

**И.Н. Липатов**

Пермский государственный технический университет

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ**

*Рассматривается задача подавления погрешности измерения  $n(x,t)$  случайного поля  $z(x,t)$ , которое первоначально было задано стохастическим дифференциальным уравнением в частных производных. Это уравнение преобразовано и приведено к векторно-матричному уравнению состояния дискретной динамической системы. В векторно-матричной форме записано и уравнение измерений. Тем самым были получены все необходимые соотношения для реализации на ЦВМ дискретного алгоритма ФК. ФК смоделирован на ЦВМ. Приведены результаты моделирования, которые показали, что ФК существенно подавляет погрешность измерения  $n(x,t)$  случайного поля  $z(x,t)$ .*

Запишем измерение случайного поля  $z_n(x,t)$  в виде

$$z_n(x,t) = z(x,t) + n(x,t),$$

где  $z(x,t)$  – реальное случайное поле, которое не подвергалось измерениям;  $n(x,t)$  – погрешность измерения случайного поля  $z(x,t)$ ;  $x$  – пространственная координата;  $t$  – время.

Задача заключается в максимальном подавлении погрешности измерения  $n(x,t)$ , присутствующей в измеренном случайном поле  $z_n(x,t)$ . Для решения этой задачи предполагается использовать ФК, который позволяет получить оценку  $\hat{z}(x,t)$  случайного поля  $z(x,t)$ .

Предположим, что  $n(x,t)$  – белое гауссовское случайное поле с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией вида [1, 2]

$$K_n(t, \tau, r, \rho) = M[n(r,t)n(\rho, \tau)] = \frac{N_0}{2} \delta(t - \tau) \delta(r - \rho),$$

где  $M$  – символ математического ожидания;  $\delta(t - \tau)$  – дельта-функция;  $N_0$  – спектральная плотность мощности погрешности измерения  $n(x,t)$ .

Зададим случайное поле  $z(x,t)$  стохастическим дифференциальным уравнением в частных производных вида [3]

$$\begin{aligned} b_{20} \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} + b_{10} \frac{\partial z(x,t)}{\partial t} + b_{00} z(x,t) + \\ + b_{11} \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial x \partial t} + b_{01} \frac{\partial z(x,t)}{\partial x} = b_{30} \cdot \eta_z(x,t), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\eta_z(x,t)$  – белое гауссовское случайное поле с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией вида [1,2]

$$K_{\eta_z}(t, \tau, r, \rho) = M[\eta_z(r, t) \eta_z(\rho, \tau)] = \frac{C}{2} \delta(t - \tau) \delta(r - \rho), \quad (2)$$

где  $C$  – спектральная плотность мощности поля  $\eta_z(x,t)$ .

Введем обозначение

$$z_*(x,t) = \frac{\partial z(x,t)}{\partial t}. \quad (3)$$

Из (1) с учетом (3) имеем

$$\frac{\partial z(x_i, t)}{\partial t} = z_*(x_i, t); \quad i = \overline{1, N_1}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_*(x_i, t)}{\partial t} = a_{00} z(x_i, t) + a_{01} \frac{\partial z(x_i, t)}{\partial x} + \\ + a_{10} z_*(x_i, t) + a_{11} \frac{\partial z_*(x_i, t)}{\partial x} + \frac{b_{30}}{b_{20}} \eta_z(x_i, t); \quad i = \overline{1, N_1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} x_i = x_0 + ih; \quad i = 1, 2, \dots, N_i; \\ h = \frac{x_{N_i} - x_0}{N_1}; \quad x_0 = 0; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{00} = -b_{00} / b_{20}; \quad a_{01} = -b_{01} / b_{20}; \\ a_{10} = -b_{10} / b_{20}; \quad a_{11} = -b_{11} / b_{20}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь  $h$  – интеграл дискретизации по координате  $x$ .

Запишем для производных  $\partial z(x_i, t) / \partial x_i$ ,  $\partial z_*(x_i, t) / \partial x_i$  приближенные соотношения вида

$$\frac{\partial z(x_i, t)}{\partial x_i} \approx \frac{z(x_i, t) - z(x_{i-1}, t)}{h}; \quad i = \overline{1, N_1}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial z_*(x_i, t)}{\partial x_i} \approx \frac{z_*(x_i, t) - z_*(x_{i-1}, t)}{h}; \quad i = \overline{1, N_1}. \quad (9)$$

Подставляя (8),(9) в (5), получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_*(x_i, t)}{\partial t} = & (a_{00} + \frac{a_{01}}{h})z(x_i, t) - \frac{a_{01}}{h}z(x_{i-1}, t) + \\ & + (a_{10} + \frac{a_{11}}{h})z_*(x_i, t) - \frac{a_{11}}{h}z_*(x_{i-1}, t) + \frac{b_{30}}{b_{20}}\eta_z(x_i, t), \quad i = \overline{1, N_1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Соотношения (4),(10) при  $t = t_k$  примут вид

$$\frac{\partial z(x_i, t)}{\partial t_k} = z_*(x_i, t_k); \quad i = \overline{1, N_1}; \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z_*(x_i, t)}{\partial t_k} = & (a_{00} + \frac{a_{01}}{h})z(x_i, t_k) - \frac{a_{01}}{h}z(x_{i-1}, t_k) + (a_{10} + \frac{a_{11}}{h})z_*(x_i, t_k) - \\ & - \frac{a_{11}}{h}z_*(x_{i-1}, t_k) + \frac{b_{30}}{b_{20}}\eta_z(x_i, t_k), \quad i = \overline{1, N_1}; \quad k = 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (12)$$

Запишем для производных  $\partial z(x_i, t)/\partial t_R$ ,  $\partial z_*(x_i, t)/\partial t_k$  приближенные соотношения вида:

$$\frac{\partial z(x_i, t_k)}{\partial t_k} \approx \frac{z(x_i, t_{k+1}) - z(x_i, t_k)}{\Delta t}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (13)$$

$$\frac{\partial z_*(x_i, t_k)}{\partial t_k} \approx \frac{z_*(x_i, t_{k+1}) - z_*(x_i, t_k)}{\Delta t}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

где  $t_k = k\Delta t$ ;  $\Delta t$  – интервал дискретизации по координате  $t$ . Подставляя (13), (14) в (11),(12), получим

$$z(x_i, t_{k+1}) = z(x_i, t_k) + \Delta t z_*(x_i, t_k); \quad i = \overline{1, N_1}; \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad (15)$$

$$\begin{aligned} z_*(x_i, t_{k+1}) = & e_0 z_*(x_i, t_k) + e_2 z(x_i, t_k) - e_3 z(x_{i-1}, t_k) - e_1 z_*(x_{i-1}, t_k) + \\ & + e_4 \eta_z(x_i, t_k); \quad i = \overline{1, N_1}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} e_0 = 1 + \Delta t(a_{10} + \frac{a_{11}}{h}); \quad e_1 = \frac{a_{11}\Delta t}{h}; \\ e_2 = (a_{00} + \frac{a_{01}}{h})\Delta t; \quad e_3 = \frac{a_{01}\Delta t}{h}; \quad e_4 = \frac{b_{30}}{b_{20}}\Delta t. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Здесь

$$z(x_0, t_{k+1}) = z(x_0, t_k); \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad (18)$$

$$z_*(x_0, t_{k+1}) = z_*(x_0, t_k); \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (19)$$

где  $z(x_0, t_0) = 0$ ;  $z_*(x_0, t_0) = 0$ .

Введем обозначения

$$X_k^1 = [z_0^k z_1^k \dots z_{N_1}^k]^T; \quad X_k^2 = [z_{*0}^k z_{*1}^k \dots z_{*N_1}^k]^T; \quad (20)$$

$$X_k = \begin{bmatrix} X_k^1 \\ X_k^2 \end{bmatrix}; \quad W_k = \eta_{zk}; \quad \eta_{zk} = [\eta_{z0}^k \eta_{z1}^k \dots \eta_{zN_1}^k]^T, \quad (21)$$

где

$$z_i^k = z(x_i, t_k); \quad z_{*i}^k = z_*(x_i, t_k); \quad \eta_{zi}^k = \eta_z(x_i, t_k). \quad (22)$$

Здесь  $T$  – знак транспонирования вектора.

Запишем систему уравнений (15),(16),(18),(19) с учетом введенных обозначений (20)–(22) в виде [4]

$$X_{k+1} = \Phi \cdot X_k + G W_k; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (23)$$

где

$$\Phi = \begin{matrix} & X_k^1 & X_k^2 \\ X_k^1 & \begin{bmatrix} \Phi^{11} & \Phi^{12} \end{bmatrix} \\ X_k^2 & \begin{bmatrix} \Phi^{21} & \Phi^{22} \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad \Phi = \begin{matrix} & \eta_{zk} \\ X_k^1 & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ X_k^2 & \begin{bmatrix} G^{21} \end{bmatrix} \end{matrix}. \quad (24)$$

Здесь

$$\Phi^{11} = \text{diag}\{1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1\}; \quad \Phi^{12} = \text{diag}\{0 \ \Delta t \ \Delta t \ \Delta t \ \dots \ \Delta t \ \Delta t\}; \quad (25)$$

$$\Phi^{21} = \begin{matrix} & z_{*0}^k & z_{*1}^k & z_{*2}^k & z_{*3}^k & z_{*4}^k & \dots & z_{*N_1-2}^k & z_{*N_1-1}^k & z_{*N_1}^k \\ z_{*0}^k & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ z_{*1}^k & \begin{bmatrix} -e_3 & e_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ z_{*2}^k & \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ z_{*3}^k & \begin{bmatrix} 0 & 0 & -e_3 & e_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \vdots & \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \\ z_{*N_1-1}^k & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -e_3 & e_2 & 0 \end{bmatrix} \\ z_{*N_1}^k & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -e_3 & e_2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (26)$$

$$\Phi^{22} = \begin{matrix} & z_{*0}^k & z_{*1}^k & z_{*2}^k & z_{*3}^k & z_{*4}^k & \dots & z_{*N_1-2}^k & z_{*N_1-1}^k & z_{*N_1}^k \\ \begin{matrix} z_{*0}^k \\ z_{*1}^k \\ z_{*2}^k \\ z_{*3}^k \\ \vdots \\ z_{*N_1-1}^k \\ z_{*N_1}^k \end{matrix} & \left[ \begin{array}{cccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -e_1 & e_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e_1 & e_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e_1 & e_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -e_1 & e_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -e_1 & e_0 \end{array} \right. \end{matrix} \quad (27)$$

$$G^{21} = \text{diag}\{0 \ e_4 \ e_4 \ \dots \ e_4 \ e_4\}. \quad (28)$$

Матрицы  $\Phi^{11}, \Phi^{12}, G^{21}$ , определяемые соотношениями (25), (28), являются диагональными матрицами размерности  $N \times N; N = N_1 + 1$ ;  $0$  – нулевая матрица размерности  $N \times N$ .

Вектор возмущений  $W_k$  имеет следующие вероятностные характеристики:

$$\left. \begin{array}{l} M[W_k] = 0; \\ M[W_k W_l^T] = Q_k \cdot \delta_{kl}, \end{array} \right\} \quad (29)$$

$$\text{где } \delta_{kl} = \begin{cases} 1, & l = R; \\ 0, & l \neq R. \end{cases}$$

Здесь  $Q_k$  – корреляционная матрица вектора возмущений  $W_k$ .

Поле  $\eta_z(x, t)$  представляет собой белое гауссовское случайное поле. Следовательно, имеет место соотношение

$$M[\eta_z(x_i, t_k) \eta_z(x_j, t_l)] = \delta_{\eta_z}^2 \cdot \delta_{kl} \cdot \delta_{ij}, \quad (30)$$

где  $\delta_{\eta_z}^2$  – дисперсия дискретного белого случайного поля  $\eta_z(x_i, t_k)$ .

Векторы  $W_k$  и  $W_l$  запишем в виде

$$W_k = \eta_{zk} = \begin{bmatrix} \eta_z(x_0, t_k) \\ \eta_z(x_1, t_k) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \eta_z(x_{N_1}, t_k) \end{bmatrix}; \quad W_l = \eta_{zl} = \begin{bmatrix} \eta_z(x_0, t_l) \\ \eta_z(x_1, t_l) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \eta_z(x_{N_1}, t_l) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Из (29) имеем

$$M[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^T] = \mathcal{Q}_k. \quad (32)$$

Из (31) получим

$$M[\mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^T] = M \left\{ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} \eta_z(x_0, t_k) \\ \eta_z(x_1, t_k) \\ \dots \\ \eta_z(x_{N_1}, t_k) \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \eta_z(x_0, t_k) \eta_z(x_1, t_k) \dots \eta_z(x_{N_1}, t_k) \end{array} \right] \end{array} \right\}.$$

Отсюда с учетом (32) имеем

$$\mathcal{Q}_k = \begin{bmatrix} M[\eta_z(x_0, t_k)\eta_z(x_0, t_k)] & M[\eta_z(x_0, t_k)\eta_z(x_1, t_k)] & \dots & M[\eta_z(x_0, t_k)\eta_z(x_{N_1}, t_k)] \\ M[\eta_z(x_1, t_k)\eta_z(x_0, t_k)] & M[\eta_z(x_1, t_k)\eta_z(x_1, t_k)] & \dots & M[\eta_z(x_1, t_k)\eta_z(x_{N_1}, t_k)] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M[\eta_z(x_{N_1}, t_k)\eta_z(x_0, t_k)] & M[\eta_z(x_{N_1}, t_k)\eta_z(x_1, t_k)] & \dots & M[\eta_z(x_{N_1}, t_k)\eta_z(x_{N_1}, t_k)] \end{bmatrix} \quad (33)$$

Из (33) с учетом (30) получим

$$\mathcal{Q}_k = \text{diag}\{\delta_{\eta_z}^2 \delta_{\eta_z}^2 \dots \delta_{\eta_z}^2 \delta_{\eta_z}^2\} \quad (34)$$

Здесь  $\mathcal{Q}_k$  – диагональная матрица размерности  $N \times N$ .

Поле  $n(x, t)$  представляет собой белое гауссовское случайное поле. Следовательно, имеет место соотношение

$$M[n(x_i, t_k)n(x_j, t_l)] = \delta_n^2 \cdot \delta_{kl} \cdot \delta_{ij}, \quad (35)$$

где  $\delta_n^2$  – дисперсия дискретного белого случайного поля  $n(x_i, t_k)$ ,  $i = \overline{0, N_1}$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$

Запишем уравнение измерений в дискретной форме [4]

$$Y_{k+1} = H_{k+1} X_{k+1} + V_{k+1}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (36)$$

где

$$Y_k = \begin{bmatrix} y_0(k) \\ y_1(k) \\ y_2(k) \\ \vdots \\ y_{N_1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_z(x_0, t_k) \\ \eta_z(x_1, t_k) \\ \eta_z(x_2, t_k) \\ \vdots \\ \eta_z(x_{N_1}, t_k) \end{bmatrix}; \quad V_k = \begin{bmatrix} v_0(k) \\ v_1(k) \\ v_2(k) \\ \vdots \\ v_{N_1}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n(x_0, t_k) \\ n(x_1, t_k) \\ n(x_2, t_k) \\ \vdots \\ n(x_{N_1}, t_k) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Матрица измерений  $H_k$  имеет вид

$$H_k = \begin{bmatrix} X_k^1 & X_k^2 \\ Y_k & [H_{11} \quad 0] \end{bmatrix}, \quad (38)$$

где

$$H_{11} = \text{diag}\{1 \ 1 \ 1 \dots 1 \ 1\}. \quad (39)$$

Здесь  $H_{11}$  – диагональная матрица размерности  $N \times N$ ;  $0$  – нулевая матрица размерности  $N \times N$ .

Вектор погрешности измерения  $V_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  дискретного случайного поля  $z(x_i, t_k)$ ,  $i = \overline{0, N_1}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  имеет следующие вероятностные характеристики:

$$\left. \begin{aligned} M[V_k] &= 0; \\ M[V_k V_{kl}^T] &= R_k \delta_{kl}, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

где  $R_k$  – корреляционная матрица вектора  $V_k$ .

Из (40) имеем

$$R_k = M[V_k V_k^T]. \quad (41)$$

Соотношение (41) с учетом (37) запишется в виде

$$R_k = M \left\{ \begin{bmatrix} n(x_0, t_k) \\ n(x_1, t_k) \\ n(x_2, t_k) \\ \dots \\ n(x_{N_1}, t_k) \end{bmatrix} [n(x_0, t_k) \ n(x_1, t_k) \ \dots \ n(x_{N_1}, t_k)] \right\}$$

или

$$R_k = \begin{bmatrix} M[n(x_0, t_k)n(x_0, t_k)] & M[n(x_0, t_k)n(x_1, t_k)] & \dots & M[n(x_0, t_k)n(x_{N_1}, t_k)] \\ M[n(x_1, t_k)n(x_0, t_k)] & M[n(x_1, t_k)n(x_1, t_k)] & \dots & M[n(x_1, t_k)n(x_{N_1}, t_k)] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M[n(x_{N_1}, t_k)n(x_0, t_k)] & M[n(x_{N_1}, t_k)n(x_1, t_k)] & \dots & M[n(x_{N_1}, t_k)n(x_{N_1}, t_k)] \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Из (42) с учетом (35) получим

$$R_k = \text{diag}\{\delta_n^2 \delta_n^2 \dots \delta_n^2 \delta_n^2\}. \quad (43)$$

Здесь  $R_k$  – диагональная матрица размерности  $N \times N$ .

Оценка  $\hat{m}_z$  среднего значения случайного поля  $z(x,t)$  определялась по формуле

$$\hat{m}_z = \frac{1}{(m+1)N} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{k=0}^m z(x_i, t_k) = \frac{1}{(m+1)N} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{k=0}^m z_i^k. \quad (44)$$

Оценка  $\hat{\sigma}_z$  среднеквадратического значения случайного поля  $z(x,t)$  вычислялась по формуле

$$\hat{\sigma}_z = \sqrt{\frac{1}{(m+1)N} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{k=0}^m (z_i^k - \hat{m}_z)^2}. \quad (45)$$

Для подавления погрешности измерения случайного поля  $z(x,t)$  используется дискретный алгоритм ФК, имеющий вид [4;5]

$$\hat{X}_{k+1} = \Phi \hat{X}_k + K_{k+1} [Y_{k+1} - H_{k+1} \Phi \hat{X}_k], \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (46)$$

где

$$K_{k+1} = P'_{k+1} H_{k+1}^T [H_{k+1} P'_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1}; \quad (47)$$

$$P'_{k+1} = \Phi P_k \Phi^T + G Q_k G^T; \quad (48)$$

$$P_{k+1} = [\varepsilon - K_{k+1} H_{k+1}] P'_{k+1}. \quad (49)$$

Здесь  $\hat{X}_k$  – оценка вектора состояния  $X_k$ ;  $P_k$  – корреляционная матрица ошибок оценки;  $K_k$  – матричный коэффициент усиления ФК;  $\varepsilon$  – единичная матрица размерности  $N_2 \times N_2$ ;  $N_2 = 2N$ .

Погрешность фильтрации определялась по формуле

$$\varepsilon_i^k = \varepsilon(x_i, t_k) = \hat{z}_i^k - z_i^k, \quad i = \overline{0, N_1}; \quad k = \overline{0, m}. \quad (50)$$

Оценка  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  среднеквадратического значения погрешности фильтрации находилась из соотношения

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{(m+1)N} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{k=0}^m (\varepsilon_i^k)^2}. \quad (51)$$

Таким образом, получены все необходимые соотношения для реализации на ЦВМ дискретного алгоритма ФК.



ФК, предназначенный для подавления погрешности измерения случайного поля  $z(x,t)$ , был смоделирован на ЦВМ. Предполагалось, что  $\Delta t = 0,2$ ;  $n = 1$ ;  $N_1 = 30$ ;  $N = N + 1$ ;  $k = \overline{0,m}$ ;  $m = 100$ ;  $\delta_{\eta_z} = 3$ ;  $b_{20} = 0,25$ ;  $b_{11} = 1$ ;  $b_{10} = \beta$ ;  $b_{01} = \alpha$ ;  $b_{00} = \alpha\beta$ ;  $b_{30} = \sqrt{4\alpha\beta}$ ;  $x_0 = 0$ ;  $\hat{x}_0 = 0$ ;  $P_0 = \text{diag}\{10\ 10\ 10\ \dots\ 10\ 10\}$ ;  $\beta = \alpha$ ; параметр  $\alpha$  принимал значения 0,05; 0,1; параметр  $\sigma_\eta$  принимал значения 0,5; 1; 1,5; 2. Здесь  $P_0$  – диагональная матрица размерности  $N_2 \times N_2$ .

Результаты моделирования ФК на ЦВМ приведены в таблице и на рис. 1–3.

### Результаты моделирования

$\alpha$	$\beta$	$\hat{m}_z$	$\hat{\sigma}_z$	$\sigma_n$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\frac{\sigma_n}{\hat{\sigma}_\varepsilon}$	№ варианта
0,05	0,05	0,103	0,555	0,5	0,15	3,35	1
				1,0	0,22	4,5	2
				1,5	0,265	5,65	3
				2,0	0,30	6,73	4
				3,0	0,335	8,45	5
0,1	0,1	0,176	0,804	0,5	0,194	2,58	6
				1,0	0,28	3,55	7
				1,5	0,35	4,3	8
				2,0	0,40	5,05	9
				3,0	0,46	6,55	10

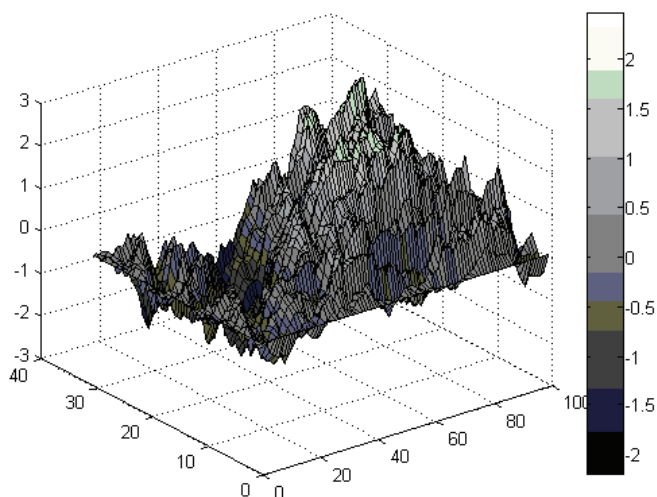


Рис. 1. График случайного поля  $z(x_i, t_k)$ ,  $i = \overline{0, N_1}$ ;  $k = \overline{0, m}$

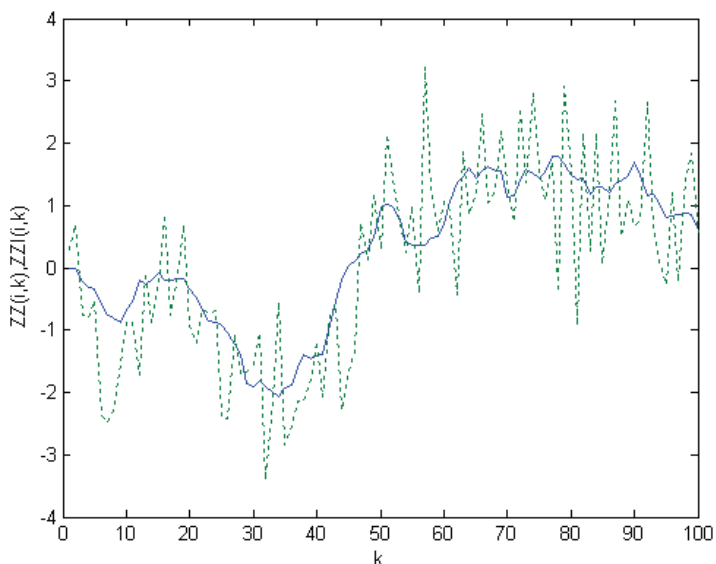


Рис. 2. Графики  $z(x_i, t_k), z_n(x_i, t_k), i = 22; k = \overline{0, m}$ ;

— график  $z(x_i, t_k)$ ; - - - - - график  $z_n(x_i, t_k)$

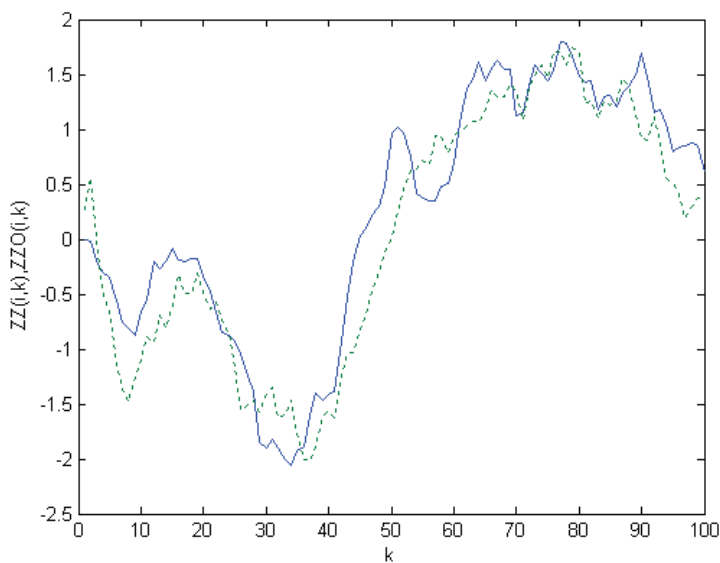


Рис. 3. Графики  $z(x_i, t_k), \hat{z}(x_i, t_k), i = 22; k = \overline{0, m}$ ;

— график  $z(x_i, t_k)$ ; - - - - - график  $\hat{z}(x_i, t_k)$

На рис. 1 для варианта 7 (см. таблицу) показано смоделированное на ЦВМ случайное поле  $z(x_i, t_k), i = \overline{0, N_1}; k = \overline{0, m}$ . На рис. 2 для варианта 7 (см. таблицу) приведены графики  $z(x_i, t_k), z_n(x_i, t_k)$ ,

$i = 22; k = \overline{0, m}$ . На рис. 3 для варианта 7 (см. таблицу) показаны графики  $z(x_i, t_k), \hat{z}_n(x_i, t_k), i = 22; k = \overline{0, m}$ . Из сравнения рис. 2 и 3 видно, что ФК существенно подавляет погрешность измерения  $V(x_i, t_k)$  случайного поля  $z(x_i, t_k), i = 22, k = \overline{0, m}$ . Этот же вывод следует из результатов моделирования ФК на ЦВМ, приведенных в таблице.

### Библиографический список

1. Кловский Д.Д., Сойфер В.А. Обработка пространственно-временных сигналов. – М.: Радио и связь, 1976.
2. Баклицкий В.К., Юрьев А.Н. Корреляционно-экстремальные методы навигации. – М.: Радио и связь, 1982.
3. Кловский Д.Д., Контрович В.Я, Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений. – М.: Радио и связь, 1984.
4. Медич Дж. Статически оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Машиностроение, 1976.
5. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдение устройства. – М.: Машиностроение, 1976.

Получено 27.09.2010