

**Р.В.Гольдштейн, В.М.Козинцев,  
Д.А. Куров, А.Л. Попов, Д.А.Челюбеев**

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва

## **РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВАРОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ЦВЕТАМ ПОБЕЖАЛОСТИ**

Предложен метод неразрушающего определения максимальных остаточных напряжений в сварном соединении по распределению цветов побежалости после остывания шва. На одномерной модели построено решение обратной задачи теплопроводности при охлаждении шва после стыковой сварки стальных пластин, исходя из расположения изотерм на лицевой и обратной сторонах пластин, выраженных характерной – синей полосой побежалости. Это решение использовано для нахождения поперечных остаточных напряжений. Обсуждена возможность определения продольных напряжений в шве и околошовной зоне при найденных поперечных напряжениях и базе данных о соотношениях между продольными и поперечными напряжениями, полученными методом высверливания зондирующего отверстия.

**Ключевые слова:** остаточные напряжения, полосы побежалости, задача теплопроводности, сварное соединение, методы неразрушающего контроля.

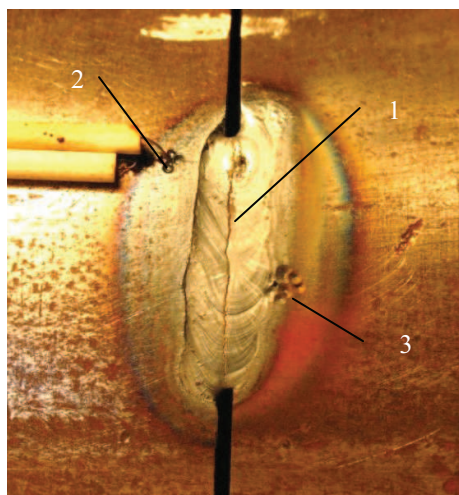
### **Введение**

Актуальность исследований по проблематике остаточных, прежде всего сварочных, напряжений и их влиянию на прочность конструкций сохраняется в течение длительного времени вследствие периодически повторяющихся аварий на многих типах ответственных конструкций таких как нефте- и газопроводы, происходящих из-за разрушений сварных швов, вызванных большими технологическими напряжениями и сопровождаемых серьёзными экономическими и экологическими последствиями. Современное состояние экспериментальных исследований остаточных напряжённо-деформированных состояний деформируемых тел характеризуется наличием нескольких основных методов, группируемых по принципу большей или меньшей повреждаемости исследуемого тела при их реализации. Предлагаемый метод позиционируется как неповреждающий, к их числу относятся также рентгеновский, ультразвуковой и акустико-эмиссионный, магнитопорошковый, на основе эффектов Баркгаузена, магнитной памяти и магнитной анизотропии, коэрцитиметрический, магнитно-индукционный и др. [1]. Его потенциальными преимуществами являются отсутствие требования доступа в рабочую зону в процессе сварки и остывания шва,

длительность времени естественного сохранения исходной информации и простота её считывания. Вопрос о точности получения результатов по остаточным напряжениям в зоне сварки, который стоит перед всеми неразрушающими методами, здесь также открыт и будет решаться по мере разработки метода.

Известно, что возникновение остаточных напряжения в сварных соединениях обусловлено резким локализованным повышением температуры, переводящим металл в зоне сварки в пластичное и жидкое состояния, а затем – быстрым охлаждением этой зоны при сохранении жесткостных характеристик в материале примыкающих областей, препятствующих развитию деформаций [2]. Поэтому ключевым моментом в определении остаточных сварочных напряжений является знание координатно-временных зависимостей температуры в зоне шва и прилегающих областях в процессе выполнения сварки и охлаждения шва. Неудивительно, что большое количество исследований посвящено созданию расчётно-теоретических моделей термического цикла при сварке [2–9]. При этом сами авторы таких моделей отмечают [6, с. 203], что «часто характер теплового воздействия при сварке и условия распространения теплоты и теплоотдачи настолько сложны, что расчётное определение температур становится настолько неточным, что его использование оказывается неоправданным». Таким образом, из-за сложности явления формирования остаточных напряжений в настоящее время не существует единого теоретического метода определения таких напряжений [2].

Другой подход – это экспериментальные измерения температурного поля и его кинетики при сварке. Здесь, однако, следует отметить, что измерения температуры и её градиентов в реальном технологическом цикле сварки не всегда возможны. В лабораторных условиях, когда доступ к зоне сварки открыт, для получения временной и координатной зависимостей температур остывания шва и околошовной зоны может быть использован, например, традиционный контактный метод измерения температуры с помощью термопар (рис. 1 иллюстрирует один из таких экспериментов: 1 – зона сварки двух стальных труб, 2, 3 – места зачеканки хромель-алюмелевых термопар). Данные об изменениях температур при нагреве и охлаждении околошовной зоны регистрировались в этом эксперименте цифровым мультиметром.



Цвет	Наименование	$t^{\circ} \text{C}$
Серый	Серый	325
Светло-синий	Светло-синий	310
Ярко-синий	Ярко-синий	295
Фиолетовый	Фиолетовый	285
Пурпурно-красный	Пурпурно-красный	275
Красно-коричневый	Красно-коричневый	265
Коричнево-желтый	Коричнево-желтый	255
Соломенно-желтый	Соломенно-желтый	240
Светло-желтый	Светло-желтый	225
Светло-соломенный	Светло-соломенный	200

*a*

*б*

Рис. 1. Зона локальной сварки стальных труб: *a* – общий вид: 1 – центр шва, 2, 3 – места зачеканки термопар; *б* – распределение температур по цветам побежалости

Выводы, сделанные по результатам этого и аналогичных экспериментов, оказались неоднозначными. Положительной стороной явилось выявление кинетики температурного поля в процессе нагрева и охлаждения определённых мест в околошовной зоне. С другой стороны, требовалось значительное искусство в обеспечении работоспособности датчиков в экстремальных условиях высоких и быстроменяющихся сварочных температур, когда часть датчиков буквально перегорала в процессе сварки (такое место отмечено на рис. 1 цифрой 3).

Даже при сохранении работоспособности термопар информация об изменениях температур имеет локальный характер. Кроме того, зачеканка термопар, как видно из рис. 1, вносит дефекты, соизмеримые с лунками при высверливании несквозных отверстий. Всё это в сочетании с трудностью, а зачастую и невозможностью доступа в зону сварки показывает сложность использования прямых измерений для получения температурных зависимостей в зоне будущего шва и прилегающих областях при создании метода неразрушающего контроля сварочных напряжений, опирающегося на эти зависимости при определении возникающих напряжений.

В то же время во многих случаях в процессе и по окончании сварки на поверхности свариваемых тел можно наблюдать своеобразные следы температурного воздействия в виде изотерм, окрашенных в определённые, присущие известным температурным уровням, цвета побежалости [10]. Эти следы сохраняются в течение длительного вре-

мени после остывания шва и отражают координатное распределение максимально достигнутых температур на расстояниях, соответствующих их расположению по отношению к центру шва. На рис. 1 видны такие линии, охватывающие сварной шов. В особенности отчётливо проявляется синий цвет побежалости [10]. На рис. 1, б проиллюстрировано распределение температур по цветам побежалости [10].

Таким образом, если по видимым следам температурного воздействия и некоторым предположениям о характере начального температурного распределения удастся восстановить температурное распределение в зоне шва при его остывании в произвольный момент времени, то открывается возможность по найденному таким образом распределению температур находить остаточные напряжения, фактически без трудоёмкой процедуры измерения температуры в процессе сварки.

### **Восстановление процесса охлаждения шва по цветам побежалости**

Решение обратной задачи восстановления координатно-временных зависимостей температурного поля в процессе охлаждения шва по расположению цветов побежалости после его завершения рассмотрим на примере сваренных встык пластин из нержавеющей стали. На рис. 2, а изображён общий вид пластин после сварки, на рис. 2, б, в показаны размеры шва и расстояния от центра шва до наиболее заметной синей линии побежалости соответственно со стороны наложения шва и с обратной стороны; на рис. 2, г приведён размер стрелы прогиба сваренных пластин после остывания шва, возникшего из несимметрии шва по толщине сваренной пластины.

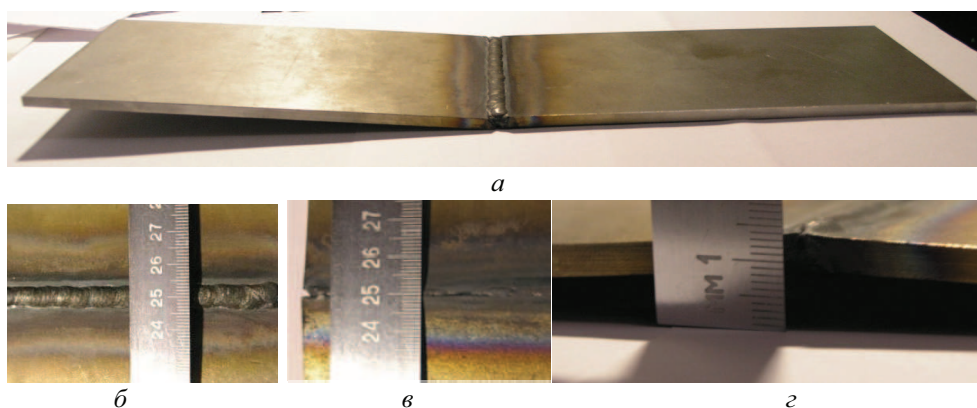


Рис. 2. Фотографии пластин после сварки: а – общий вид, б – поперечный размер шва и расстояния до полос побежалости со стороны наложения шва, в – то же с обратной стороны пластины, г – стрела прогиба пластины после остывания шва

При нахождении распределений температуры по лицевой и обратной поверхностям пластины, изображённой на рис. 2, *a*, в процессе охлаждения шва будем исходить из одномерных моделей, в которых учитываются только изменения температуры по времени и по координате *x*, перпендикулярной оси шва. Такие распределения могут быть описаны одномерными уравнениями теплопроводности относительно функций температуры  $T_j(x,t)$  [11]:

$$\frac{\partial T_j}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T_j}{\partial x^2}, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

где  $a^2$  – коэффициент температуропроводности материала пластин,  $j = 1$  относится к распределению температуры по лицевой поверхности пластины (со стороны наложения шва),  $j = 2$  – по противоположной поверхности; начало координаты *X* принимается на оси шва.

В качестве начальных функций распределения температур в момент начала остывания шва примем функции, соответствующие температурным полям от линейных источников без теплоотдачи [12],

$$T_j(x, 0) = \varphi_j(x) = A_j e^{-k_j x^2}, \quad j = 1, 2. \quad (2)$$

Выражения (2) дают только общий вид начальных распределений температур по поверхностям пластины. Определение входящих в них параметров  $A_j$  и  $k_j$  выполняется в процессе решения уравнений (1) и из условий равенства температур (2) по границам шва ( $x = \pm b_j$ ) температуре плавления материала пластины (величины  $b_j$  определяются путём измерений; в данном случае, как видно из рис. 2,  $b_1 = 4$  мм,  $b_2 = 1$  мм).

Общие решения уравнений (1) на симметричном интервале  $-l \leq x \leq l$  ( $2l$  – длина сваренной пластины) при нулевых значениях температуры по её внешним торцам представляются рядами Фурье [11]

$$T_j(x, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{jn} e^{-\frac{\pi(2n+1)^2 a^2 t}{l^2}} \cos \frac{\pi(2n+1)x}{l}, \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

с коэффициентами  $C_{jn}$ , определяемыми по формулам

$$C_{jn} = \frac{2}{l} \int_{-l/2}^{l/2} \varphi_j(\xi) \cos \frac{\pi(2n+1)\xi}{l} \xi d\xi. \quad (4)$$

Недостающие условия для определения параметров  $A_j$  и  $\kappa_j$  из (2) вводятся как условия достижения при остывании шва и околошовной зоны максимумов температуры в  $T_c = 300$  °С, соответствующих центрам характерных синих полос побежалости. В данном случае, как видно из рис. 2, б, в, расстояния  $d_j$  между этими линиями и центром шва составляют по лицевой поверхности пластины –  $d_1 = 18$  мм, а по обратной –  $d_2 = 12$  мм.

Дополнительными неизвестными, кроме координат полос побежалости, являются моменты времени, на которых достигаются соответствующие им максимумы температуры для этих координат при остывании шва. Условия для определения этих моментов времени и параметров  $A_j, \kappa_j$  выглядят следующим образом:

$$T_j(b_j, t) = T_{пл}, T_j(d_j, t) = T_c, \frac{\partial T_j(x, t)}{\partial t} = 0, x = d_j, j = 1, 2. \quad (5)$$

С использованием алгоритма (2)–(5) определяются координатно-временные функции остывания шва и околошовных зон со стороны

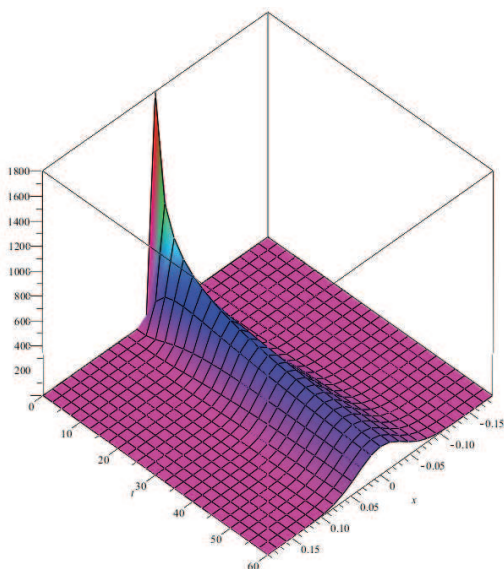


Рис. 3. Координатно-временное изменение температуры при остывании шва

наложения шва и противоположной стороны пластины. В качестве иллюстрации на рис. 3 в виде трёхмерного графика по координате  $x$  (в см) и времени  $t$  показано изменение температуры на лицевой плоскости пластины в течение одной минуты с начала остывания шва. При этом в расчёте для коэффициента температуропроводности  $a^2$  принималось значение  $0,06 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$  [6], а для

половины длины пластины  $l = 20$  см.

Ввиду важности правильной идентификации расстояния между характерной полосой побежалости и центром шва после его остывания для предложенного алгоритма построения координатно-временной функции остывания свар-



ного соединения и того факта, что цвета побежалости образуются при нагреве свыше определённой температуры, возникает вопрос, соответствует ли окончательное положение этой полосы стадии охлаждения или же оно формируется ещё на стадии нагрева. Для ответа на этот вопрос рассмотрим модельную задачу о распространении тепла вдоль полубесконечного термически изолированного стального стержня, на торце которого при нагреве температура изменяется по заданному закону в течение заданного промежутка времени, а затем наступает стадия естественного охлаждения.

Решение этой задачи дается формулой [11]

$$T_1(x, t) = \frac{a^2}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{x e^{-\frac{x^2}{4a^2(t-\tau)}} \mu(\tau)}{(a^2(t-\tau))^{3/2}} d\tau, \quad (6)$$

где  $\mu(t)$  – граничная функция.

Принимая линейный закон изменения температуры на торце стержня  $\mu(t) = \beta t$ , получаем возможность аналитического представления интеграла (6):

$$T_1(x, t) = \frac{\beta}{2a^2\sqrt{\pi}} \left( \frac{2ax}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4a^2}} + (x^2 + 2a^2t) \left( \Phi\left(\frac{x}{2a}\right) - 1 \right) \right), \quad (7)$$

где  $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-u^2} du$  – функция ошибок.

Допустим, что нагрев торца до температуры плавления происходит за одну секунду. Тогда, принимая  $\beta = 1500 \text{ град/с}$  и  $t = 1\text{с}$ , получаем функцию распределения температуры по стержню после нагрева его торца до  $1500 \text{ }^\circ\text{C}$ . Вслед за этим нагрев торца прекращается и далее рассматривается задача о распространении теплоты внутри бесконечного термически изолированного стержня, моделирующего сваренную пластину, центральная часть которого нагрета до температуры, найденной по выражению (7), причём профиль температуры принимается симметричным относительно точки максимальной температуры.

Решение задачи об остывании стержня дается выражением [11]

$$T_2(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T_1(\xi, 1) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2t}}}{\sqrt{a^2t}} d\xi, \quad (8)$$

в котором время  $t$  отсчитывается от момента начала остывания. Интеграл (8) не имеет аналитического представления.

Проведенные вычисления координаты  $x$ , для которой значение температуры на профиле  $T_1(x, 1)$  равно  $300^\circ\text{C}$ , дало положение синей линии побегалости на расстоянии  $0,38$  см от точки нагрева. Аналогичные вычисления по выражению (8) с привлечением условий поиска экстремума (5) определили положение искомой линии на расстоянии  $0,42$  см от той же точки. Следовательно, при остывании полосы побегалости получают дополнительное смещение от центра шва, и их окончательное положение определяется именно стадией остывания.

### Оценки остаточных напряжений

Будем исходить из традиционных представлений, согласно которым структурные превращения в материале сварного соединения, происходящие при температурах, превышающих температуру  $T_k$ , при которой предел текучести материала близок к нулю, практически не отражаются на образовании остаточных напряжений [2, 6]; для низкоуглеродистых сталей типа Ст. 3 – это  $600^\circ\text{C}$ , для нержавеющей сталей –  $800\text{--}900^\circ\text{C}$ . В то же время в температурном диапазоне  $T > T_k$  возникают пластические деформации. При быстром охлаждении шва эти деформации являются источником формирования остаточных напряжений, происходящего в диапазоне температур ниже  $T_k$ . В основном эти напряжения могут быть выражены как напряжения от максимальных температурных деформаций в упругой области, взятые с обратным знаком. Физической основой такого подхода является компенсация пластических деформаций упругими [2, 13]. Этот подход может быть скорректирован на основе активно развиваемых современных методов теории фазовых превращений в деформируемых телах [14, 15].

По полученным распределениям температуры для сварного соединения, изображённого на рис. 2, был найден поперечный температурный срез  $T_1(x, t_n)$ , соответствующий температуре  $T_k$  центра шва лицевой поверхности рассматриваемой пластины, равной  $900^\circ\text{C}$  (пластина из нержавеющей стали). При этом температура  $T_2(0, t_n)$  центра



шва на обратной поверхности пластины в этот момент времени ( $t_n$ ) равнялась  $670^\circ\text{C}$ . Вследствие неравномерного охлаждения по толщине пластины возникает и неравномерное сокращение металла в поперечном направлении с образованием угловой деформации, результат которой виден на рис. 2, а. Соответственно этой деформации по формуле [16]

$$\sigma(x) = \frac{1}{2} \frac{\alpha E(x)}{1-\nu} \Delta T(x, t_n), \quad \Delta T(x, t_n) = T_1(x, t_n) - T_2(x, t_n) \quad (9)$$

определялось распределение по  $x$  поперечного остаточного напряжения (здесь  $\alpha$  – коэффициент температурного расширения материала пластины,  $E(x)$  – функция модуля упругости, изменяющего своё значение в зонах с повышенной температурой,  $\nu$  – коэффициент Пуассона).

Оценить порядок остаточных напряжений при сварном соединении пластин, изображённом на рис. 2, существовавших до разгрузки, выразившейся в нарушении плоскостности объединённой сваркой пластины, можно также при создании нагружающего воздействия, возвращающего сваренную пластину в плоское состояние. Такое воздействие можно организовать приложением нормальной краевой нагрузки к отогнутой части пластины при жёстком защемлении второй части пластины. В этом случае исходя из балочной теории связь между перемещением конца консольной балки длиной  $l$  и краевой силой  $P$  даётся формулой [17]

$$v_{\max} = -\frac{Pl^3}{24EJ}, \quad (10)$$

где  $J$  – момент инерции поперечного сечения пластины. Определив из этого выражения силу  $P$  при известном краевом перемещении  $v_{\max}$ , равном удвоенной стреле прогиба, измеренной на рис. 2, з, получаем возможность вычислить максимальное напряжение в заделке, т.е. в шве:

$$\sigma_{\max} = \frac{Pl}{W}, \quad (11)$$

где  $W$  – момент сопротивления поперечного сечения пластины.

Расчёты по формулам (10), (11), выполненные при конкретных параметрах пластины:  $E = 210$  ГПа,  $\nu = 0,3$ , толщине  $h = 5$  мм, длине 20 см и ширине 10 см, привели к значению  $\sigma_{\max} = 414$  МПа. Заметим, что такая же величина напряжений получается и для нагруженной

в центре шарнирно-опёртой балки при длине, равной двойной длине консоли, и той же стреле прогиба, что и у консольной балки. Вычисление остаточного напряжения по формуле (9) при тех же параметрах пластины и коэффициенте  $\alpha=10^{-5}$  1/К дало для величины поперечного остаточного напряжения значение 335 МПа, отличающееся менее чем на 20 % от напряжения, найденного по модели изгиба пластин.

Таким образом, на модели соединения пластин однопроходным швом показана возможность определения остаточных поперечных напряжений с помощью информации о расположении цветов побежалости после остывания шва. Аналогичная связь продольных напряжений с цветами побежалости может быть выявлена для ограниченных по длине швов типа изображённого на рис. 1.

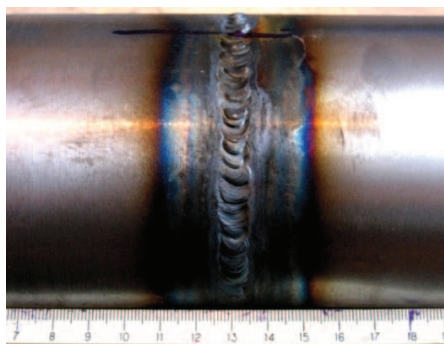


Рис. 4. Фото замкнутого кольцевого шва и цветов побежалости на трубах

В случае замкнутого шва, как на рис. 4, где изображены трубы, сваренные по всей окружности, ничего определённого об этой связи сказать нельзя. Однако в таких случаях – при знании одного из главных напряжений – можно попытаться оценить второе главное напряжение, используя имеющийся опыт измерительной работы, выполненной другим методом, например

с использованием зондирующего отверстия, и базу данных по напряжениям в аналогичных конструкциях.

Несколько сотен таких измерений было выполнено на сварных соединениях труб Волжского трубного завода. В результате анализа измерений установлено, что распределение остаточных напряжений вдоль швов в целом достаточно однородно как по наружным, так и по внутренним поверхностям труб. Уровень растягивающих напряжений в сварных швах и ближних зонах термовлияния составляет 150–200 МПа, а сжимающих – 100 МПа. По окружностям труб напряжения имели выраженные максимумы в районе сварного шва. При удалении от центра сварного шва на расстояние более чем на 30 мм (3 полуширины сварного шва) уровень напряжений достигает 100 МПа, после 40 мм – 50 МПа, свыше 210 мм – 30 МПа. Главные напряжения растяжения направлены вдоль оси шва, а напряжения сжатия перпендикулярны

оси; максимум растягивающих напряжений находится на оси шва; как продольные, так и поперечные напряжения быстро убывают при отходе от шва [18].

Из этих измерений следует, что остаточные напряжения как по наружной, так и по внутренней поверхности трубы по мере удаления от центра сварного шва распределены достаточно однородно. Поэтому, зная сжимающее поперечное напряжение, можно оценить продольное растягивающее напряжение на этом же участке. Таким подходом удобно пользоваться даже при измерениях остаточных напряжений с помощью метода спекл-интерферометрии, если интерферограмма хорошо распознаётся в одном направлении, а в другом – почти не распознается.

В качестве примера на рис. 5 приведён график отношения модулей главного растягивающего напряжения, действующего вдоль шва, к сжимающему напряжению – поперёк шва, определённых на разных расстояниях от оси шва ( $x = 0$ ) по наружным поверхностям труб ВТЗ. Аналогичные зависимости для внутренних поверхностей труб дают, максимально, полуторное превышение продольных напряжений над поперечными. Естественно, есть и исключения из этих закономерностей, описание которых дано в [18]. Тем не менее в большом числе случаев по найденной величине главного поперечного напряжения можно оценить и величину главного продольного напряжения. Отметим здесь также, что выявленные по результатам прямых измерений величины поперечных напряжений, которыми часто пренебрегают в существующих расчётных методиках, на практике не намного ниже продольных напряжений.

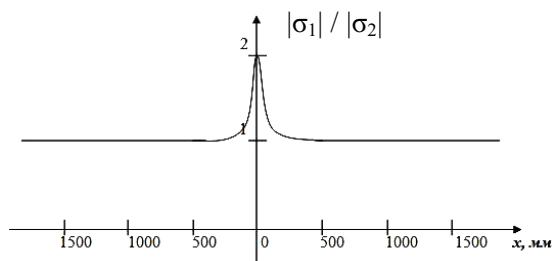


Рис. 5. Усредненный по массиву измерений на трубах ВТЗ график отношения напряжения, параллельного оси шва, к напряжению поперек шва на разных расстояниях от оси шва

Полученные результаты – это первые шаги в направлении решения сложной проблемы разработки неразрушающего метода диагностики остаточных напряжений с помощью цветов побежалости, они демонстрируют перспективность этого метода, имеющего ряд преимуществ: бесконтактность измерений, длительность времени естественного сохранения исходной информации и простота её считывания.

## Библиографический список

1. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений / Б.С. Касаткин [и др.]. – Киев: Наукова думка, 1981. – 584 с.
2. Винокуров В.А. Сварочные деформации и напряжения. – М.: Машиностроение, 1968. – 236 с.
3. Окерблом Н.О. Сварочные деформации и напряжения. – М.–Л.: Машгиз, 1948. – 246 с.
4. Трочун И.П. Внутренние усилия и деформации при сварке. – М.: Машгиз, 1964. – 245 с.
5. Николаев Г.А., Куркин С.А., Винокуров В.А. Сварные конструкции: в 2 т. – М.: Высшая школа. – Т.1. 1982. – 272 с.; Т.2. 1983. – 344 с.
6. Теория сварочных процессов / под ред. В.В. Фролова. – М.: Высшая школа. 1988. – 559 с.
7. Finite Element Analysis of Residual Stress in the Welded Zone of a High Strength Steel / Y. Li [et al.] // Bull. Mater. Sci. – 2004. – Vol. 27. – P. 127–132.
8. Brickstad B., Josefson B.L. A Parametric Study of Residual Stresses in Multi-pass Butt-welded Stainless Steel Pipes // Int. J. of Pressure Vessels and Piping. – 1998. – Vol. 75. – P. 11–25.
9. Finite element modeling of residual stresses in austenitic stainless steel pipe girth welds / Y. Dong [et al.] // Weld J. – 1997. – Vol. 76. – P. 442–449.
10. Металлы и сплавы: справочник / под ред. Ю.П. Солнцева. – СПб.: Профессионал, 2003. – 1066 с.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735 с.
12. Рыкалин Н.Н. Расчёты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1954. – 296 с.
13. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 232 с.
14. Гринфельд М.А. Методы механики сплошных сред в теории фазовых превращений. – М.: Наука, 1990. – 312 с.
15. Морозов Н.Ф., Фрейдин А.Б. Зоны фазовых переходов и фазовые превращения упругих тел при различных видах напряжённого состояния // Тр. Матем. ин-та им. Стеклова. – 1998. – Т. 223. – С. 220–232.

16. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.

17. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Физматлит, 1974. – 500 с.

18. Исследование остаточных напряжений методом электронной спекл-интерферометрии / Р.В. Гольдштейн [и др.] // Актуальные проблемы механики / отв. ред. Р.В. Гольдштейн. – М.: Наука, 2009. – 520 с.

Получено 5.10.2010