

УДК 531/534: [57+61]

ПЕРИСТАЛЬТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ПАТОЛОГИЧЕСКОЙ ЖЕЛЧИ ПРИ РУБЦОВОМ СТЕНОЗЕ БОЛЬШОГО ДУОДЕНАЛЬНОГО СОСОЧКА

А.Г. Кучумов¹, Ю.И. Няшин¹, В.А. Самарцев², В.А. Гаврилов², Е.В. Иволина¹

¹ Кафедра теоретической механики и биомеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: kuchumov@inbox.ru

² Кафедра общей хирургии Пермского государственного медицинского университета имени академика Е.А. Вагнера, Россия, 614000, Пермь, ул. Куйбышева, 39, e-mail: samarcev-v@mail.ru

Аннотация. Перистальтика – это волнообразное сокращение стенок полых органов (пищевода, желудка, кишечника, мочеточников и т.д.), способствующее продвижению их содержимого. В последнее время перистальтика привлекает большое внимание исследователей из-за важных медицинских применений, таких как движение химуса в кишечнике, перемещение яйцеклетки в маточной трубе, транспорт сперматозоидов, транспорт желчи в желчных протоках, циркуляция крови в мелких кровеносных сосудах. Объектом данного исследования является изучение особенностей перистальтического течения патологической желчи в ампуле фатерова сосочка как трубки с сужающимися стенками. Желчь – это биожидкость, продуцируемая печенью, способствующая перевариванию жиров в двенадцатиперстной кишке. В предыдущих исследованиях было показано, что патологическая желчь является неньютоновской тиксотропной жидкостью. В данной работе представлены результаты решения задачи о перистальтическом течении желчи как жидкости Каро в протоке с сужающимися стенками. С помощью метода возмущений получены аналитические решения для продольной скорости, расхода и давления. Созданная математическая модель может быть использована для изучения такой патологии, как холедохопанкреатический рефлюкс (т.е. патологический заброс пузырной желчи, поступающей из холедоха (общего желчного протока) через ампулу фатерова сосочка, в протоки поджелудочной железы вместо двенадцатиперстной кишки). Получены значения градиента давления, соответствующие условиям возникновения рефлюкса при варьировании амплитуды (φ). При увеличении амплитуды волны перепад давления увеличивается, особенно когда φ превышает 0,7. Величина продольной скорости возрастает при увеличении значения перепада давления. В дальнейшем планируется рассмотреть биомеханическую задачу об установке стента с памятью формы в ампулу фатерова сосочка для лечения холедохопанкреатического рефлюкса.

Ключевые слова: желчь, перистальтика, большой дуоденальный сосочек, рефлюкс, градиент давления.

© Кучумов А.Г., Няшин Ю.И., Самарцев В.А., Гаврилов В.А., Иволина Е.В., 2014

Кучумов Алексей Геннадьевич, к.ф.-м.н., доцент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

Няшин Юрий Иванович, д.т.н., профессор, научный руководитель кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

Самарцев Владимир Аркадьевич, д.м.н., завкафедрой общей хирургии лечебного факультета, Пермь

Гаврилов Василий Александрович, ординатор кафедры общей хирургии лечебного факультета, Пермь

Иволина Елена Вазировна, студент кафедры теоретической механики и биомеханики, Пермь

ВВЕДЕНИЕ

Перистальтика (от греч. *peristaltikós* – обхватывающий и сжимающий) – это волнообразное сокращение стенок полых органов (пищевода, желудка, кишечника, мочеточников и т.д.), способствующее продвижению их содержимого. В последнее время перистальтика привлекает большое внимание исследователей из-за важных медицинских применений, таких как движение химуса в кишечнике, перемещение яйцеклетки в маточной трубе, транспорт сперматозоидов, транспорт желчи в желчных протоках, циркуляция крови в мелких кровеносных сосудах. Первые теоретические и экспериментальные исследования по перистальтике были проведены Летхэмом в 1966 г. [21].

В дальнейшем появилось множество работ по перистальтике химических растворов, суспензии, а также биожидкостей (кровь, моча, желчь и т.д.).

В работе [30] было изучено течение крови в мелких капиллярах и кровеносных сосудах как течение двухслойной жидкости с центральным слоем, моделируемым жидкостью Кассона [29], и периферийным слоем, как ньютоновской жидкости в трубке с переменным сечением при нулевом числе Рейнольдса и длинноволновой аппроксимации. В дальнейшем исследуемая модель была усложнена при рассмотрении пульсирующего течения крови в сосуде со стенозом [30]. Были получены зависимости безразмерного гидравлического сопротивления от размера стеноза при различных значениях гематокрита для моделей с течением одной и двух жидкостей. Похожая модель, но с учётом периодического ускорения тела рассмотрена в работе [27].

В [18] было изучено течение мочи в мочеточнике для исследования рефлюкса и эффекта запирания. Было показано, что рефлюкс возникает в верхних мочевых путях при частичном перекрытии волной.

Статья [17] посвящена рассмотрению перистальтики неньютоновской жидкости в расширяющейся трубке (степенная и жидкость Бингама) при различных волновых формах: синусоидальная, треугольная, трапециевидная и квадратная волны. В статье обсуждается влияние типа жидкости (степенная жидкость и жидкость Бингама) на результаты расчетов, а также рассматривается зависимость амплитуды и формы перистальтических волн. Исследованы условия возникновения рефлюкса при различных волновых формах и продемонстрировано, что рефлюкс имеет сильную зависимость от показателя степенной жидкости (n), градиента давления и формы перистальтической волны.

Непосредственно исследованию перистальтики течения желчи в общем желчном протоке как несжимаемой ньютоновской биожидкости посвящена работа [25]. Известно, что патологическая желчь – неньютоновская жидкость [15], однако авторы статьи рассмотрели течение ньютоновской жидкости в пористом канале, чтобы учесть влияние наличия/отсутствия камней на холединамику. Авторы рассматривают течение жидкости в продольном и поперечном направлениях. Было теоретически найдено условие рефлюкса, которое непосредственно связано с критическим значением градиента давления. Построены зависимости профиля скорости, градиентов давления при различных значениях числа Рейнольдса, пористости, коэффициента Дарси и амплитуды. Часть результатов сравнивалась с результатами работы [16].

Исследования в области биомеханики течения желчи в билиарной системе в последнее время привлекают внимание многих исследователей [8, 9–12, 24]. Патологическое течение желчи вызывает нежелательные напряжения в системе и окружающих тканях, следует отметить, что неблагоприятные поля напряжений могут пагубно отражаться на функционировании организма человека [5].

Большинство работ связано с применением методов вычислительной гидродинамики [13, 19, 20, 26], в частности, с использованием алгоритма взаимодействия жидкость–твердое тело для учёта влияния стенок протоков на характер течения [14, 22, 23].

В статье [19] показано, что патологическая желчь является тиксотропной неньютоновской жидкостью, и найдены параметры модели Каро.

В данной работе рассматривается течение патологической желчи как жидкости Каро в ампуле большого дуоденального сосочка при рубцовом стенозе, моделируемом в виде трубки с сужающимися стенками.

Статья состоит из следующих разделов. В разделе 1 представлены некоторые аспекты анатомии и физиологии течения желчи в билиарной системе и её элементах. Рассмотрена проблема холедохопанкреатического рефлюкса и указана его связь с возникновением патологий поджелудочной железы. В разделе 2 приведены математическая постановка и решение задачи. Найдены аналитические решения для продольной скорости и расхода в зависимости от перепада давления. В разделе 3 представлены результаты решения: зависимости градиента давления от расхода, времени и безразмерной амплитуды для синусоидальной волны, а также даны профили скоростей при различных значениях градиента давлений. Найдены значения градиента давлений, соответствующие условиям возникновения рефлюкса в ампуле большого дуоденального сосочка как трубки с сужающимися стенками.

АНАТОМИЯ И ФИЗИОЛОГИЯ ТЕЧЕНИЯ ЖЕЛЧИ В АМПУЛЕ БОЛЬШОГО ДУОДЕНАЛЬНОГО СОСОЧКА

Желчевыделительная система (билиарная система) предназначена для выведения в двенадцатиперстную кишку секрета печени – желчи, содержащей множество продуктов метаболизма, которые предназначены для выделения во внешнюю среду.

Билиарная система включает в себя желчный пузырь, желчный тракт (пузырный проток, печеночные протоки и общий желчный проток (холедох)), а также систему сфинктеров (рис. 1) [1].

Правый и левый печеночные протоки выходят из печени и соединяются в воротах, образуя общий печеночный проток. Пузырный проток служит продолжением шейки желчного пузыря. Общий желчный проток образуется путем слияния общего печеночного и пузырного протоков [2].

Дистальный сегмент общего желчного протока входит в поджелудочную железу. Общий желчный проток открывается в двенадцатиперстную кишку в области фатерова сосочка, отверстие которого окружено сфинктером [6].

Известно несколько вариантов соединения общего желчного протока с протоком поджелудочной железы в области фатерова сосочка (рис. 2).

Сфинктер регулирует поступление желчи в кишечник и препятствует забрасыванию дуоденального содержимого в желчные протоки. В зоне сфинктера наблюдается два типа моторной активности: базальное давление и фазовая, периодическая сократительная активность. Базальное давление отвечает за регуляцию оттока секрета из желчных и панкреатических протоков [4].

При нарушении сократительной способности сфинктера Одди, например вследствие изменения базального давления, могут возникнуть нарушения регуляции оттока желчи и панкреатического сока из протоков, проявляющиеся в появлении холедохопанкреатических рефлюксов (т.е. патологических забросов желчи в поджелудочную железу, а не в двенадцатиперстную кишку). Именно

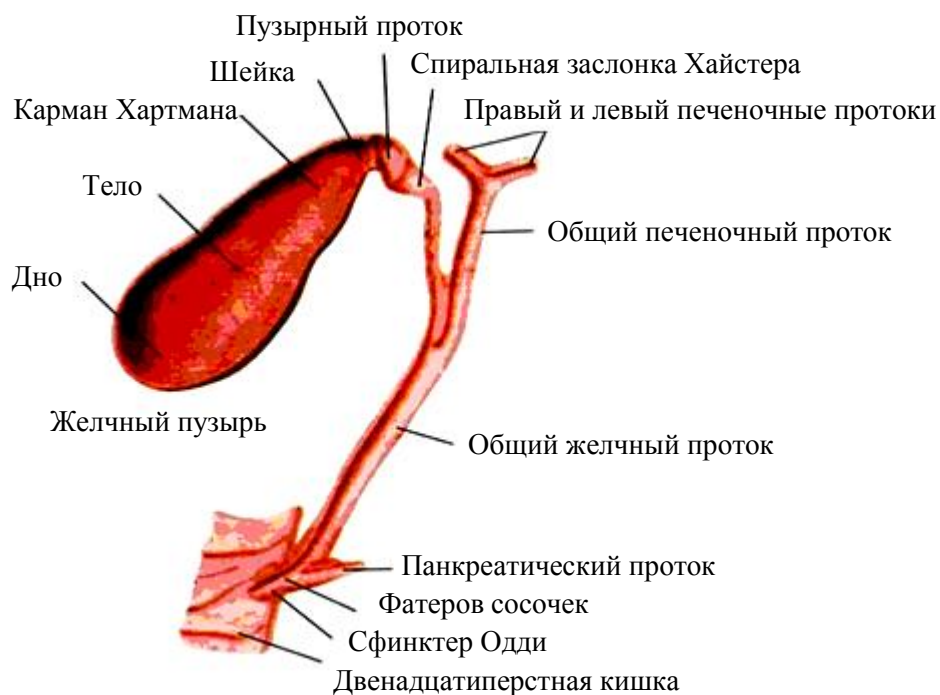


Рис. 1. Билиарная система

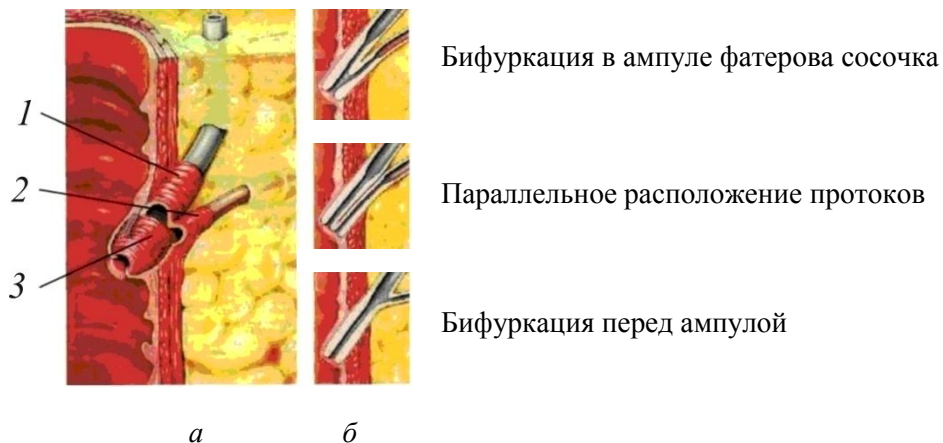


Рис. 2. Анатомические элементы сфинктера Одди: *а* – общая анатомия: 1 – сфинктер общего желчного протока, 2 – сфинктер панкреатического протока, 3 – сфинктер ампулы фатерова сосочка; *б* – варианты строения ампулы сосочка

холедохопанкреатический рефлюкс является причиной патогенеза и развития хронического панкреатита (воспаление поджелудочной железы) [25].

Изучение и моделирование условий возникновения рефлюксов жидкостей в каналах с различной геометрией для помощи врачам при лечении данных патологий является серьезной задачей биомеханики биожидкостей [3, 7]. В данной статье рассматривается течение желчи как жидкости Каро в ампуле большого дуоденального сосочка (фатерова сосочка), моделируемого в виде трубки с сужающимися стенками, с целью определения количественных критериев, характеризующих такое патологическое состояние, как холедохопанкреатический рефлюкс.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассматривается перистальтическое движение желчи как неньютоновской жидкости в ампуле фатерова соска, представляющей собой трубку длиной L с расходящимися стенками. Длина волны сопоставима с длиной канала ($L \approx \lambda$), поэтому волновое число очень мало, число Рейнольдса также мало. Рассматривается синусоидальная форма волны, бегущей по стенкам. Геометрия стенок может быть описана как

$$H'(x', t') = b_0 - kx' + g \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} (x' - ct') \right], \quad (1)$$

где b_0 – радиус трубы на входе; k – коэффициент наклона стенок; c – скорость волны; x' – продольная координата; g – амплитуда перистальтической волны. Схематично геометрия задачи представлена на рис. 3.

Параметры, используемые в модели: $b_0 - 3$ мм; $L - 5$ мм; $k - 0,5$.

Уравнение Навье–Стокса для течения жидкости имеет вид

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}, \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости; \vec{V} – вектор скорости; p – давление; $\vec{\tau}$ – тензор касательных напряжений. Учитываем течение в продольном и поперечном направлениях со скоростями u' и v' соответственно.

В проекциях на оси r' и x' в цилиндрической системе координат уравнение (2) может быть записано как

$$\rho \left(\frac{\partial u'}{\partial t} + v' \frac{\partial u'}{\partial r'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) = -\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' \tau_{r',x'}) + \frac{\partial \tau_{x',x'}}{\partial x'}, \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v'}{\partial t} + v' \frac{\partial v'}{\partial r'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) = -\frac{\partial p'}{\partial r'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} (r' \tau_{r',r'}) + \frac{\partial \tau_{r',x'}}{\partial x'}, \quad (4)$$

где p', x', r' – давление, осевая и радиальная координаты соответственно, а $\tau_{r',x'}$ – напряжение сдвига вдоль направления x' по нормали к r' ($\tau_{r',x'} = \mu \dot{\gamma}$);

$\dot{\gamma}$ – скорость сдвига $\left(\dot{\gamma} = \frac{\partial u'}{\partial r'} \right)$.

В данной работе рассматривается перистальтическое движение неньютоновской жидкости, описываемой уравнением Каро [31]:

$$\mu = \mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) (1 + (a^2 \cdot \dot{\gamma}^2))^{\frac{m-1}{2}}, \quad (5)$$

где μ_0 – вязкость при нулевом сдвиге; μ_∞ – вязкость при бесконечной скорости сдвига; a и m – константы.

Запишем переменные в безразмерной форме:

$$r = \frac{r'}{b_0}, \quad u = \frac{u'}{c}, \quad v = \frac{\lambda v'}{cb_0}, \quad x = \frac{x'}{c}, \quad t = \frac{ct'}{\lambda}, \quad p = \frac{p'}{\rho c^2}, \quad \tau_{rx} = \frac{\lambda \tau_{r',x'}}{\rho c^2 b_0}, \quad (6)$$

$$h = \frac{H'}{b_0}, \quad \varphi = \frac{g}{b_0}.$$

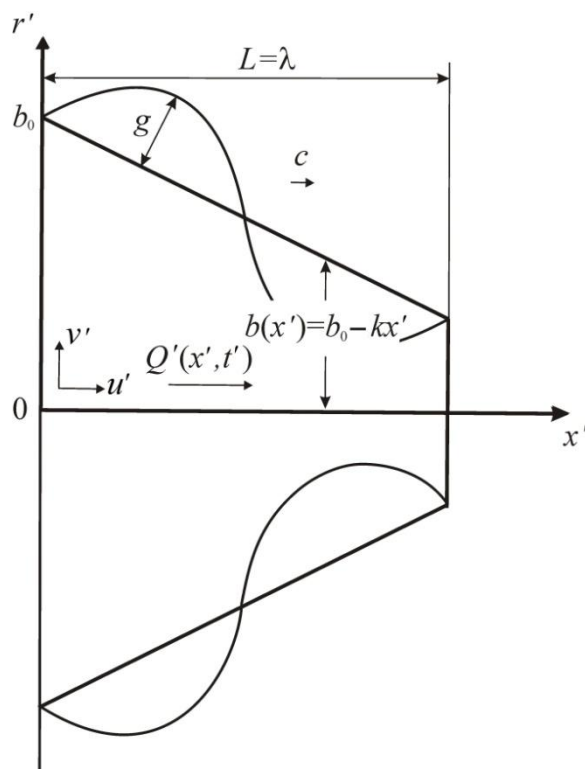


Рис. 3. Схема геометрии течения в осесимметричной трубе с переменным поперечным сечением (проток фатерова сосочка)

Если рассматривать перистальтическое течение в подвижной системе отсчёта и отбросить инерциальные слагаемые, то уравнения (3) и (4) примут вид

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\tau), \quad (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (8)$$

После упрощений окончательная постановка задачи будет иметь вид

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left[\mu_0 \dot{\gamma} + s \dot{\gamma}^3 \right] \right), \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \text{ при } r = 0, \quad (10)$$

$$u = 0 \text{ при } r = h = 1 - \frac{\lambda k x}{b_0} + \varphi \sin(2\pi(x-t)), \quad (11)$$

где $s = \frac{m-1}{2} (\mu_0 - \mu_\infty) a^2$.

Поскольку s мало, найдём решение уравнения u^* в виде

$$u^* = u_0 + s u_1, \quad (12)$$

где u_0 – решение частного уравнения при $s = 0$; $s u_1$ – «добавка», учитывающая нелинейный характер дифференциального уравнения.

Тогда полное решение имеет вид

$$u^* = \frac{(r^2 - h^2)}{4\mu_0} \frac{\partial p}{\partial x} + s \left[\frac{(r^4 - h^4)}{32(\mu_0)^4} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^3 \right] = \frac{(r^2 - h^2)}{4\mu_0} \frac{\partial p}{\partial x} \left(1 + s \left[\frac{(r^2 + h^2)}{8(\mu_0)^3} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \right] \right). \quad (13)$$

Расход жидкости через трубу записывается в виде

$$Q = 2\pi \frac{\partial p}{\partial x} r^2 \left(\frac{1}{192(\mu_0)^4} \left(12 r^2 \mu_0^3 - 24 h^2 \mu_0^3 + \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \left[(r^4 - 3h^4) \right] \right) \right). \quad (14)$$

Градиент давления ΔP_L вдоль длины L в безразмерной форме может быть найден в виде

$$\Delta P_L = \int_0^{L/\lambda} \left(\frac{dp}{dx} \right) dx. \quad (15)$$

Выразим $\frac{dp}{dx}$ из (14). Поскольку уравнение (14) является кубическим относительно $\frac{dp}{dx}$, рассмотрим его как

$$a_1 \frac{\partial p}{\partial x} + b_1 \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^3 - c_1 Q = 0, \quad (16)$$

где $a_1 = \frac{(r^2 - 2h^2)}{16(\mu_0)}$, $b_1 = \frac{(r^4 - 3h^4)}{192(\mu_0)^4}$, $c_1 = \frac{1}{2\pi r^2}$. Поскольку при $r \neq \sqrt[4]{3}h$ уравнение (16) имеет три корня, но только один из них является действительным, тогда решение (16) имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt{4a_1^3 b_1^3 + 27b_1^4 c_1^2 Q^2 + 9b_1^2 c_1 Q}}}{\sqrt[3]{18} b_1} - \frac{\sqrt[3]{\frac{2}{3} a_1}}{\sqrt[3]{\sqrt{3}\sqrt{4a_1^3 b_1^3 + 27b_1^4 c_1^2 Q^2 + 9b_1^2 c_1 Q}}} & \text{при } r \neq \sqrt[4]{3}h, \\ \frac{c_1 Q}{a_1} & \text{при } r = \sqrt[4]{3}h. \end{cases} \quad (17)$$

Расход в подвижной системе отсчёта

$$\frac{Q(x, t)}{\pi} = \frac{\bar{Q}}{\pi} + 2\varphi \left(1 - \frac{\lambda k x}{b_0} \right) \sin(2\pi(x-t)) + \varphi^2 \sin^2(2\pi(x-t)). \quad (18)$$

где $\bar{Q}(x, t)$ – средний расход в безразмерном виде.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На рис. 4–7 представлены результаты расчётов для патологической желчи как жидкости Каро, параметры которой взяты из работы [19]: $a = 0,033$; $\mu_\infty = 4,5$ мПа·с; $\mu_0 = 62,5$ мПа·с; $m = 0,56$. На рис. 4 представлены зависимости безразмерного среднего расхода жидкости от перепада давления при различных значениях φ . Следует отметить, что согласно работе [28], физиологическим течениям соответствует диапазон φ от 0,5 до 0,8. Из рис. 4 видно, что при увеличении амплитуды волны перепад давления существенно возрастает, особенно когда φ превышает значение 0,7. При малых значениях φ разница между перепадом давления незначительная. Также можно отметить, что при $\bar{Q} = 0$ значение ΔP_L максимально и при дальнейшем увеличении расхода градиент давления снижается.

Более того, установлено следующее: при больших величинах объёмный расход жидкости может принимать отрицательные значения, что соответствует

возникновению обратного тока жидкости (рефлюкс). Таким образом, величины, при которых $\bar{Q}=0$, можно назвать критериями возникновения рефлюкса, т.е. рефлюкс возникает, если $\Delta P_L > \Delta P_{L \text{ крит}}$.

На рис. 5 показаны профили скоростей в канале при различных значениях ΔP_L . Следует отметить, что профиль течения параболический. Можно заметить, что величина u^* при увеличении значения ΔP_L возрастает.

Зависимость ΔP_L от t для синусоидальной волны при различных значениях \bar{Q} показана на рис. 6. Из графика видно, что перепад давления достигает своего максимального значения при $t = 0,27$. В этот момент на входе в трубку возникает схлопывание сосуда, т.е. максимальная окклюзия происходит на входе в трубу, где площадь поперечного сечения является минимальной, следовательно, ΔP_L получается максимальным. Впоследствии перепад давления убывает до нуля.

На рис. 7 представлена зависимость ΔP_L от φ для синусоидальной волны. При повышении значения до $\varphi=0,8$ ΔP_L начинает резко возрастать, таким образом, данный результат подтверждает, что при физиологических течениях желчи наблюдается небольшой перепад давления, что соответствует выбранному диапазону φ от 0,5 до 0,8.

Выводы

В статье рассмотрено течение патологической желчи как жидкости Каро в ампуле фатерова сосочка, моделируемого в виде трубки с сужающимися стенками. Получены аналитические решения для продольной скорости и расхода в зависимости от перепада давления. Найдены значения градиента давления, соответствующие условиям возникновения рефлюкса. При увеличении амплитуды волны перепад давления увеличивается, особенно когда φ превышает 0,7. Более того, было показано, что величину перепада давления, при котором $\bar{Q}=0$, можно назвать критерием

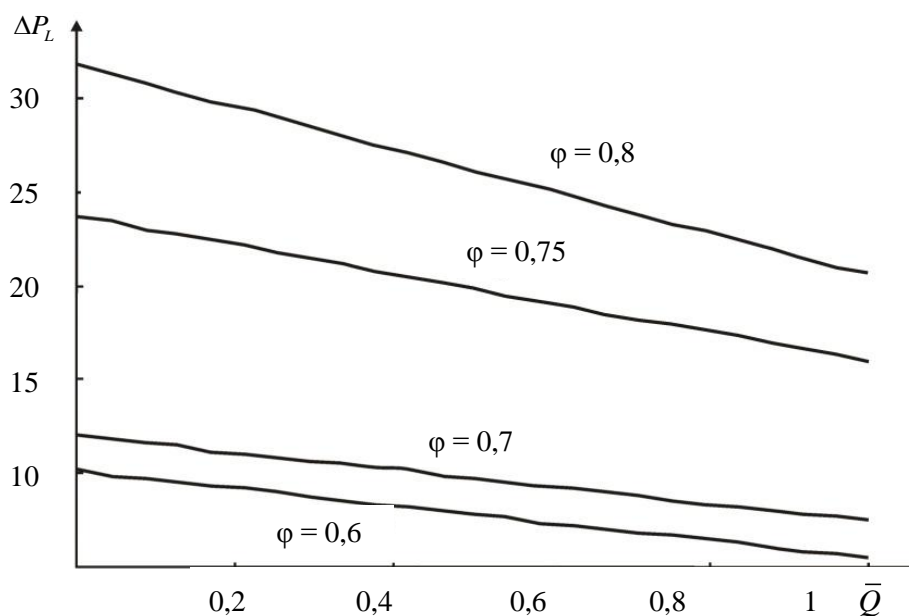


Рис. 4. Зависимость ΔP_L от \bar{Q} для синусоидальной волны

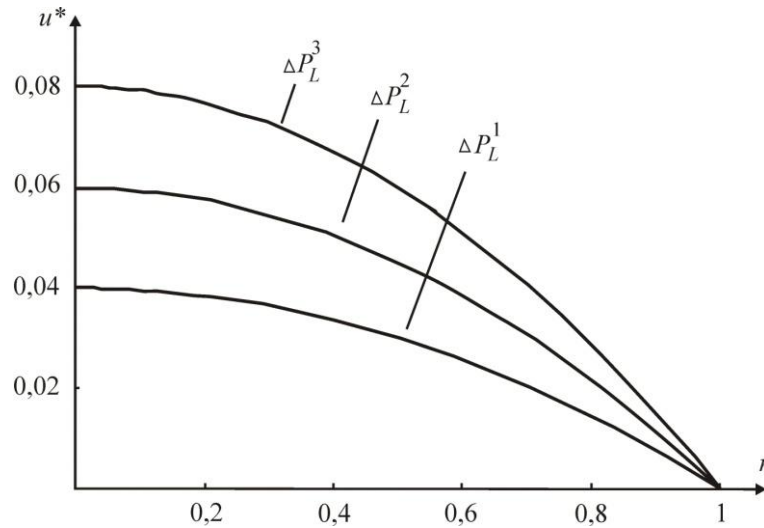


Рис. 5. Профили скорости при $\varphi = 0,5$; $s = 0,49$; $\mu_0 = 62,5$ мПа·с при $P_L^1 = 10$, $P_L^2 = 15$, $P_L^3 = 20$

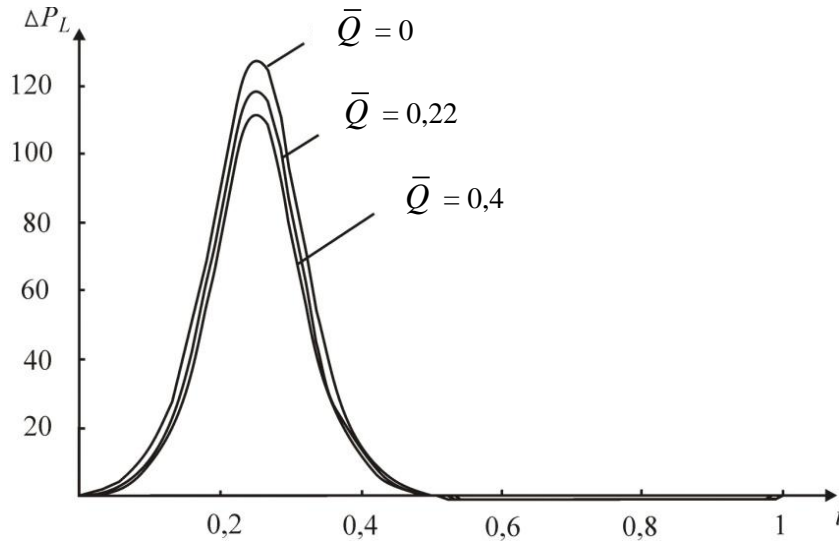


Рис. 6. Зависимость ΔP_L от t для синусоидальной волны ($\varphi=0,6$)

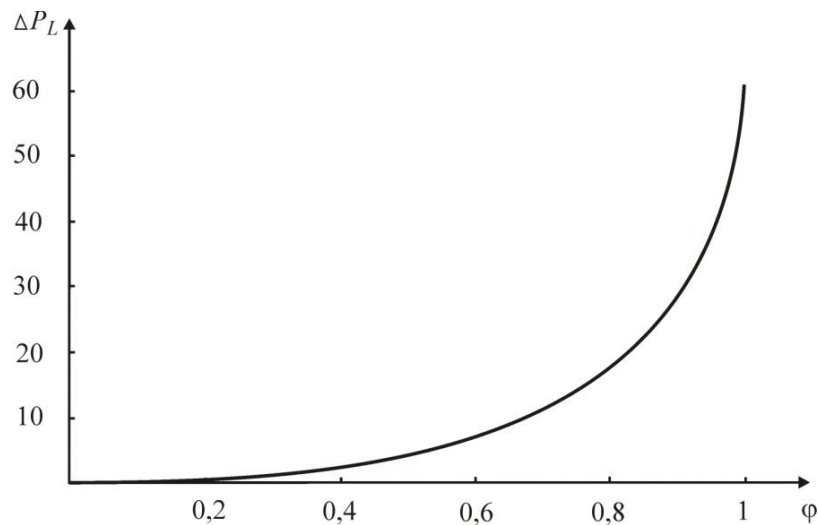


Рис. 7. Зависимость ΔP_L от φ для синусоидальной волны

возникновения рефлюкса. Профиль скорости течения в канале имеет параболическую форму, и значение продольной скорости увеличивается с ростом ΔP_L . Найдены зависимости перепада давления от времени и показано, что при увеличении среднего расхода величина ΔP_L уменьшается.

БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-01-31027-мол_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Билиарная система. Анатомо-физиологические особенности [Электронный ресурс]. – URL: www.gastroscan.ru/literature/authors/3073 (дата обращения: 5.02.2014).
2. Желчный пузырь и внепеченочная билиарная система [Электронный ресурс]. – URL: www.med.tehlit.ru/kn3/str29.htm. (дата обращения: 5.02.2014).
3. Кучумов А.Г., Гилев В.Г., Попов В.А., Самарцев В.А., Гаврилов В.А. Экспериментальное исследование реологии патологической желчи // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, №3 (53). – С. 52–60.
4. Кучумов А.Г., Няшин Ю.И., Самарцев В.А., Гаврилов В.А., Менар М. Биомеханический подход к моделированию билиарной системы как шаг в направлении к построению виртуальной модели физиологии человека // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, №2 (52). – С. 32–48.
5. Лохов В.А., Кучумов А.Г. Создание заданных усилий в фиксаторах, изготовленных из сплавов с эффектом памяти формы // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Т. 10, № 3. – С. 41–52.
6. Медицинские справочники [Электронный ресурс]. – URL: www.infa.ws>medicine/sprav/gastro/034.php (дата обращения: 5.02.2014).
7. Попов В.А., Кучумов А.Г. Экспериментальное исследование реологии желчи // Вестник Пермского университета. Серия: Физика. – 2011. – Вып. №3 (18). – С. 92–96.
8. Agarwal S., Sinha A.K., Singh S.P. A theoretical analysis of the effect of the non-Newtonian bile flow characteristics in the diseased cystic duct // J. of Appl. Math. and Mech. – 2012. – Vol. 8. – P. 92–103.
9. Al-Atabi M.T., Chin S.B., Luo X.Y. Cystic duct visual-based evaluation of gallstones formation risk factors // Journal of Engineering Science and Technology (JESTEC). – 2006. – Vol. 1. – P 1–9.
10. Al-Atabi M.T., Chin S.B., Luo X.Y. Experimental investigation of the flow of bile in patient specific cystic duct models // ASME Journal of Biomechanical Engineering. – 2010. – Vol. 132. – P. 247–254.
11. Al-Atabi M.T., Chin S.B., Luo X.Y. Flow structure in circular tubes with segmental baffles // Journal of Flow Visualization and Image Processing (JFVIP). – 2005. – Vol. 12. – P. 301–11.
12. Al-Atabi M.T., Chin S.B., Luo X.Y. Visualization experiment of flow structures inside two-dimensional human biliary system models // Journal of Mechanics in Medicine and Biology (JMMB). – 2006. – Vol. 6. – P. 249–260.
13. Al-Atabi M.T., Ooi R.C., Luo X.Y., Chin S.B., Bird N.C. Computational analysis of the flow of bile in human cystic duct // Medical Engineering & Physics. – 2012. – Vol. 34. – P. 1177–1183.
14. Al-Atabi M.T., Chin S.B., Luo X.Y., Beck S.B.M. Investigation of the flow in a compliant idealised human cystic duct // Journal of Biomechanical Science and Engineering. – 2008. – Vol. 3. – P. 411–418.
15. Coene P.P., Coene L.O., Groen A.K., Davids P.H.P., Hardeman M., Tytgat G.N.T., Huibregtse K. Bile viscosity in patients with biliary drainage // Scand. J. Gastroenterol. Suppl. – 1994. – Vol. 29. – P. 757–763.
16. Fung Y.C., Yih C.S. Peristaltic transport // J. Appl. Mech. – 1968. – Vol.36. – P. 669–675.
17. Hariharan P., Seshadri V., Banerjee R.K. Peristaltic transport of non-Newtonian fluid in a diverging tube with different wave forms // Mathematical and Computer Modelling. – 2008. – Vol. 48. – P. 998–1017.
18. Jaffrin M.Y., Shapiro A.H. Peristaltic pumping // Annual Review of Fluid Mechanics. – 1971. – Vol. 3. – P. 13–35.
19. Kuchumov A.G., Gilev V.A., Popov V.A., Samartsev V.A., Gavrilov V.A. Non-Newtonian flow of pathological bile in the biliary system: experimental investigation and CFD simulations // Korea-Australia Rheology Journal. – 2014. – Vol. 26, № 1. – P. 81–90.
20. Kuchumov A.G., Nyashin Y.I., Samartsev V.A., Gavrilov V.A. Modelling of the pathological bile flow in the duct with a calculus // Acta of Bioengineering and Biomechanics. – 2013. – Vol. 15. – P. 9–17.
21. Latham T.W. Fluid motion in a peristaltic pump: MS. Thesis of Massachusetts Institute of Technology. – Cambridge, 1966.
22. Li W.G., Luo X.Y., Johnson A.G., Hill N.A, Bird N., Chin S.B. One-dimensional models of the human biliary system // ASME Journal of Biomechanical Engineering. – 2007. – Vol. 129. – P. 164–173.

23. Li W.G., Luo X.Y., Chin S.B., Hill N.A., Johnson A.G., Bird N.C. Non-Newtonian bile flow in elastic cystic duct—one and three dimensional modeling // *Annals of Biomedical Engineering*. – 2008. – Vol. 36. – P. 1893–908.
24. Luo X.Y., Li W.G., Bird N., Chin S.B., Hill N.A., Johnson A.G. On the mechanical behavior of the human biliary system // *World J. Gastroenterol.* – 2007. – Vol. 13. – P. 1384–1392.
25. Maiti S., Misra J.C. Peristaltic flow of a fluid in a porous channel: a study having relevance to flow of bile within ducts in a pathological state // *International Journal of Engineering Science (IJES)*. – Vol. 49, № 9. – P. 950–966.
26. Ooi R.C., Luo X.Y., Chin S.B., Johnson A.G., Bird N.C. The flow of bile in the human cystic duct // *Journal of Biomechanics*. – 2004. – Vol. 37. – P. 1913–1922.
27. Sankar D.S., Lee U. Nonlinear mathematical analysis for blood flow in a constricted artery under periodic body acceleration // *Commun Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* – 2011. – Vol. 16. – P. 4390–4402.
28. Seshadri V., Hasan Z., Gupta B. Peristaltic pumping in nonuniform distensible tubes with different wave forms // *J. Biophys. et Med. Nucl.* – 1984. – Vol. 8. – P. 9–14.
29. Srivastava L.M., Srivastava V.P. Peristaltic transport of blood: Casson model–II // *Journal of Biomechanics*. – 1984. – Vol. 17, № 11. – P. 821–829.
30. Srivastava V.P. Two-phase model of blood flow through stenosed tubes in the presence of a peripheral layer: applications // *J. Biomechanics*. – 1996. – Vol. 29, № 10. – P. 1377–1382.
31. Srivastava L.M., Srivastava V.P. Peristaltic transport of a non-Newtonian fluid (Application to the *vas deferens* at small intestine) // *Ann. BioMedical Eng.* – 1985. – Vol. 13. – P. 137–153.

PERISTALTIC FLOW OF THE PATHOLOGICAL BILE AT PAPILLARY STENOSIS

**A.G. Kuchumov, Y.I. Nyashin, V.A. Samartsev, V.A. Gavrilov, E.V. Ivonina
(Perm, Russia)**

Peristalsis is a wavy wall contraction, which is necessary for content promotion within hollow organs (esophagus, stomach, intestine, ureter, etc.). Recently peristalsis attracted much attention of researchers because of important medical applications, such as the movement of chyme in the intestine, moving the egg in the fallopian tube, sperm transport, transport of bile in the bile ducts, blood circulation in small blood vessels. The object of present research is an investigation of the pathological bile flow in the papilla of Vater as tube with narrowing walls. Bile is a biofluid produced by the liver and responsible for fat digestion in the duodenum. In previous papers, the pathological bile was revealed to be the non-Newtonian thixotropic fluid. The present paper contains results of problem solution devoted to peristaltic flow of bile as Carreau's fluid in a duct with narrowing walls. Adopting the perturbation method, the analytical solutions for axial velocity, flow rate and pressure were obtained. Developed mathematical model may be used for studying of such pathology as choledochopancreatic reflux (i.e. pathological flow of the gallbladder bile coming out the common bile duct through the papilla of Vater ampoule into the pancreatic ducts instead of the duodenum). The pressure rise magnitudes corresponding to reflux occurring conditions depending on amplitude ratio (φ) were obtained. With an increase in wave amplitude, pressure drop increases, especially when φ exceeds 0.7. The value of the longitudinal velocity increases with increasing pressure drop. After that, it is planned to solve a biomechanical problem of shape memory stent installation into the papilla of Vater for choledochopancreatic reflux treatment.

Key words: bile, peristaltis, major duodenal papilla, reflux, pressure gradient.

Получено 11 ноября 2014