - u_{i-1,j+1}^{k-1})}{4h^2 \tau}, \\
 \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial z \partial t} &= \\
 &= \frac{(w_{i+1,j+1}^k + w_{i-1,j-1}^k - w_{i+1,j-1}^k - w_{i-1,j+1}^k) - (w_{i+1,j+1}^{k-1} + w_{i-1,j-1}^{k-1} - w_{i+1,j-1}^{k-1} - w_{i-1,j+1}^{k-1})}{4h^2 \tau},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{u_{ij+1}^k - 2u_{ij}^k + u_{ij-1}^k}{h^2}; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = (w_{(i+1)j}^k - 2w_{ij}^k + w_{(i-1)j}^k) / h^2; \\
\frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} &= \frac{(u_{ij+1}^k - 2u_{ij}^k + u_{ij-1}^k) - (u_{ij+1}^{k-1} - 2u_{ij}^{k-1} + u_{ij-1}^{k-1})}{h^2 \tau}; \\
\frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} &= \frac{(w_{i+1j}^k - 2w_{ij}^k + w_{i-1j}^k) - (w_{i+1j}^{k-1} - 2w_{ij}^{k-1} + w_{i-1j}^{k-1})}{h^2 \tau}.
\end{aligned} \tag{10}$$

После подстановки (10) в (6) получаем рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned}
u_{ij}^{k+1} &= 2u_{ij}^k - u_{ij}^{k-1} + \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 (\lambda + 2G) [u_{i+1j}^k - 2u_{ij}^k + u_{i-1j}^k]}{\rho h^2} + \\
&+ \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 (\lambda + G) [w_{i+1j+1}^k + w_{i-1j-1}^k - w_{i+1j-1}^k - w_{i-1j+1}^k]}{4\rho h^2} + \\
&+ \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 G [u_{ij+1}^k - 2u_{ij}^k + u_{ij-1}^k]}{\rho h^2} - \\
&- \frac{A_\eta \tau^2 (\lambda + 2G) [u_{i+1j}^{k-1} - 2u_{ij}^{k-1} + u_{i-1j}^{k-1}]}{\rho h^2} - \\
&- \frac{A_\eta \tau^2 (\lambda + G) [w_{i+1j+1}^{k-1} + w_{i-1j-1}^{k-1} - w_{i+1j-1}^{k-1} - w_{i-1j+1}^{k-1}]}{4\rho h^2} - \\
&- \frac{A_\eta \tau^2 G [u_{ij+1}^{k-1} - 2u_{ij}^{k-1} + u_{ij-1}^{k-1}]}{\rho h^2}; \\
w_{ij}^{k+1} &= 2w_{ij}^k - w_{ij}^{k-1} + \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 (\lambda + 2G) [w_{ij+1}^k - 2w_{ij}^k + w_{ij-1}^k]}{\rho h^2} + \\
&+ \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 (\lambda + G) [u_{i+1j+1}^k + u_{i-1j-1}^k - u_{i+1j-1}^k - u_{i-1j+1}^k]}{4\rho h^2} + \\
&+ \frac{(1 + A_\eta) \tau^2 G [w_{i+1j}^k - 2w_{ij}^k + w_{i-1j}^k]}{\rho h^2} - \\
&- \frac{A_\eta \tau^2 (\lambda + 2G) [w_{ij+1}^{k-1} - 2w_{ij}^{k-1} + w_{ij-1}^{k-1}]}{\rho h^2} - \\
&- \frac{A_\eta \tau^2 (\lambda + G) [u_{i+1j+1}^{k-1} + u_{i-1j-1}^{k-1} - u_{i+1j-1}^{k-1} - u_{i-1j+1}^{k-1}]}{4\rho h^2}
\end{aligned} \tag{11}$$

$$-\frac{A_{\eta}\tau^2 G[w_{i+1j}^{k-1}-2w_{ij}^{k-1}+w_{i-1j}^{k-1}]}{\rho h^2}.$$

$$A_{\eta}=\frac{\eta}{\tau \cdot G}, \quad \lambda=\frac{\mu \cdot E}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \quad G=\frac{E}{2(1+\mu)},$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; η – коэффициент динамической вязкости.

Рекуррентные соотношения (11) являются конечно-разностным аналогом уравнений (6).

Полученная схема устойчива при выполнении условия

$$\tau \leq \sqrt{\frac{\eta^2}{G^2} + \frac{\rho h^2}{(\lambda + 3G)}} - \frac{1}{G}. \quad (12)$$

Для удовлетворения кинематических граничных условий введем законтурные узлы, перемещения u и w в которых будут равны нулю.

Для свободного края $z = 0$ имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}|_{z=0} &= \frac{G[u_{ij}^{k+1} - u_{ij-1}^{k+1}]}{h} + \frac{G[w_{i+1j}^{k+1} - w_{i-1j}^{k+1}]}{2h} = 0; \\ \sigma_{zz}|_{z=0} &= \frac{(\lambda + 2G)[w_{ij}^{k+1} - w_{ij-1}^{k+1}]}{h} + \frac{\lambda[u_{i+1j}^{k+1} - u_{i-1j}^{k+1}]}{2h} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Перепишем рекуррентные соотношения для фиктивного слоя $j - 1$ (14) с учетом (13):

$$\begin{aligned} u_{ij-1}^{k+1} &= u_{ij}^{k+1} + \frac{1}{2}[w_{i+1j}^{k+1} - w_{i-1j}^{k+1}]; \\ w_{ij-1}^{k+1} &= w_{ij}^{k+1} + \frac{\lambda}{2(\lambda + 2G)}[u_{i+1j}^{k+1} - u_{i-1j}^{k+1}]. \end{aligned} \quad (14)$$

Основное достоинство описанной вычислительной процедуры состоит в том, что фактически не нужно решать совместно систему уравнений. На каждом временном шаге решаются отдельные уравнения с одним неизвестным на верхнем временном слое u_{ij}^{k+1} и w_{ij}^{k+1} .

Для решения задачи нужно задать начальные условия деформированной дорожной одежды в два первоначальных момента времени $k - 1$ и k . Начальные условия можно получить, решая задачу статического равновесия упругого деформируемого твердого тела [7]:

$$\begin{cases} (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} + G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \\ (\lambda + 2G) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + G \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \end{cases} \quad (15)$$

с граничными условиями:

– кинематическими:

$$\begin{aligned} u|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=D} = 0; \quad u|_{z=H} = 0; \\ w|_{x=0} = 0; \quad w|_{x=D} = 0; \quad w|_{z=H} = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

– силовыми

$$\sigma_{xz}|_{z=0} = 0; \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0; \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = \frac{P}{hs}; \quad \sigma_{zz}|_{z=0} = 0. \quad (17)$$

Данная задача (15)–(17) решается методом конечных разностей с использованием итерационной схемы Либмана [9]. Соотношения для внутренних узлов выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{ij}^{n+1} &= \frac{(\lambda + 2G)[u_{i+1j}^n + u_{i-1j}^n]}{2(\lambda + 3G)} + \\ &+ \frac{(\lambda + G)[w_{i+1j+1}^n + w_{i-1j-1}^n - w_{i-1j+1}^n - w_{i+1j-1}^n]}{8(\lambda + 3G)} + \frac{G[u_{ij+1}^n + u_{ij-1}^n]}{2(\lambda + 3G)}, \\ w_{ij}^{n+1} &= \frac{(\lambda + 2G)[w_{ij+1}^n + w_{ij-1}^n]}{2(\lambda + 3G)} + \\ &+ \frac{(\lambda + G)[u_{i+1j+1}^{n+1} + u_{i-1j-1}^{n+1} - u_{i-1j+1}^{n+1} - u_{i+1j-1}^{n+1}]}{8(\lambda + 3G)} + \frac{G[w_{i+1j}^n + w_{i-1j}^n]}{2(\lambda + 3G)}, \end{aligned} \quad (18)$$

где n – номер итерационного слоя.

Для удовлетворения кинематических граничных условий введем законтурные узлы, перемещения u и w в которых будут равны нулю. Для края $z = 0$ также введем законтурные узлы, в которых обеспечим выполнение силовых граничных условий (17).

$$\begin{aligned} u_{ij-1}^{n+1} &= u_{ij}^{n+1} + \frac{1}{2}[w_{i+1j}^{n+1} - w_{i-1j}^{n+1}], \quad \text{при } x \in [0, D]; \\ w_{ij-1}^{n+1} &= w_{ij}^{n+1} + \frac{\lambda}{2(\lambda + 2G)}[u_{i+1j}^{n+1} - u_{i-1j}^{n+1}], \quad \text{при } x \in [0, l] \cup [l + s, D]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$w_{ij-1}^{n+1} = w_{ij}^{n+1} + \frac{\lambda}{2(\lambda + 2G)} [u_{i+1j}^{n+1} - u_{i-1j}^{n+1}] + \frac{P}{(\lambda + 2G)s}, \text{ при } x \in [l, l + s].$$

Итерационный процесс вычислений по полученным формулам (18), (19) ведется до тех пор, пока для двух «соседних» итераций n и $n + 1$ не выполняются условия:

$$\frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{u_{ij}^{n+1}} \leq \varepsilon; \quad \frac{w_{ij}^{n+1} - w_{ij}^n}{w_{ij}^{n+1}} \leq \varepsilon, \quad (20)$$

где $\varepsilon > 0$ – малое число.

Для решения статической и динамической задач была написана программа на языке Delphi. В качестве вычислительного эксперимента была принята дорожная одежда с параметрами: геометрические характеристики $D = 2$ м, $H = 1$ м, $l = 0,85$ м, $s = 0,3$ м, шаг по координате $h = 0,1$ м, шаг по времени $\tau = 10^{-4}$ с, нагрузка $P = 10^4$ Н. Начальные условия для момента времени $k = 2$ берутся из решения задачи статического равновесия, а для момента времени $k = 1$ – «нулевые». $E = 300$ МПа, $\mu = 0,3$, $\rho = 1500$ кг/м³, $\eta = 5000$ Па·с.

На рис. 3 показана амплитудно-временная характеристика (АВХ) вертикального перемещения $w \Big|_{x=\frac{D}{2}}^{z=0}$ после проезда колеса автотранс-

портного средства. За время колебаний 0,09 с затухание процесса происходит за 12 периодов при снижении амплитуды в 5 раз.

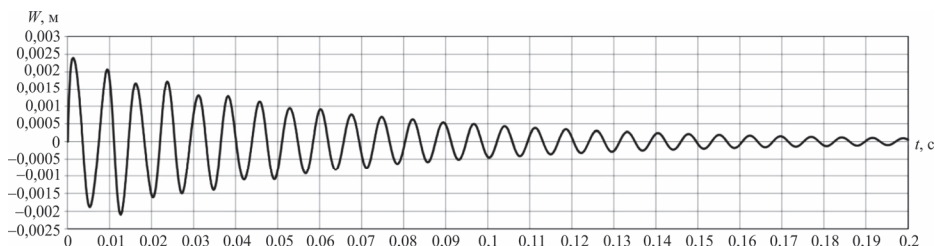


Рис. 3. АВХ вертикального перемещения в расчетной точке

На рис. 4 показана АВХ напряжения $\sigma_{zz} \Big|_{x=\frac{D}{2}}^{z=0}$.

Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) перемещений и напряжений в расчетной точке приведены на рис. 5. По результатам расчета на АЧХ напряжений наблюдаются всплески амплитуд в диапа-

зоне частот от 100 до 300 Гц. АЧХ напряжений является более чувствительной к собственным частотам колебаний и регистрирует три собственных формы.

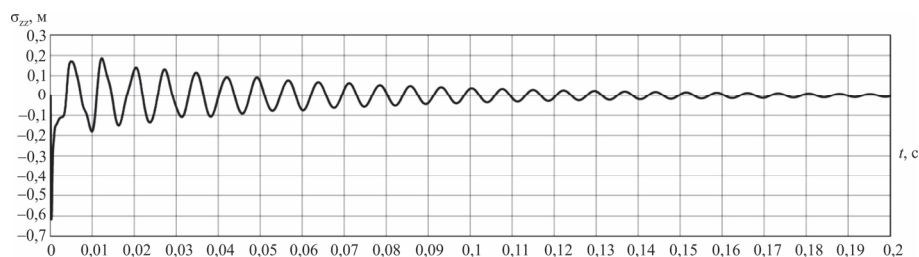


Рис. 4. АЧХ вертикального нормального напряжения в расчетной точке

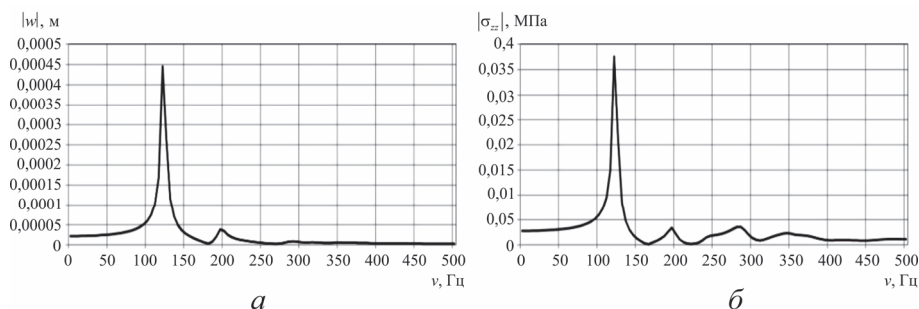


Рис. 5. АЧХ перемещений (а) и напряжений (б) в расчетной точке

Собственные формы колебания верхнего слоя дорожной одежды без учета вязкости при $E = 200$ МПа; $\mu = 0,3$; $\rho = 1500$ кг/м³ приведены на рис. 6. Формы колебаний изменяют амплитудные значения вертикальных перемещений поверхности дорожной конструкции в анализируемой точке. Амплитуда первой формы колебаний на частоте 117 Гц в 4 раза выше, чем амплитуда второй формы на частоте 186 Гц.

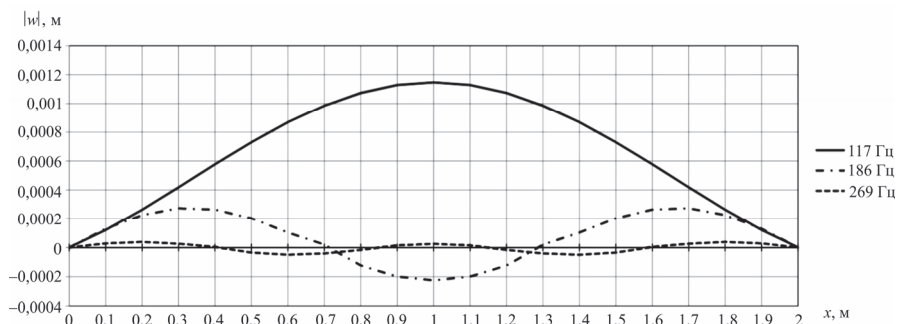


Рис. 6. Собственные формы колебаний поверхности дорожной одежды

Амплитуды перемещений и напряжений в расчетной точке при различных значениях модуля упругости приведена на рис. 7 ($E = 200 \dots 500$ МПа; $\mu = 0,3$; $\rho = 1500$ кг/м³). Изменчивость приведенного модуля упругости существенно влияет на характер АЧХ динамических процессов. С повышением модуля упругости увеличивается собственная частота колебаний по первой форме в диапазоне от 117 до 181 Гц. С ростом модуля упругости амплитуда перемещений уменьшается в 4 раза, а амплитуда напряжений – в 2 раза в заданном диапазоне частот.

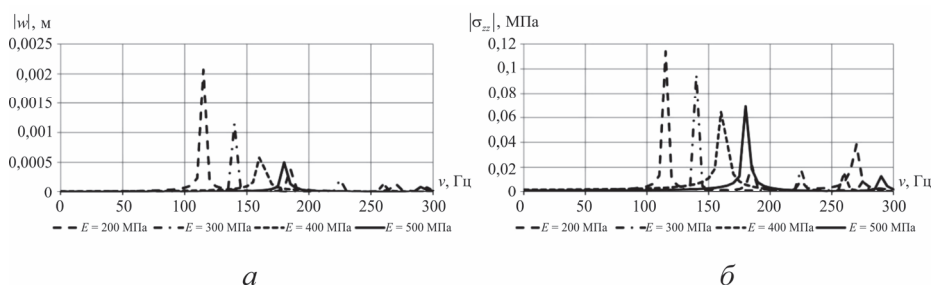


Рис. 7. АЧХ перемещений (*a*) и напряжений (*б*) в расчетной точке при различных значениях модуля упругости

Расчетные амплитуды перемещений и напряжений в расчетной точке при различных значениях коэффициента Пуассона приведены на рис. 8 ($\mu = 0,25 \dots 0,35$; $E = 300$ МПа; $\rho = 1500$ кг/м³). С ростом коэффициента Пуассона собственная частота колебаний по первой форме увеличивается всего на 13 Гц. Изменение коэффициента Пуассона практически не оказывает влияния на изменение частот по второй и третьей формам.

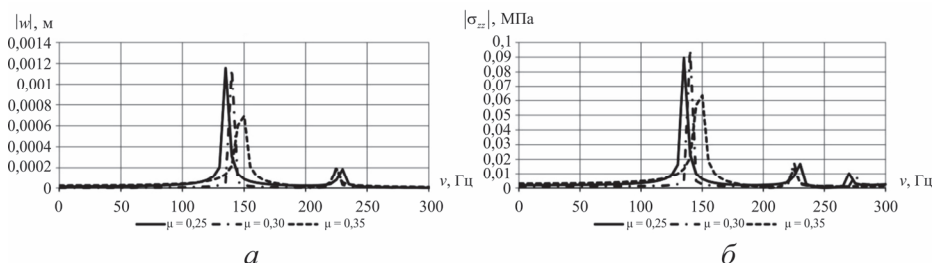


Рис. 8. АЧХ перемещений (*a*) и напряжений (*б*) в расчетной точке при различных значениях коэффициента Пуассона

Амплитуды перемещений и напряжений в расчетной точке при различных значениях плотности приведены на рис. 9 ($\rho = 1000 \dots 2500 \text{ кг/м}^3$; $\mu = 0,3$; $E = 300 \text{ МПа}$). Увеличение плотности материала ведет к росту амплитуд перемещений и напряжений, а также снижает собственные частоты колебаний.

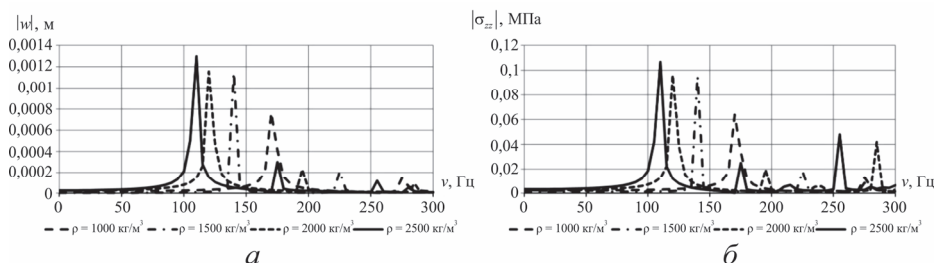


Рис. 9. АЧХ перемещений (а) и напряжений (б) в расчетной точке при различных значениях плотности

Амплитуды перемещений и напряжений в расчетной точке при различных значениях коэффициента динамической вязкости приведены на рис. 10 ($\eta = 100 \dots 10000 \text{ Па} \cdot \text{с}$; $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$; $\mu = 0,3$; $E = 300 \text{ МПа}$). Изменение коэффициента динамической вязкости по результатам вычислений не подтверждает влияние этого параметра на частотные характеристики процесса. Амплитуды по первой форме колебаний снижаются в 6 раз с увеличением коэффициента динамической вязкости.

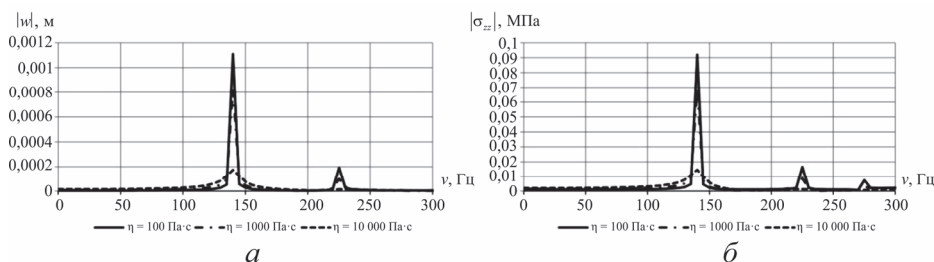


Рис. 10. АЧХ перемещений (а) и напряжений (б) в расчетной точке при различных значениях коэффициента динамической вязкости

На рис. 11 приведены расчетные зависимости частот колебаний по первой, второй и третьей формам колебаний при изменении плотности (а), модуля упругости (б) и коэффициента Пуассона (в). Из рис. 11 видно, что разные гармоники по-разному реагируют на изменчивость физико-механических характеристик, причем высокие гармоники более чувствительны к изменениям.

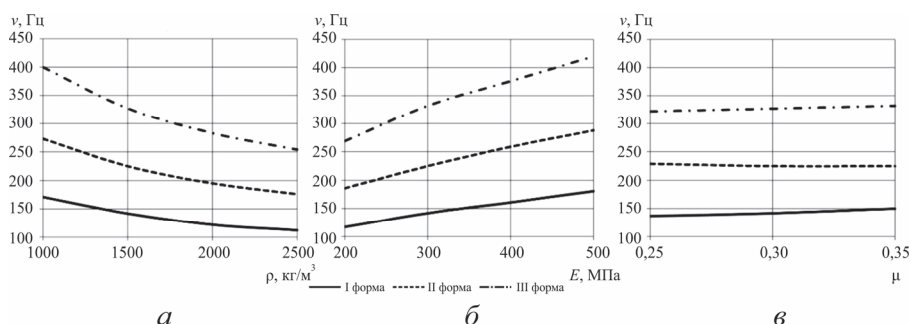


Рис. 11. Собственные частоты колебаний в зависимости от плотности (*а*), модуля упругости (*б*), коэффициента Пуассона (*в*) в расчетной точке

В результате проведенного исследования установлена необходимость проведения непрерывного мониторинга колебательных процессов дорожных одежд как реакции на воздействие движущихся транспортных средств.

На основе классической теории упругости и метода конечных разностей получены определяющие соотношения для моделирования колебательных процессов в дорожной конструкции.

В ходе вычислительного эксперимента установлены амплитудно-временные и амплитудно-частотные характеристики перемещений w и напряжений σ_{zz} в расчетной точке при изменении приведенных физико-механических характеристик материала конструкции. Показано влияние изменения свойств материала на амплитуды и собственные частоты по первой, второй и третьей формам колебаний.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности применять амплитудно-частотные характеристики колебательных процессов в качестве признаков изменения физико-механических свойств материала и для оценки напряженного состояния эксплуатируемых дорожных одежд.

Применение неразрушающих методов контроля информирует специалистов о развитии неблагоприятных событий и критических состояний конструкции. Вибрационный контроль при невысоких затратах, с применением компьютерной программы, при приемлемом быстродействии и оперативности имеет существенные преимущества и может служить дополнением в общей программе диагностики автомобильных дорог.

Список литературы

1. Радовский Б.С. Одежды для дорог и аэродромов // Автомобильные дороги. – 2013. – № 1. – С. 25–27.

2. Мизонов В.В., Тиратурян А.Н. Использование метода «обратного» расчёта при эксплуатации автомобильных дорог // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2011. – № 1. – С. 25–27.
3. Колмогоров Г.Л., Кычкин В.И., Есипенко И.А. Интеллектуализация вибродиагностической лаборатории автомобильных дорог // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Охрана окружающей среды, транспорт, безопасность жизнедеятельности. – 2013. – № 1. – С. 69–77.
4. Смирнов А.В., Илиополов С.К., Александров А.С. Динамическая устойчивость и расчет дорожных конструкций. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2003. – 188 с.
5. Колмогоров Г.Л., Кычкин В.И., Есипенко И.А. Метод конечных разностей в исследовании дорожных одежд при воздействии реальной транспортной нагрузки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2014. – № 1. – С. 69–77.
6. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
7. Маквецов Е.Н. Модели из кубиков. – М.: Сов. радио, 1978. – 192 с.
8. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971. – 552 с.
9. Бояршинов М.Г. Методы вычислительной математики: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 421 с.

References

1. Radovskii B.S. Odezhdy dlia dorog i aerodromov [Surfacing for roads and airfields]. *Avtomobil'nye dorogi*, 2013, no. 1, pp. 25-27.
2. Mizonov V.V., Tiraturian A.N. Ispol'zovanie metoda «obratnogo» rascheta pri ekspluatatsii avtomobil'nykh dorog [Using the method of "reverse" calculation in the operation of highways]. *Nauka i tekhnika v dorozhnoi otrasli*, 2011, no. 1, pp. 25-27.
3. Kolmogorov G.L., Kychkin V.I., Esipenko I.A. Intellekтуализatsiia vibrodiagnosticheskoi laboratorii avtomobil'nykh dorog [Intellectualization vibration diagnostic laboratory highways]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Okhrana okruzhaiushchei sredy, transport, bezopasnost' zhiznedeiatel'nosti*, 2013, no. 1, pp. 69-77.
4. Smirnov A.V., Iliopolov S.K., Aleksandrov A.S. Dinamicheskaiia ustoichivost' i raschet dorozhnykh konstruktsii [Dynamic stability and the calculation of road constructions]. Омск: Sibirskii avtodorozhnyi institut, 2003, 188 p.

5. Kolmogorov G.L., Kychkin V.I., Esipenko I.A. Metod konechnykh raznostei v issledovanii dorozhnykh odezhd pri vozdeistvii real'noi transportnoi nagruzki [The finite difference method in pavement research with real transport loading]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii*, 2014, no. 1, pp. 69-77.

6. Novatskii V. Teoriia uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow: Mir, 1975, 872 p.

7. Makvetsov E.N. Modeli iz kubikov [Models of cubes]. Moscow: Sovetskoe radio, 1978, 192 p.

8. Samarskii A.A. Vvedenie v teoriuu raznostnykh skhem [Introduction to the theory finite difference schemes]. Moscow: Nauka, 1971, 552 p.

9. Boiarshinov M.G. Metody vychislitel'noi matematiki [Methods of computational mathematics]. Perm': Permskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2008, 421 p.

Получено 13.11.2014

Сведения об авторах

Есипенко Иван Александрович (Пермь, Россия) – аспирант кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: eia@rtural.ru).

Колмогоров Герман Леонидович (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры «Динамика и прочность машин» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: dpm@pstu.ru).

Кычкин Владимир Иванович (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры «Автомобили и технологические машины» Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29).

About the authors

Esipenko Ivan Aleksandrovich (Perm, Russian Federation) – Postgraduate Student, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: eia@rtural.ru).

Kolmogorov German Leonidovich (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: dpm@pstu.ru).

Kychkin Vladimir Ivanovich (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Associate Professor, Department of Automobiles and Technological Machines, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russian Federation).