

ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ И ПРОМЫШЛЕННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

УДК 691:699.812.2+614.841.332

Наумов И.С., 2013

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ ПО ПОВЕРХНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ МАТЕРИАЛОВ

И.С. Наумов

Пермский национальный исследовательский
политехнический университет, Пермь, Россия

Говорится об условиях и процессе возникновения и распространения пламени по поверхности многослойных материалов и об особенностях распределения по зонам горения. Описаны негативные факторы, возникающие в процессе горения многослойных материалов (в том числе строительных и отделочных материалов), а также нефтепродуктов и горюче-смазочных материалов. Говорится о работах ученых, касающихся физики и химии возникновения и распространения пламени по поверхности различных материалов в зависимости от внешних условий среды, в которых они находятся. Описано то, что положено в основу каждой математической модели, какие из этих моделей могут быть использованы и в какой мере. Рассмотрены недостатки существующих моделей, предложены соответствующие альтернативные варианты решения поставленных в них задач. Описаны существующие модели распространения пламени по поверхности многослойных материалов. Изображены различные схемы: схема модели распространения диффузионного пламени, схема распространения пламени по поверхности, схема распространения пламени по горизонтальной поверхности, схема распространения тепловых потоков в элементарном объеме многослойного материала. Описаны все происходящие при этом процессы. На основании учета всех существующих математических моделей, касающихся распространения пламени по поверхности многослойных материалов, предложена новая модель, которая должна учитывать все возможные параметры как самого материала, включая его пространственную ориентацию и набор слоев по их физико-химическим свойствам, так и внешних условий, воздействующих на многослойные материалы в процессе возгорания и распространения пламени по поверхности. Говорится о необходимости включения специальных дополнительных слоев в многослойные материалы, которые будут препятствовать дальнейшему распространению пламени вглубь материала.

Ключевые слова: многослойные материалы, горючесть, дымообразование, скорость распространения пламени, токсичность, конденсированная фаза, волна горения, радиационные потери, набегающий поток, окисляющая среда, удельная теплота сгорания, теплоотдача, энергия активации, граница теплового слоя, теплосодержание, фронт пламени, тепловой баланс, затухание.

SIMULATION OF FLAME PROPAGATION ON THE SURFACE OF MULTILAYER MATERIALS

I.S. Naumov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

The article refers to the conditions and process of the emergence and spread of flame over the multilayer materials surface and the combustion zones distribution characteristics. Negative factors arising in the process of multilayer materials combustion (including building materials) as well as petroleum products and lubricants are described. The paper refers to the work of scientists concerning the physics and chemistry of the emergence and spread of flame on the surface of various materials depending on the external conditions of the environment in which they are located. This article describes the basis of every mathematical model, which of these models can be used and to what extent. Shortcomings of existing models are considered, appropriate alternatives in solving the problems are offered. Existing models of flame propagation over the surface of multilayer materials are described. Different schemes are shown: the diffusion flame propagation model scheme, the scheme of flame propagation over the surface, flame propagation over the horizontal surface scheme, heat flow in the elementary volume multilayer material scheme, all the processes taking place at the same time are described. Based on consideration of all existing mathematical models relating to the flame propagation over the surface of multilayer materials, a new model that takes into account all possible parameters as the material itself, including its spatial orientation and a set of layers by of their physical and chemical properties, and external conditions affecting the multilayer materials in the process of ignition and the flame propagation over the surface. The article deals with the need to include specific additional layers in multilayer materials that will prevent further spread of the flame into the material depth.

Keywords: multilayer materials, flammability, smoke generation, flame propagation velocity, toxicity, condensed phase, combustion wave, radiative losses, incoming flow, oxidizing environment, calorific value, heat transfer, activation energy, thermal boundary layer, heat content, flame front, heat balance, damping.

Введение

Знание физико-химических процессов, закономерностей и критических условий горения многослойных материалов позволит более точно проводить оценку их пожарной опасности и на основании этого определять область их применения в строительных конструкциях зданий и сооружений.

При горении многослойных материалов выделяют пять зон:

- зона прогрева конденсированной фазы;
- зона реакции в конденсированной фазе (пиролиз);
- предпламенная зона в газовой фазе;
- зона пламенного горения (реакционная зона в газе);
- зона продуктов сгорания.

Наиболее часто наблюдаемым процессом горения многослойных материалов, находящихся в газообразной окислительной среде, является распространение пламени по поверхности этих материалов, которое рассматривается как непрерывное диффузионное газозазное воспламенение продуктов разложения [1].

Тепло от пламени внешнего источника зажигания, попадая на поверхность многослойных материалов перед его кромкой, прогревает его слой до температуры, при которой начинается его газификация. Образовавшиеся газообразные горючие продукты разложения ММ диффундируют от поверхности в окислительную среду, и в газовой фазе возникает самоускоряющаяся экзотермическая реакция окисления горючих продуктов. Таким образом, обеспечивается непрерывное продвижение пламени по поверхности ММ.

Модели горения

В работах Маги и Маклеви, Хирано, Уильямса, Де-Риса, С.С. Рыбанини были рассмотрены модели распространения пламени по поверхности термически тонких и толстых ММ в зависимости от их ориентации в пространстве.

Маги и Маклеви экспериментально показали, что наиболее быстро пламя по поверхности термически тонкого многослойного материала распространяется вертикально вверх. При экспериментальном определении скорости распространения пламени по поверхности термически тонкого ММ Хирано установил, что по мере изменения угла ориентации в пространстве от -90° (вертикально вниз) до -30° скорость возрастает в 3 раза, а изменение угла от -90° до $+90^\circ$ (вертикально вверх) приводит к 5-кратному увеличению скорости распространения пламени.

В общем виде скорость распространения пламени V на основе закона сохранения энергии может быть выражена через тепловой поток q_1 , переносимый от пламени на воспламеняемую поверхность в следующем виде:

$$\rho V \Delta h = q,$$

где ρ – плотность горючего материала; ρV – массовая скорость горения, $\rho V = m$; Δh – изменение энтальпии при изменении температуры единичной массы от начальной температуры T_0 до температуры T_1 , соответствующей температуре воспламенения [2].

Схема распространения пламени по горизонтальной поверхности многослойных материалов представлена на рис. 1.

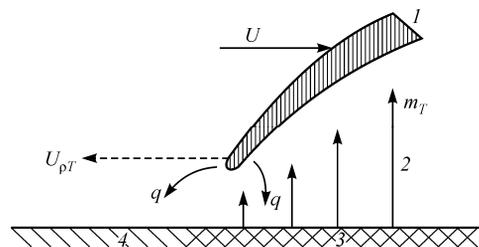


Рис. 1. Распространение пламени по горизонтальной поверхности многослойных материалов: 1 – зона химической реакции в пламени; 2 – темная зона паров многослойного материала; 3 – зона пиролиза; 4 – зона невоспламененного многослойного материала. Направления потоков окисляющего газа (U), паров многослойного материала (m_T), теплового потока от пламени (q) и волны горения (U_{pT})

Подобная схема была использована многими авторами для построения некоторых математических моделей распространения пламени при стационарных режимах горения.

Согласно модели Де-Риса перенос тепла в отсутствие вынужденной конвекции (скорость воздуха равна нулю) к поверхности несгоревшего многослойного материала для термически тонких слоев осуществляется путем теплопроводности через газовую и конденсированную фазы, а также излучением (двухмерная задача).

Система уравнений модели Де-Риса состоит из следующих уравнений:

– уравнения диффузии компонентов:

$$\rho V_a \frac{\partial Y_i}{\partial x} = \rho D \left(\frac{\partial^2 Y_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Y_i}{\partial y^2} \right) + m_i,$$

где m_i – соответствует скорости образования i -й фракции и единице объема, $i = 0$ – соответствует кислороду, $i = F$ – горючему;

– уравнения теплопроводности в твердой фазе:

$$\rho c_p V_a \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q_{ch} - q_{rad},$$

где q_{ch} – скорость выделения химического тепла; q_{rad} – радиационные потери.

Уравнения в частных производных были преобразованы с помощью переменных Шваба – Зельдовича:

$$\alpha_1 = \frac{c_p (T - T_\infty)}{L} + \frac{(Y_0 - Y_{0\infty}) Q (1 - \chi)}{M_0 L};$$

$$\alpha_2 = \frac{Y_F Q (1 - \chi)}{M_F L} - \frac{(Y_0 - Y_{0\infty}) Q (1 - \chi)}{M_0 L}.$$

Над поверхностью многослойного материала за фронтом пламени кислород отсутствует, т.е. при $x \geq 0$, $y = 0_+$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial y} = (1 - k) \frac{\partial \alpha_1}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\text{где } k = \frac{Q}{M_0 L \left(\frac{B}{\ln(1+B)} \right)^{-1}}.$$

Проведенные экспериментальные исследования по определению скорости распространения пламени по поверхности термически тонких и толстых многослойных материалов подтверждают выражение (1), а также выражение для расчета скорости распространения пламени, полученное И.С. Молчадским для многослойных материалов, и позволяют сделать следующий вывод [3]. Скорость распространения пламени по поверхности обратно пропорциональна толщине топлива и не зависит от давления и скорости набегающего потока окисляющей среды.

Для решения этой задачи была введена еще одна переменная Шваба – Зельдовича:

$$\alpha_3 = \frac{c_p (T - T_\infty)}{L}.$$

Уравнение теплопроводности в твердой фазе Де-Рисом было записано в виде

$$\rho_F c_F V \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_{Fx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \lambda_{AN} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0,$$

где λ_{Fx} , λ_{AN} – постоянные величины (значение теплопроводности по осям Fx и AN анизотропии), $\lambda_{Fx} = \text{const}$ и $\lambda_{AN} = \text{const}$.

С учетом условий уравнение скорости V распространения пламени по поверхности многослойного материала записывается в следующем виде:

$$V = \frac{\rho c_p \lambda V_a}{(\rho c \lambda)_F} \left[\frac{T_f - T_V}{T_V - T_\infty} + \frac{2R_1 F (2\lambda / \rho c V_a l)}{\rho c_p V_a (T_V - T_\infty)} + \frac{2R_2}{\pi \rho c V_a (T_V - T_\infty)} \right].$$

Все рассматриваемые модели имеют ряд недостатков, основными из которых являются следующие:

- отсутствие в явной форме зависимости скорости распространения пламени от давления;
- отсутствие концентрации окислителя;
- плохая корреляция с экспериментальными данными.

Так, в работе не учитывается область воспламенения вблизи кромки пламени, характеризующаяся отношением времени массопереноса к времени химической реакции (число Дамкелера) мало и влиянием химической кинетики значительно.

В работе авторы попытались учесть процессы, протекающие в зоне воспламенения в конденсированной и газовой фазах.

В конечном итоге авторы получили следующие выражения для скорости распространения пламени по горизонтальной поверхности.

Для тонких многослойных материалов скорость

$$V = \frac{kQ_0 Y_0 F(P, Y_0)}{(\rho c)_T cL(T_\delta - T_\infty)}$$

Для толстых многослойных материалов скорость

$$V = \frac{[\lambda Q_c Y_0 F(P, Y_0)]^2}{(\rho c)_T c^2 \lambda_T \delta (T_\delta - T_\infty)^2},$$

где Q_c – удельная теплота сгорания многослойных материалов, $F(P, Y_0)$ – функция, выражающая зависимость относительной концентрации выделяющихся паров из многослойных материалов в области воспламенения от давления и концентрации окислителя.

Недостатком модели является то, что в ней, как и в модели Де-Риса, не учтена теплопередача от пламени в направлении распространения. При этом авторы получили решение для теплопередачи в твердой фазе, а для скорости распростране-

ния решение в аналитическом виде не получено, хотя ими и сделана попытка выразить зависимость величины (P, Y_0) через известные экспериментальные данные¹.

В основу модели Фернандеза – Пелло и Уильямса было положено воздействие диффузионного пламени, примыкающего к активно газифицирующему многослойному материалу и устанавливающего на его поверхности повышенную температуру. Модель включает основные уравнения в газовой фазе, т.е. уравнения сохранения массы, энергии и вещества. Причем уравнение сохранения импульса записано в приближении теории пограничного слоя, как и обе аррениусовские реакции воспламенения: одна для конденсированной фазы, другая для газовой среды.

В результате авторами получены выражения для профиля температуры, массовой скорости выгорания и скорости распространения пламени. Все эти выражения громоздки и включают ряд неизвестных параметров, которые могут быть определены с помощью ПК на основе экспериментальных данных.

В работе Майзера развита теоретическая модель оценки скорости распространения пламени в условиях контролируемых теплопередачей при линейном скоростном профиле набегающего потока [4].

В этой постановке уравнения сохранения энергии в твердой и газовой фазах в координатной системе, связанной с фронтом пламени, записываются в следующем виде:

$$\lambda_{\Delta x} \frac{\partial^2 T_\Delta}{\partial x^2} + \lambda \Delta y \frac{\partial^2 T_\Delta}{\partial y_\Delta^2} - \rho_\Delta c_{p\Delta} (V_S + \alpha y_\Delta) \frac{\partial T_\Delta}{\partial x} = 0;$$

$$\lambda_{Sx} \frac{\partial^2 T_S}{\partial x^2} + \lambda_{Sy} \frac{\partial^2 T_S}{\partial y^2} - \rho_S c_{pS} V_S \frac{\partial T_S}{\partial x} = 0,$$

¹ ГОСТ 30244–94. Материалы строительные. Методы испытания на горючесть.

при граничных условиях на оси $y = 0$

$$T_S(x, 0) = T_\partial(x, 0) \text{ при } x < 0;$$

$$\lambda_{\partial y} \frac{\partial T_\partial}{\partial y_\partial}(x, 0) = -\lambda_{sy} \frac{\partial T_S}{\partial y_S}(x, 0) \text{ при } x < 0;$$

$$T_S(x, 0) = T_\partial(x, 0) \text{ при } x \geq 0.$$

Обезразмерив исходные дифференциальные уравнения и введя преобразование Фурье по продольной координате, а также используя процедуру Винера – Хопфа, автор получил формулу вычисления скорости распространения пламени в виде

$$V_S = A \sqrt{\alpha \alpha_\partial} \frac{\rho_\partial c_{p\partial} \lambda_{\partial y}}{\rho_S c_{pS} \lambda_{sy}} \left[\frac{T_f - T_V}{T_V - T_\infty} \right]^{\left(2 + \frac{m}{3}\right)},$$

где $A - \text{const}$; α_∂ – коэффициент теплоотдачи газа.

В работе Малинецкого представлена модель стационарного распространения пламени [5]. Рассмотрены различные скорости набегающего потока и распространения пламени, профиль набегающего потока был принят в приближении Осена. Теплофизические свойства ММ для конденсированной и газовой среды приняты постоянными, но эффекты продольной и поперечной теплопроводности, поперечные (y) и продольные (r), также различны в каждой фазе. В модели предполагается, что распространение пламени имеет место, когда температура поверхности ММ достигает некоторой постоянной температуры газификации [6]. Пламя рассматривается как поверхностный источник тепла, формой которого в плоскости x, y является линия. Предложение об отсутствии выгорания поверхности и отсутствии реакции в обеих средах приводит к следующим дифференциальным уравнениям в системе координат, связанных с фронтом пламени:

$$\lambda_{\partial x} = \frac{\partial^2 T_\partial}{\partial x^2} + \lambda_{\partial y} \frac{\partial^2 T_\partial}{\partial y^2} - \rho_\partial c_{p\partial} V_\partial \frac{\partial T_\partial}{\partial x} = 0;$$

$$\lambda_{Sx} = \frac{\partial^2 T_S}{\partial x^2} + \lambda_{sy} \frac{\partial^2 T_S}{\partial y^2} - \rho_S c_{pS} V_S \frac{\partial T_S}{\partial y} = 0,$$

при следующих граничных условиях:

$$T_S(x, 0) = T_\partial(x, 0) = (T_V - T_\infty) \exp(-x/l) + T_\infty \text{ при } x > 0,$$

$$T_S(0, 0) = T_\partial(0, 0) = T_\infty - \text{в начальный момент времени } t = 0,$$

$$T_S(x, 0) = T_\partial(x, 0) \text{ при } x < 0,$$

$$\lambda_{\partial y} \frac{\partial T_\partial}{\partial y_\partial}(x, 0) = -\lambda_{sy} \frac{\partial T_S}{\partial y_S}(x, 0).$$

При аналитическом решении этих уравнений получена следующая формула скорости распространения пламени:

$$V_S = V_\partial \left(\frac{\rho_\partial c_{p\partial} \lambda_{\partial y}}{\rho_S c_{pS} \lambda_{sy}} \right) \times \left[\frac{T_f - T_V}{T_V - T_\infty} - \left(\sqrt{1 + \frac{\lambda_{\partial x}}{\rho_\partial c_{p\partial} V_\partial l}} - 1 \right)^2 \right] - \frac{\lambda_{Sx}}{\rho_S c_{pS} l}.$$

Во всех проанализированных выше моделях процессы, протекающие во фронте пламени, не рассматривались. На основе анализа теплового баланса на границе области воспламенения, анализа ее структуры и фундаментального уравнения распространения была проведена оценка скорости распространения пламени². Автором отдельно рассмотрены три основные области, примыкающие к фронту пламени: зоны химической реакции, области газа и области ММ, нагретые теплом, поступающим из зоны химической реакции. На основе анализа теплового баланса на границе области воспламенения была проведена оценка толщин зоны прогрева вдоль поверхно-

² Официальный сайт Министерства РФ по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий. URL: <http://www.mchs.gov.ru/>.

сти материала ($\delta_{кx}$) и зоны его газификации ($\delta_{кx \text{ пир}}$), необходимой для поддержания горения. Схема рассматриваемой модели изображена на рис. 2. В этой модели рассматривается конвективный теплообмен в газовой фазе перед кромкой пламени и теплопередача теплопроводностью в конденсированной фазе. Перенос тепла излучением не принимался во внимание [7].

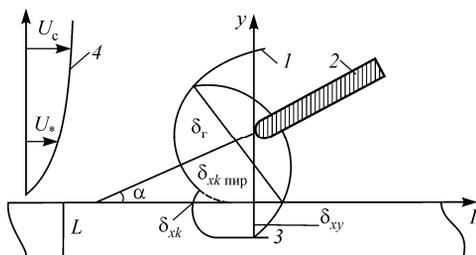


Рис. 2. Модель распространения диффузионного пламени по поверхности ММ: 1 – граница теплового слоя; 2 – зона химической реакции; 3 – твердый горючий материал; 4 – окислительная среда

Для термически тонких слоев топлив было установлено, что

$$\delta_{кx} \cong \frac{\alpha_k}{V}, \quad \frac{\delta_{кx \text{ пир}}}{\delta_{\gamma \text{ min}}} < \frac{RT_*}{E},$$

где α_k – коэффициент температуропроводности конденсированной фазы; V – скорость распространения пламени по поверхности; $\delta_{\gamma \text{ min}}$ – минимальная толщина газового теплового слоя в кромке пламени,

$$\delta_{\gamma \text{ min}} = \left[\frac{2E(T_* - T_0)^2 \lambda}{RT_* Q \omega_{\text{max}}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

где Q, E и ω_{max} – тепловой эффект, энергия активации и максимальная скорость газофазной химической реакции соответственно; T_0 – среднее значение температуры на границе теплового слоя.

Это означает, что прогрев горючего материала и начало его газификации

происходят на расстоянии, меньшем размера газового теплового слоя $\delta_{\gamma \text{ пир}}^3$.

При малой скорости распространения пламени $\delta_{кx \text{ пир}}$ мало и по сравнению с $\delta_{кx}$. Автором определено, что скорость распространения пламени по поверхности ММ при наличии дополнительного внешнего теплового потока $q_{\text{доп}}$ и движения окисляющего газа со скоростью U_* подчиняется уравнению

$$V = \frac{V_{\text{max}} (1 + \Omega) \cos \alpha - U_*}{1 + \theta \delta_{кy} \cos \alpha / \delta_{\gamma \text{ min}}},$$

$$\Omega = \frac{4q_{\text{доп}}}{\pi Q \varpi_{\text{max}} \delta_{3p \text{ min}}},$$

$$\theta = \frac{\rho_k c_k (T_S - T_0)}{\rho_{\gamma} c_{\gamma} (T_* - h_0 / c_{\gamma})},$$

$$V_{\text{max}} = \frac{\pi Q \varpi_{\text{max}} \delta_{3p \text{ min}}^2}{2\rho_{\gamma} c_{\gamma} \delta_{\gamma \text{ min}} (T_* - h_0 / c_{\gamma})},$$

где V_{max} – максимально возможная скорость распространения пламени по поверхности ММ в отсутствие внешнего потока тепла и вынужденной конвекции; Q и ϖ_{max} – тепловой эффект и максимальная скорость газофазной химической реакции соответственно; $\delta_{\gamma \text{ min}}$ – минимальная толщина газового теплового слоя; $\delta_{кy}$ – величина зоны прогрева по толщине ММ; $\delta_{3p \text{ min}}$ – минимальное значение полутолщины зоны реакции в кромке пламени; h_0 – тепло, затраченное на нагрев и газификацию ММ, $h_0 = C_{\gamma} T_0 + Y_T \Delta H_e$; T_* – масштабная температура, характеризующая проявление самоускоряющейся химической реакции; α – угол наклона пламени.

³ О пожарной безопасности: Федер. закон РФ от 22 августа 2004 года № 122-ФЗ (с изм. на 19 июля 2009 г.).

Полученное выражение для расчета скорости распространения пламени по поверхности ММ содержит целый ряд неизвестных параметров, экспериментальное определение которых представляет значительные трудности, поэтому оно может быть использовано только для качественных оценок⁴.

В настоящее время наряду с аналитическими методами используются численные методы, позволяющие изучить более общие постановки решения задачи о распространении пламени по поверхности ММ, а также дающие возможность введения химической кинетики газофазного пламени, что для аналитических методов представляет определенные трудности [8].

Таким образом, в настоящее время накоплен большой теоретический и экспериментальный опыт в исследовании процесса распространения пламени по поверхности ММ, а происходящие при этом физико-химические процессы достаточно ясны. При строгой математической постановке задачи процессы, происходящие в газовой фазе, описываются уравнениями, представляющими собой законы сохранения количества движения, массы, компонентов и энергии, включающие в себя радиационный перенос и химическую кинетику. Но эти уравнения в полном виде вместе с уравнениями сохранения энергии не поддаются решению с помощью современных математических методов вследствие трехмерности в нестационарном случае.

Очевидно, что скорость развития пожара зависит от того, как быстро может распространиться горение от места воспламенения с охватом все большей площади ММ. Следовательно, способность ММ распространять горение необходимо определять как одну из важных характеристик их пожарной опасности [9].

Из проведенного выше обзора работ, посвященных проблеме разработки математических моделей распространения пламени по поверхности ММ, очевидно, что важнейшей количественной характеристикой этого процесса является скорость распространения пламени. Основной задачей при исследовании горения ММ является определение скорости распространения пламени по поверхности в зависимости от теплофизических свойств конденсированной и газовой фаз, кинетических параметров реакции пиролиза и газофазных реакций в пламени, а также физико-химических свойств ММ и условий окружающей среды [10].

Математическая модель процесса распространения пламени по поверхности ММ должна прогнозировать скорость распространения как функцию большого числа параметров реагирующей системы и пределы устойчивого горения по разным параметрам. Поскольку учет и строгий анализ их не всегда возможны, при разработке моделей обычно рассматривают доминирующие факторы, определяющие скорость распространения пламени. Наиболее логичный подход – выделение в многостадийном процессе горения ММ ведущих стадий и выявление механизмов тепло- и массообмена, контролирующих скорость распространения пламени при заданных условиях [11].

Принципиальная схема процесса распространения пламени по поверхности ММ изображена на рис. 3.

Сформулируем физическую постановку задачи.

1. Стадия индукции (задача воспламенения). Уравнение теплопроводности на стадии индукции:

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (2)$$

где $T = T(x, y, t)$, x – координата в направлении распространения; y – координата в направлении, перпендикулярном поверхности раздела фаз.

⁴ Технический регламент о требованиях пожарной безопасности: Федер. закон РФ от 22 июля 2008 г. № 123-ФЗ.

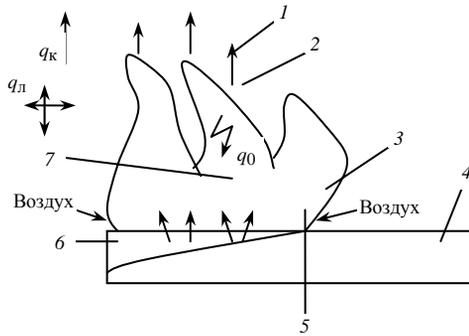


Рис. 3. Схема распространения пламени по поверхности ММ: 1 – продукты горения; q_k – конвективная составляющая теплового потока факела пламени; q_l – лучистая составляющая теплового потока факела пламени; q_0 – тепловой поток в зоне факела пламени к поверхности ММ; 2 – зона диффузионного горения; 3 – зона кинетического горения (носик пламени); 4 – твердое топливо; 5 – зона разложения ММ перед фронтом пламени; 6 – зона газификации твердого топлива; 7 – зона газообразных продуктов разложения

Запишем начальные и граничные условия:

$T|_{t=0}$ – температура во всех точках ММ в начальный момент времени,

$T|_{x=0} = T_0$; $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0}$ – теплообмен с атмосферой из торца ММ, $-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} =$

$= \alpha(T|_{x=0} - T_a)$, где T_a – температура окружающей атмосферы;

$\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=h}$ – теплопроводность подложки, $\frac{\partial T}{\partial y}|_{y=h} = 0$.

$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0}$ – теплообмен на верхней границе слоя ММ с атмосферой,

$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}|_{y=0} = \alpha(T|_{y=0} - T_a)$, где $T|_{y=0}$ – температура на поверхности ММ;

$T|_{t=t_{\text{инд}}} x=0 = T_{\text{пир}}$ – условие окончания стадии индукции;

$T|_{x=0} = T_{\text{пир}}$ – условие воспламеняемости ММ.

2. Стадия распространения (рис. 4). Выведем уравнение баланса тепла в элементарном объеме ММ на стадии распространения:

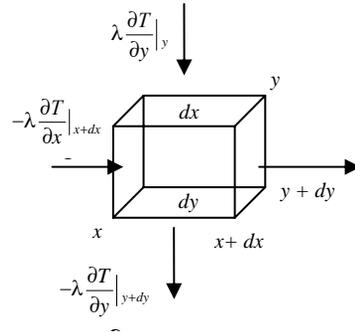


Рис. 4. Распространение тепловых потоков в элементарном объеме ММ

$T(x - S(t), y, t)$ – теплосодержание

в момент времени t ;

$T(x - S(t + dt), y, t + dt)$ – теплосодержание в момент времени $t + dt$;

дифференциалы по времени dt и по координатам dx, dy пренебрежительно малы по сравнению с x, y, t .

$$\begin{aligned} & T(x - S(t + dt), y, t + dt) - \\ & - T(x - S(t), y, t) = \\ & = T(x - S(t + dt), y, t + dt) - \\ & - T(x - S(t + dt), y, t) + \\ & + T(x - S(t + dt), y, t) - T(x - S(t), y, t). \end{aligned} \quad (3)$$

Проведем в уравнении (3) замену на производные:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T(x - S(t + dt), y, t)}{\partial t} dt + \\ & + \frac{\partial T}{\partial x} (-S(t + dt) + S(t), y, t) - \\ & - \frac{\partial T(x - S(t + dt), y, t)}{\partial t} dt - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial T}{\partial x}(S(t+dt)-S(t), y, t) = \\
& = \frac{\partial T(x-S(t+dt), y, t)}{\partial t} dt - \frac{\partial T}{\partial x} S(t) dt = \\
& = \left(\frac{\partial T(x-S(t+dt), y, t)}{\partial t} - \frac{\partial T}{\partial x} U(t) \right) dt, \\
\rho c dx dy & \left(\frac{\partial T(x-S(t+dt), y, t)}{\partial t} - U(t) \frac{\partial T}{\partial x} \right) \times \\
& \times dt - \text{тепло, полученное элементом ММ} \\
& \text{за время } dt; \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x dyl dt - \text{энергия, вошедшая} \\
& \text{в слой топлива по координате } x; \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} dyl dt - \text{энергия, вышедшая} \\
& \text{из слоя ММ;} \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x dyl dt + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} dyl dt = \\
& = \lambda dyl dt \left(\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} - \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_x \right) = \\
& = \lambda dyl dt \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx; \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y_1} dxl dt - \text{энергия, вошедшая} \\
& \text{в слой ММ по координате } y; \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y+dy} dxl dt - \text{энергия, вышедшая} \\
& \text{из слоя ММ;} \\
& -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_y dxl dt + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y+dy} dxl dt = \\
& = \lambda dx dt \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} dy; \\
\rho c dx dy & \left(\frac{\partial T(x-S(t+dt), y, t)}{\partial t} - \right. \\
& \left. - U(t) \frac{\partial T(x-S(t), y, t)}{\partial x} \right) dt = \\
& = \lambda dyl dt dx \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda dxl dt dy \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (4)
\end{aligned}$$

После сокращения обоих множителей и уравнения (4) получим

$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} - U(t) c_p \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right).$$

Запишем начальные и граничные условия для стадии распространения пламени по слою ММ [12].

$T_{\text{расп}} \Big|_{t=t_{\text{инд}}} = T_{\text{инд}} \Big|_{t=t_{\text{инд}}}$ – начальное условие – условие перехода стадии индукции в стадию распространения;

$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$ – условие теплонепроницаемости в подложку;

$T \Big|_{x=S(t)} = T_{\text{нпр}}$ – условие на кромке фронта пламени.

Граничное условие при $y = 0$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = I_0 J(x, t) + \alpha (T \Big|_{y=0} - T_a) -$$

сумма падающего радиационного потока и теплообмена с атмосферой, где $I_0 J(x, t) = R(x, t)$ – количество тепла, падающее на единицу поверхности ММ в единицу времени.

Здесь принято $OA = x$; $OC = S(t)$; $CA = x - S(t)$.

Запишем координаты точек A и B , а также координаты вектора \overline{AB} и нормали \overline{n} к оси x :

$$A(x; 0; 0); B(S(t); y, Z_1 \cos \varphi); \\ \overline{AB} = (x - S(t); -y; -Z_1 \cos \varphi); \overline{n} = (0; 0; 1).$$

Определим косинус угла ψ между вектором \overline{AB} и единичным вектором \overline{n} :

$$\overline{n} \overline{AB} = Z_1 \cos \varphi = |\overline{n}| |\overline{AB}| \cos \psi,$$

откуда $\cos \psi = \frac{Z_1 \cos \varphi}{|\overline{n}| |\overline{AB}|}$, где $|\overline{n}| = 1$.

Определим длину вектора \overline{AB} :

$$|\overline{AB}|^2 = (x - S(t))^2 + y^2 + Z_1^2 \cos^2 \varphi,$$

тогда

$$\cos \psi = \frac{Z_1 \cos \varphi}{\sqrt{(x-S(t))^2 + y^2 + Z_1^2 \cos^2 \varphi}}$$

Определим значение теплового потока J , падающего на единичную площадку $dxdy$:

$I_0 dydz_1 = 14\pi |AB|^2$ – распространение тепловой энергии на площадку $dxdy$,

$$\text{откуда } I = \frac{I_0 dydz_1}{4\pi |AB|^2}$$

Энергия, падающая на элементарную площадку $dxdy$ в точке $(x;0)$,

$$I \cos \psi dxdy = \frac{z_1 \cos \varphi}{|AB|} \frac{I_0 dydz_1}{4\pi |AB|^2} dxdy = \\ = \frac{I_0}{4\pi} \frac{z_1 \cos \varphi}{|AB|^3} dydz_1 dxdy.$$

На элементарную площадку в единицу времени падает радиационный поток $Rdxdy$.

Проведем сложение элементарных площадок $dydz_1$ излучающей площади шара при изменении z_1 от 0 до H , координаты y от $-\infty$ до ∞ и получим

$$\int_0^H \int_{-\infty}^{\infty} \frac{I_0}{4\pi} \frac{z_1 \cos \varphi}{|AB|^3} dydz_1 = I_0 J = R,$$

отсюда найдем J :

$$J = \frac{1}{4\pi} \int_0^H dz_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z_1 \cos \varphi dy}{\left((x-S(t))^2 + y^2 + z_1^2 \cos^2 \varphi \right)^{3/2}}$$

Обозначим

$$J_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{\left((x-S(t))^2 + y^2 + z_1^2 \cos^2 \varphi \right)^{3/2}};$$

$$A^2 = (x-S(t))^2 + z_1^2 \cos^2 \varphi.$$

Тогда

$$J_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(A^2 + y^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{A^2 \left(1 + \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{1}{A^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{\left(1 + \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right)^{3/2}}.$$

Перепишем последнее выражение, введя под интеграл величину $\frac{1}{A}$. Тогда получим

$$J_1 = \frac{1}{A^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d \frac{y}{A}}{\left(1 + \left(\frac{y}{A} \right)^2 \right)^{3/2}},$$

обозначив $\frac{y}{A} = \gamma$, перепишем значение J_1 в следующем виде:

$$J_1 = \frac{1}{A^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\gamma}{(1+\gamma^2)^{3/2}}.$$

Упростим последнюю формулу, сделав замену $\gamma = \text{tg} \beta$. Тогда

$$d\gamma = \frac{1}{\cos^2 \beta} d\beta; \quad 1 + \gamma^2 = 1 + \text{tg}^2 \beta = \frac{1}{\cos^2 \beta}; \\ \frac{1}{(1+\gamma^2)^{3/2}} = \cos^3 \beta.$$

После всех замен получим

$$J_1 = \frac{1}{A^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \beta \frac{1}{\cos^2 \beta} d\beta = \\ = \frac{1}{A^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \beta d\beta = \frac{1}{A^2} \sin \beta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{A^2}.$$

Вычислим значение интеграла J :

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_0^N \frac{z_1 \cos \varphi}{(x-S(t))^2 + z_1^2 \cos^2 \varphi} dz_1.$$

Введем замену $z_1 \cos \varphi = N$, тогда $dN = \cos \varphi dz_1$, откуда $dz_1 = \frac{1}{\cos \varphi} dN$.

Учитывая это, получим

$$J = \frac{1}{2\pi \cos \varphi} \int_0^{H \cos \varphi} \frac{NdN}{(x-S(t))^2 + N^2}.$$

Обозначим $N^2 = \gamma$, тогда $d\gamma = 2NdN$, откуда $NdN = \frac{1}{2}d\gamma$.

Введя эти замены переменных в последнее уравнение и решив интеграл, получим

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{4\pi \cos \varphi} \int_0^{N \cos^2 \varphi} \frac{d\gamma}{(x-S(t))^2 + \gamma} = \\ &= \frac{1}{4\pi \cos \varphi} \ln(x-S(t))^2 + \gamma \Big|_0^{H^2 \cos^2 \varphi} = \\ &= \frac{1}{4\pi \cos \varphi} \ln\left((x-S(t))^2 + H^2 \cos^2 \varphi\right) - \\ & - \ln(x-S(t))^2 = \frac{1}{4\pi \cos \varphi} \ln\left(1 + \frac{H^2 \cos^2 \varphi}{(x-S(t))^2}\right). \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\rho_{\text{пр}} W}{\rho_{\text{в}} (U + V \cos \varphi) U}, \end{aligned}$$

где $\rho_{\text{пр}} W$ – количество движения конвективных потоков; $\rho_{\text{в}} (U + V \cos \varphi) U$ – количество движения за счет пламени и набегающего воздушного потока.

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha &= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_{\text{пр}} W}{\rho_{\text{в}} (U + V \cos \varphi) U}\right)^2} = \\ &= \frac{\rho_{\text{в}}^2 (U + V \cos \varphi)^2 U^2}{\rho_{\text{в}}^2 (U + V \cos \varphi)^2 U^2 + \rho_{\text{пр}}^2 W^2}, \end{aligned}$$

отсюда

$$\cos \alpha = \frac{\rho_{\text{в}} (U + V \cos \varphi) U}{\sqrt{\rho_{\text{в}}^2 (U + V \cos \varphi)^2 U^2 + \rho_{\text{пр}}^2 W^2}}, \quad (5)$$

где $U = \bar{U}U_0$; $V = \bar{V}U_0$; $W = \bar{W}U_0$.

Приведем формулу (5) к безразмерному виду

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\rho_{\text{в}} (\bar{U} + \bar{V} \cos \varphi) \bar{U}}{\sqrt{\rho_{\text{в}}^2 (\bar{U} + \bar{V} \cos \varphi)^2 \bar{U}^2 + \rho_{\text{пр}}^2 \bar{W}^2}} - \\ & - \frac{(\bar{U} - \bar{V} \cos \varphi) \bar{U}}{\sqrt{(\bar{U} + \bar{V} \cos \varphi)^2 \bar{U}^2 + \delta^2 \bar{W}^2}}, \end{aligned}$$

где $\delta = \frac{\rho_{\text{пр}}}{\rho_{\text{в}}}$.

$$J = \frac{1}{4\pi \cos \alpha} \ln \left(1 + \frac{H^2 \cos^2 \alpha}{(x-S(t))^2} \right). \quad (6)$$

Сделаем в уравнении (6) замену на безразмерные величины:

$$\frac{H^2 \cos \alpha}{(x-S(t))^2} = \frac{\left(\frac{H}{x_0}\right)^2 \cos^2 \alpha}{\left(\frac{x}{x_0} - \frac{S(t)}{x_0}\right)^2} = \frac{\bar{H}^2 \cos^2 \alpha}{(\bar{x} - \bar{S}(t))^2},$$

где $H = \frac{H}{x_0}$; $\bar{S} = \frac{S(t)}{x_0}$; $t = \frac{t}{t_0}$.

Окончательно получим

$$J = \frac{1}{4\pi \cos \alpha} \ln \left(1 + \frac{\bar{H}^2 \cos^2 \alpha}{(\bar{x} - \bar{S}(t))^2} \right).$$

Введем безразмерные координаты и безразмерное время с помощью следующих выражений:

$$t = t_0 \tau; \quad x = x_0 \hat{x}; \quad y = y_0 \bar{y}.$$

Запишем значения безразмерных температур для стадии индукции:

$$\Theta = \frac{T - T_1}{T_0}. \quad (7)$$

Из формулы (7) $T = T_0 (1 + \Theta)$.

Значения производных преобразуются по законам:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{I_0} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{T_0}{t_0} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau};$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{x_0} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_0}{x_0} \frac{\partial \Theta}{\partial x};$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{y_0} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T_0}{y_0} \frac{\partial \Theta}{\partial y};$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2};$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_0}{y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

После полученных преобразований перепишем уравнение (2) в виде

$$\frac{T_0}{t_0} c_p \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \lambda \frac{T_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \lambda \frac{T_0}{y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Упростив уравнение, разделив обе его части на $\frac{c_p T_0}{t_0}$, получим

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \lambda \frac{t_0}{c_p x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \lambda \frac{t_0}{c_p y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Положим, что $\lambda \frac{t_0}{c_p x_0^2} = 1$ и $\lambda \frac{t_0}{c_p y_0^2} = 1$, тогда уравнение будет выглядеть так:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Начальное и граничное условия примут следующий вид:

$$\Theta|_{\tau=0} = 0;$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_y = 0;$$

$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\alpha y_0}{\lambda} (\Theta|_{y=0} - \Theta_2)$ – условие теплопередачи от газа на поверхность ММ;

$-\frac{\partial \Theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\alpha x_0}{\lambda} (\Theta|_{x=0} - \Theta_2)$ – условие теплопередачи от газа через кромку ММ [13];

$\Theta \Big|_{\substack{i=0 \\ T=T_\infty}} = \Theta_{cg}$ – условие окончания стадии индукции.

3. Стадия распространения.

$$\Theta = \frac{T - T_0}{T_0},$$

$$T = T_0(1 + \Theta).$$

Значения изменения температуры в ММ во времени и по координатам x и y , полученные в результате дифференцирования, запишем в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{t_0} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_0}{t_0} \frac{\partial \Theta}{\partial t};$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{x_0} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_0}{x_0} \frac{\partial \Theta}{\partial x};$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{y_0} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{T_0}{y_0} \frac{\partial \Theta}{\partial y}.$$

Запишем значения вторых производных уравнения теплопроводности при изменении температуры по координатам x и y :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2};$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_0}{y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Приведем условие к безразмерному виду:

$$\frac{\lambda T_0}{y_0} \frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = I_0 J(x_0 t) + \alpha T_0 (\Theta|_{y=0} - \Theta_0).$$

Разделив обе его части на $\frac{\lambda T_0}{y_0}$, получим

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{y_0 I_0}{\lambda T_0} J(x_0 t) + \frac{\alpha y_0}{\lambda} (\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0).$$

Примем $\frac{y_0 I_0}{\lambda T_0} = 1$, отсюда $y_0 = \frac{\lambda T_0}{I_0}$.

Приведем уравнение к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \frac{c_p T_0}{t_0} \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \frac{c_p U(t) T_0}{x_0} \frac{\partial \Theta}{\partial x} &= \\ &= \frac{\lambda T_0}{x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\lambda T_0}{y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}. \end{aligned}$$

Разделив уравнение на $\frac{c_p T_0}{t_0}$, получим

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} - \frac{U(t)}{x_0} \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\lambda t_0}{c_p x_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\lambda t_0}{c_p y_0^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Примем, что $\frac{\lambda t_0}{c_p y_0^2} = 1$ и $\frac{\lambda t_0}{c_p x_0^2} = 1$,

тогда $t_0 = \frac{c_p \lambda T_0^2}{I_0^2}$, $x_1 = \frac{\lambda T_0}{I_0}$.

U_0 – масштаб скорости, $U_0 = \frac{x_0}{t_0} - \frac{I_0}{c_p T_0}$;

$\bar{U}(r)$ – безразмерная скорость,

$$\bar{U}(r) = \frac{U(t)}{U_0}.$$

После этих допущений уравнение в безразмерном виде запишется так:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} - \bar{U}(t) \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Начальное и граничные условия для уравнения преобразуются к виду

$\Theta_{hfc} \Big|_{r=r_{\min}} = \Theta_{bvg} \Big|_{r=r_{\max}}$ – начальное условие;

$\Theta \Big|_{i=\min} = \Theta_{i,\min}$ – условие на кромке фронта пламени;

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{y_0 R_I}{\lambda T_0} + \frac{\alpha y_0}{\lambda} (\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0) \quad -$$

условие на границе ММ с атмосферой.

С учетом вышеизложенного

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = J(x_0 t) + \bar{\alpha} (\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0),$$

где $\bar{\alpha}$ – безразмерный коэффициент теплоотдачи, $\bar{\alpha} = \frac{\alpha y_0}{\lambda}$; $\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$ – условие на нижней границе ММ.

Приведем уравнение общего теплового баланса к безразмерному виду. При этом можно воспользоваться всеми безразмерными параметрами, которые были введены для стадии распространения [14].

Уравнение общего теплового баланса примет вид

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} q \bar{h} \bar{U}(t) \frac{1}{c_0 T_0} + \bar{\alpha} \int_{y(7)}^0 (\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0) dx &= \\ = \bar{U}(t) \bar{h} \Theta_{\min} + \frac{c_{rh} \rho_{kp}}{c_0 \rho_0} \bar{h} \bar{U}(t) (\Theta_m - \Theta_{\min}) + \\ + \frac{c_{\min} \rho_{\min}}{c_0 \rho_0} k \bar{h} \bar{U}(t) (\Theta_m - \Theta_{\min}), \end{aligned}$$

где \bar{h} – безразмерная толщина слоя ММ, $\bar{h} = \frac{h I_0}{\lambda T_0}$.

Запишем уравнение в виде

$$\begin{aligned} \bar{h} \alpha \bar{U}(r) + \bar{\alpha} \int_{y=0}^0 (\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0) d\bar{x} &= \\ = \bar{h} \bar{U}(r) (\Theta_{\min} - \Theta_{ma}) + \\ + \bar{h} I \varepsilon \bar{U}(t) (\Theta_0 - \Theta_{\min}), \end{aligned}$$

где $\Theta = \frac{2}{3} \frac{q}{c_0 T_0}$; $\bar{h} = \frac{h I_0}{\lambda T_0}$; $\bar{\alpha} = \frac{\alpha x_0}{\lambda}$;

$$\bar{U} = \frac{c_p T_0}{I_0}.$$

Математическая постановка задачи:

1. Стадия индукции.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}.$$

Начальное условие $\Theta|_{t=0} = 0$.

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0;$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \bar{\alpha} \left(\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0 \right);$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \bar{\alpha} \left(\Theta \Big|_{x=0} - \Theta_0 \right);$$

$$\Theta \Big|_{x=0} = \Theta_{\max}.$$

2. Стадия распространения.

$$\frac{\partial \Theta}{\partial r} - \bar{U}(r) \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2},$$

$$\Theta_{\max} \Big|_{t=t_{\min}} = \Theta_{\max} \Big|_{t=t_{\max}} \quad - \text{начальное}$$

условие.

Граничные условия:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=y} = 0;$$

$$\Theta \Big|_{y=y(t)} = \Theta_{\max};$$

$$-\frac{\partial \Theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = J(x, t) + \bar{\alpha} \left(\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0 \right).$$

3. Уравнение общего теплового баланса.

$$\bar{h}\omega\bar{U} + \bar{\alpha} \int_{y=0}^{\infty} \left(\Theta \Big|_{y=0} - \Theta_0 \right) dx =$$

$$= \bar{h}\bar{U}(t)\Theta_{\max} + \bar{h}\epsilon_1\bar{U}(t)(\Theta_0 - \Theta_{\max}) + \\ + \bar{A}k\epsilon_1\bar{U}(t)(\Theta_0 - \Theta_{\max}).$$

Представленная модель отличается от других существующих моделей тем, что в ней рассматривается процесс распространения пламени по наклонной поверхности ММ с набегающим потоком воздуха. Масштабы длины $x_0 = \frac{\lambda T_0}{I_0}$ и

времени $t_0 = \frac{c\rho\lambda T_0^2}{I_0^2}$, с помощью которых

определяется зависимость $\bar{S} = f(\tau)$, где \bar{S}, τ – безразмерные величины расстояния и времени,

$\bar{S} = \frac{S}{x_0}, \tau = \frac{t}{t_0}$, зависят от

теплофизических свойств ММ, начальной температуры ММ, плотности потока теплового излучения факела пламени.

Заключение

Для того чтобы остановить процесс горения многослойного материала, нами предложено ввести слой из такого материала, который будет выполнять функцию барьера. Этот слой не будет давать возможности дальнейшего распространения пламени вглубь материала, останавливая процесс горения автоматически при прогорании до него. Будет происходить процесс постепенного затухания, что не исключит или сведет к минимуму участие человека в процессе ликвидации и локализации очага возгорания средствами пожаротушения.

Список литературы

1. Архипов В.А., Синогина Е.С. Горение и взрывы. Опасность и анализ последствий / Том. гос. политехн. ун-т. – Томск, 2007. – 124 с.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Дифференциальные уравнения, кратные интегралы, ряды, функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1989. – 464 с.
3. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. – М.: Советское радио, 1964. – 391 с.
4. Майзер Х., Эйджин Н., Тролл Р. Исследование операций. Т. 1. Методологические основы и математические методы. – М.: Мир, 1981. – 712 с.
5. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Катастрофы и бедствия глазами нелинейной динамики // Знание – сила. – 1998. – № 3. – С. 27–34.
6. Математическое моделирование: Методы описания и исследования сложных систем / под ред. А.А. Самарского. – М.: Наука, 1989. – 269 с.

7. Снижение пожарной опасности кабельных изделий с изоляцией и оболочками из ПВХ материалов / Г.И. Смелков [и др.] // Пожарная безопасность. – 2011. – № 2. – С. 66–72.
8. Яковлев В.В. Экологическая безопасность, оценка риска. – СПб., 2008. – 501 с.
9. Fisher K. The Performance of Brickwork in Fire Resistance Tests // Proceeding of the Jubilee Conference of the Midlands Branch of the Institution of Structural Engineers. Structural Design for Fire Resistance. – Birmingham, 2005. – P. 314–338.
10. Khalafallah B.H. Coupled Heat and Mass Transfer in Concrete Exposed to Fire. PhD Thesis / University of Aston. – 2001. – 27 p.
11. Purkiss J.A. Fire Safety Engineering. Design of Structures. – Aston, UK., 2007. – 389 p.
12. Rasbash D.T. Combust And Flame. – 1976. – Vol. 26, № 3. – P. 411–420.
13. Redfern B. Lack of Fire Stops Blamed for Speed of Madrid Tower Inferno // New Civil Engineer. – 2011. – February. – P. 5–7.
14. Stylios C.D., Groumpos P.P. The Challenge of Modeling Supervisory Systems Using Fuzzy Cognitive Maps // Journal of Intelligent Manufacturing. – 1998. – № 9. – P. 339–345.

References

1. Arkhipov V.A., Sinogina E.S. Gorenje i vzryvy. Opasnost' i analiz posledstviy [Combustion and explosions. Danger and impact analysis]. Tomskii gosudarstvennyi politekhnicheskii universitet, 2007. 124 p.
2. Bugrov Ia.S., Nikol'skii S.M. Vysshaia matematika. Differentsial'nye uravneniia, kratnye integraly, riady, funktsii kompleksnogo peremennogo [Higher Mathematics. Differential equations, multiple integrals, series, functions of a complex variable]. Moscow: Nauka, 1989. 464 p.
3. Venttsel' E.S. Vvedenie v issledovanie operatsii [Introduction to Operations Research]. Moscow: Sovetskoe radio, 1964. 391 p.
4. Maizer X., Eidzhin N., Troll R. Issledovanie operatsii. Metodologicheskie osnovy i matematicheskie metody [Methodological foundations and mathematical methods]. Moscow: Mir, 1981, vol. 1. 712 p.
5. Malinetskii G.G., Potapov A.B. Katastrofy i bedstviia glazami nelineinnoi dinamiki [Disasters and catastrophes by eyes of nonlinear dynamics]. *Znanie – sila*, 1998, no. 3, pp. 27–34.
6. Samarskii A.A. Matematicheskoe modelirovanie: Metody opisaniia i issledovaniia slozhnykh sistem [Mathematical modeling: The description and the study of complex systems]. Moscow: Nauka, 1989. 269 p.
7. Smelkov G.I. Snizhenie pozharnoi opasnosti kabel'nykh izdelii s izoliatsiei i obolochkami iz PVKh materialov [Fire hazard reduction cable products with insulation and sheath of PVKH materials]. *Pozharnaia bezopasnost'*, 2011, no. 2, pp. 66–72.
8. Iakovlev V.V. Ekologicheskaiia bezopasnost', otsenka riska [Environmental safety, risk assessment]. St.-Peterburg, 2008. 501 p.
9. Fisher K. The performance of Brickwork in Fire Resistance Tests. *Proceeding of the Jubilee Conference of the Midlands Branch of the Institution of Structural Engineers “Structural Design for Fire Resistance”*. Birmingham, 2005, pp. 314–338.
10. Khalafallah B.H. Coupled heat and mass transfer in concrete exposed to fire. PhD Thesis. University of Aston, 2001. 27 p.
11. Purkiss J.A. Fire safety engineering. Design of structures. Aston, UK., 2007. 389 p.
12. Rasbash D.T. Combust And Flame. 1976, vol. 26, no. 3, pp. 411–420.
13. Redfern B. Lack of fire stops blamed for speed of Madrid tower inferno. *New Civil Engineer*, 2011, february, pp. 5–7.
14. Stylios C.D., Groumpos P.P. The Challenge of Modeling Supervisory Systems Using Fuzzy Cognitive Maps. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1998, no. 9, pp. 339–345.

Об авторе

Наумов Игорь Сергеевич (Пермь, Россия) – инженер кафедры безопасности жизнедеятельности Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29; e-mail: igor14-88@list.ru).

About the author

Naumov Igor' Sergeevich (Perm, Russia) – engineer of safety of living department of Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolskiy ave., 29; e-mail: igor14-88@list.ru).

Получено 15.06.2013