

УДК 531/534: [57+61]

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ УСТАНОВКИ ФИКСАТОРОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

А.Г. Кучумов¹, В.А. Лохов¹, Ю.И. Няшин¹, М. Менар², А.А. Селянинов¹

¹ Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29, e-mail: kuchymov@inbox.ru, lva@pstu.ru

² Laboratoire de Mécanique Physique, CNRS UMR 5469 Université Bordeaux 1, 351 cours de la Libération, 33405 TALENCE cedex Bordeaux, France, e-mail: michel.mesnard@u-bordeaux1.fr
Лаборатория механики и физики, Университет Бордо 1, Франция

Аннотация. Среди травм лицевого черепа переломы нижней челюсти возникают в 70–80% случаев. По мнению авторов, использование фиксаторов, изготовленных из сплавов с памятью формы, является наиболее предпочтительным. Однако в ходе операций перед хирургами встаёт проблема эффективного остеосинтеза. Использование субъективных способов решения данной задачи не всегда приводит к положительному результату (7–12% случаев осложнений) и не всегда учитывает индивидуальные особенности пациентов. С точки зрения биомеханики, при сращивании перелома важное значение имеет распределение напряжений, способствующих росту костной ткани. В работе представлено решение задачи оптимизации о нахождении позиций установки фиксаторов и усилий, создаваемых ими таким образом, чтобы напряжения на границе перелома были наиболее близки к оптимальным. В результате в работе получены значения параметров установки скобок для различных видов переломов нижней челюсти.

Ключевые слова: остеосинтез, оптимизация, сплавы с памятью формы.

ВВЕДЕНИЕ

Среди травм лицевого черепа переломы нижней челюсти возникают в 70–80% случаев. По мнению авторов, использование фиксаторов, изготовленных из сплавов с памятью формы, является наиболее предпочтительным, так как установка скобок простой конструкции не требует значительного повреждения костной ткани. Эти фиксаторы также обладают хорошей биосовместимостью [1, 5, 12, 14].

Изучению эффективного остеосинтеза при установке имплантатов с памятью формы, применяемых в челюстно-лицевой хирургии и стоматологии, в последнее время уделяется всё большее внимание. В работе [14] приведены результаты лечения 77 пациентов разного возраста. Скобы использовались для восстановления одиночных переломов (56 пациентов) и множественных переломов (21 пациент). В результате полное залечивание наблюдалось в 72 случаях. В статьях [10, 11] проводится гистологический анализ ткани при установке имплантатов для регенерации нижнечелюстной кости. Подобное исследование по биосовместимости имплантатов, установленных в слуховых косточках крыс, проведено *in vivo* в работе [16]. Отмечено,

© Кучумов А.Г., Лохов В.А., Няшин Ю.И., Менар М., Селянинов А.А., 2009

Кучумов Алексей Геннадьевич, аспирант кафедры теоретической механики, Пермь

Лохов Валерий Александрович, доцент кафедры теоретической механики, Пермь

Няшин Юрий Иванович, профессор, зав. кафедрой теоретической механики, Пермь

Менар Мишель, профессор, зав. лабораторией механики и физики, Бордо

Селянинов Александр Анатольевич, профессор кафедры теоретической механики, Пермь

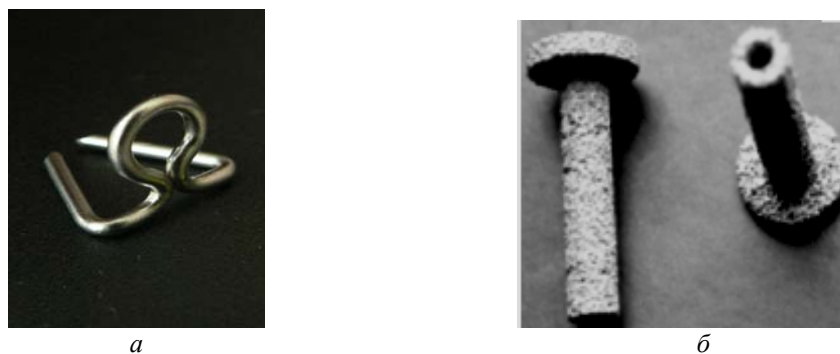


Рис. 1. Общий вид фиксатора (а) [5] и муфты (б) [2]

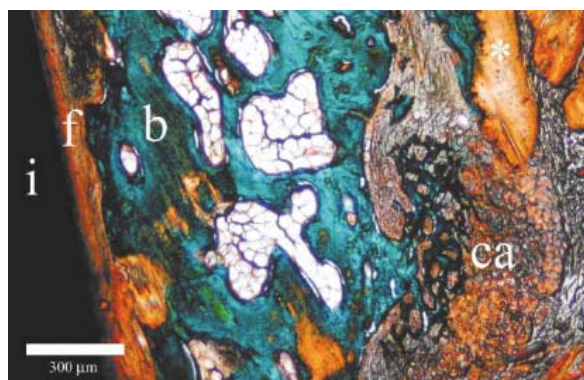


Рис. 2. Соединительная ткань между имплантатом и костной тканью [16]: *i* – имплантат, *f* – фиброзная ткань, *b* – новообразованная кость, *ca* – хрящ

что на «приживаемость» имплантата влияют предварительная термообработка и химический состав фиксатора [15].

В работе [2] с помощью метода инфракрасной термографии получены результаты для фиксаторов из сплава никелида титана ТН-1ХЭ и ТН-1А (рис. 1), которые могут устанавливаться как с пористыми муфтами, предназначенными для уменьшения механических нагрузок, так и без них. В монографии [7] рассматриваются различные виды остеосинтеза устройствами из никелида титана при повреждениях и заболеваниях лицевого черепа.

Биомеханический анализ поведения фиксатора в костной ткани проводился в работах [4, 6]. Решению задачи управления напряжениями, которые скобка создаёт при установке в костную ткань в результате фазовых превращений, посвящена работа [4]. В работе [6] рассмотрена задача о взаимодействии имплантата с костной тканью. Задача решалась с применением программы *ANSYS*.

По мнению авторов, для достижения эффективного остеосинтеза костной ткани при установке фиксаторов хирургу необходимо знать положения крепления скобок и усилия, развиваемые фиксаторами, способствующие наискорейшему росту кости. Субъективные способы решения данной задачи не всегда приводят к положительному результату (7–12% случаев осложнений [20]) и не всегда учитывают индивидуальные особенности пациентов.

С точки зрения биомеханики, при сращивании перелома большое значение имеет распределение напряжений, способствующих росту с костной ткани на границе перелома костной ткани. Данная работа посвящена определению параметров установки фиксаторов из сплавов с памятью формы. Под параметрами понимаются точки установки фиксаторов и усилия, которые должны создавать фиксаторы для наискорейшего роста костной ткани (т.е. для создания «оптимальных» напряжений на границе перелома).

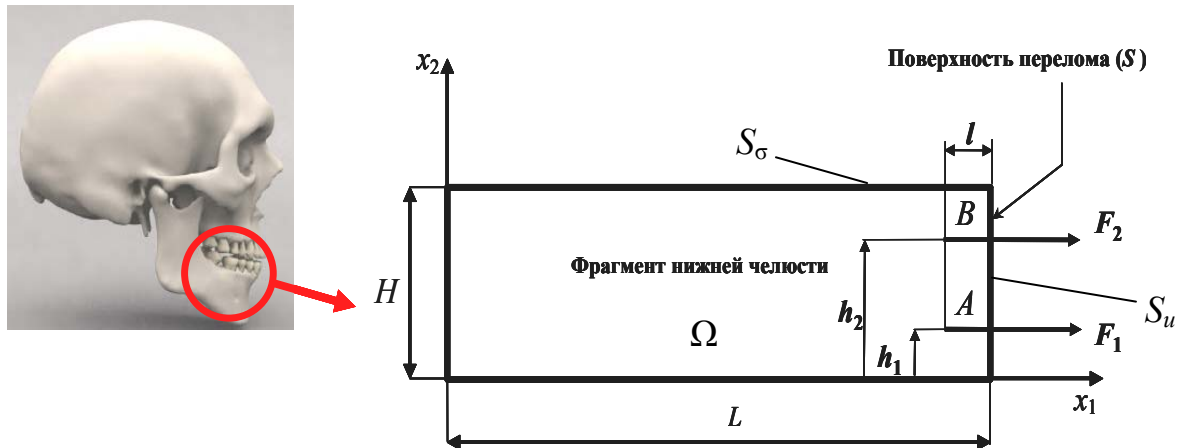


Рис. 3. Расчётная схема

Таким образом, задача эффективного остеосинтеза перелома с точки зрения биомеханики должна рассматриваться как задача оптимизации распределения напряжений на границе перелома в зависимости от положения фиксаторов и усилий, создаваемых ими.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Формулировка задачи минимизации

Рассмотрим фрагмент нижней челюсти, который моделируется как прямоугольник, длина которого равна L , а высота H (рис. 3). В точках A и B устанавливаются фиксаторы, изготовленные из сплавов с памятью формы. Усилия, развиваемые фиксаторами, обозначены как F_1 и F_2 .

Параметрами установки фиксаторов являются:

- l – расстояние от границы перелома до точек установки фиксаторов (считается известным);
- h_1 и h_2 – высоты установки фиксаторов.

Необходимо определить положения установки фиксаторов, то есть величины h_1 , h_2 , F_1 , F_2 .

Далее необходимо сформулировать критерии оптимальности: в состоянии покоя (т.е. при отсутствии жевательных нагрузок) нормальные напряжения должны быть равномерно распределены по сечению и равны оптимальному значению σ^* .

Данное условие можно записать в виде функционала следующего вида:

$$J = \int_S (\sigma_n(h_1, h_2, F_1, F_2) - \sigma^*)^2 dS \xrightarrow{h_1, h_2, F_1, F_2} \inf, \quad (1)$$

где $\sigma_n(h_1, h_2, F_1, F_2)$ – нормальные напряжения на границе перелома, σ^* – напряжения, способствующие наискорейшему росту.

Нормальные напряжения на границе находятся по формуле [8]

$$\sigma_n = \sigma_{11} \cos^2 \alpha + \sigma_{22} \sin^2 \alpha + \sigma_{12} \sin 2\alpha, \quad (2)$$

где α – угол наклона нормали к границе элемента относительно оси x_1 .

Компоненты вектора напряжений находятся из решения задачи о напряженно-деформированном состоянии кости.

Согласно [13], для кортикальной кости оптимальными являются сжимающие напряжения

$$\sigma^* = 2 \text{ МПа} . \quad (3)$$

При формулировке критериев преследуются следующие цели:

1. для предотвращения чрезмерного сжатия фрагментов, необходимо, чтобы усилия фиксаторов были больше нуля по абсолютной величине и меньше предельных значений F_{\max} ;
2. чтобы избежать близкого расположения фиксаторов, расстояние между точками A и B должно превышать величину a .
3. точки крепления должны находиться на расстоянии не ближе $a/2$ от края челюсти.

Первое условие формулируется следующим образом

$$F_{\max} > F_1 > 0, F_{\max} > F_2 > 0 . \quad (4)$$

Предельные значения F_{\max} для кортикальной и губчатой костных тканей найдены в работе [6].

Второе ограничение записывается в следующем виде:

$$h_2 - h_1 - a > 0 . \quad (5)$$

Третье ограничение можно записать следующим образом:

$$h_1 > \frac{a}{2}; \quad h_1 < h_2 < H - \frac{a}{2} . \quad (6)$$

В работе принималось $a=6$ мм.

Постановка задачи о напряженно-деформированном состоянии нижней челюсти

Наиболее полно постановка задачи о расчете напряженно-деформированного состояния биологических объектов представлена в [17, 18, 19]. В данной работе рассматривается упрощенный вариант постановки.

Обозначим область, занимаемую фрагментом нижней челюсти как Ω . Замыкание области границей обозначим как $\bar{\Omega}$, границу челюсти, которая считается достаточно гладкой – S ($\bar{\Omega} = \Omega \cup S$). Тогда краевая задача определения компонент тензора напряжений в нижней челюсти задается следующими уравнениями:

- уравнения равновесия

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}) d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{b}(F_1, F_2) \cdot \mathbf{w} d\Omega = 0, \quad (7)$$

для $\forall \mathbf{w} \in (W_2^1(\Omega))^3$ и $\mathbf{w} = 0$ $\mathbf{r} \in S_u$; здесь $\mathbf{b}(F_1, F_2) \in (L_2(\Omega))^3$ – объемные силы;

- геометрические соотношения Коши

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T), \quad \mathbf{r} \in \bar{\Omega}, \quad (8)$$

где $\mathbf{u} \in (W_2^1(\Omega))^3$, а производные понимаются в обобщенном смысле.

- закон Гука для изотропного тела

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \theta I_1(\boldsymbol{\varepsilon}) + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{r} \in \bar{\Omega}. \quad (9)$$

Граница S разделена на две непересекающиеся части: $S = S_u + S_\sigma$. Кинематические граничные условия заданы на части границы S_u , а граница S_σ свободна от напряжений.

- Граничные условия имеют вид:

$$\mathbf{u} = 0, \mathbf{r} \in S_u, \quad (10)$$

$$\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0, \mathbf{r} \in S_\sigma \quad (11)$$

Решение задачи проводилось с помощью программы, написанной в пакете *MatLab* 6.5. В программе одновременно реализовывались два метода: метод конечных элементов для определения напряженно-деформированного состояния нижней челюсти и метод оптимизации – метод минимизации по правильному симплексу [3].

Перед началом решения задачи оптимизации были построены зависимости значений функционала J от параметров h_1 и F_1 . (рис. 4, 5). Аналогичные зависимости могут быть получены для h_2 и F_2 . Как видно из рис. 4, плотность разбиения области, занимающей фрагментом нижней челюсти, не влияет на поиск минимума.

Далее рассмотрим напряженно-деформированное состояние при наличии перелома, находящегося в самом опасном месте (рис. 6, а). В качестве репрезентативных были рассмотрены три вида переломов: прямой, криволинейный, косой. Схема и параметры установки фиксаторов для данных видов переломов показаны на рис. 6, б.

На рис. 7 показано распределение напряжений на границе S_u для случая прямого перелома. Параметры установки фиксаторов для этого случая приведены в табл. 1.

В случае криволинейного перелома при $l < 0,9$ см функция $J(h_1)$ не является гладкой. Это обусловлено тем, что вблизи границы перелома нельзя достичь равномерности распределения напряжений.

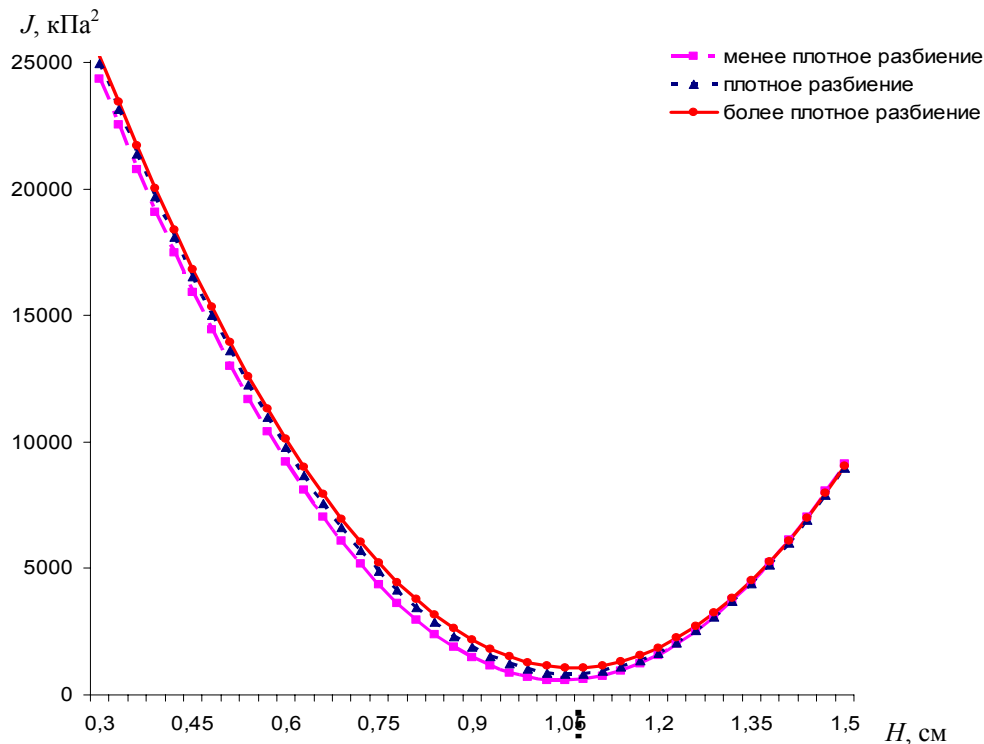


Рис. 4. Распределение значений функционала $J(h_1)$ при различном количестве разбиений сетки при фиксированных параметрах ($h_2 = 2$ см, $F_1 = 5$ Н, $F_2 = 5$ Н)

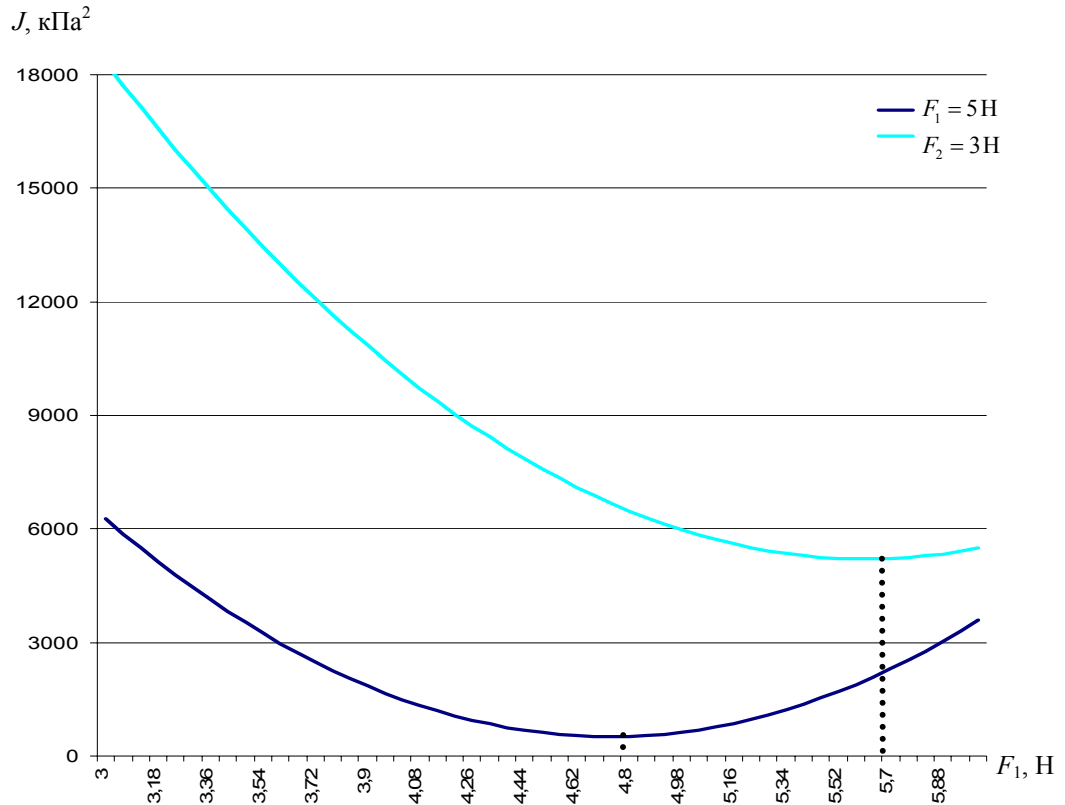


Рис. 5. Распределение значений функционала $J(F_1)$ при фиксированных параметрах ($h_1 = 1$ см, $h_2 = 2$ см, $F_2 = 3$ Н – светлая линия; $h_1 = 1$ см, $h_2 = 2$ см, $F_2 = 5$ Н – тёмная линия)

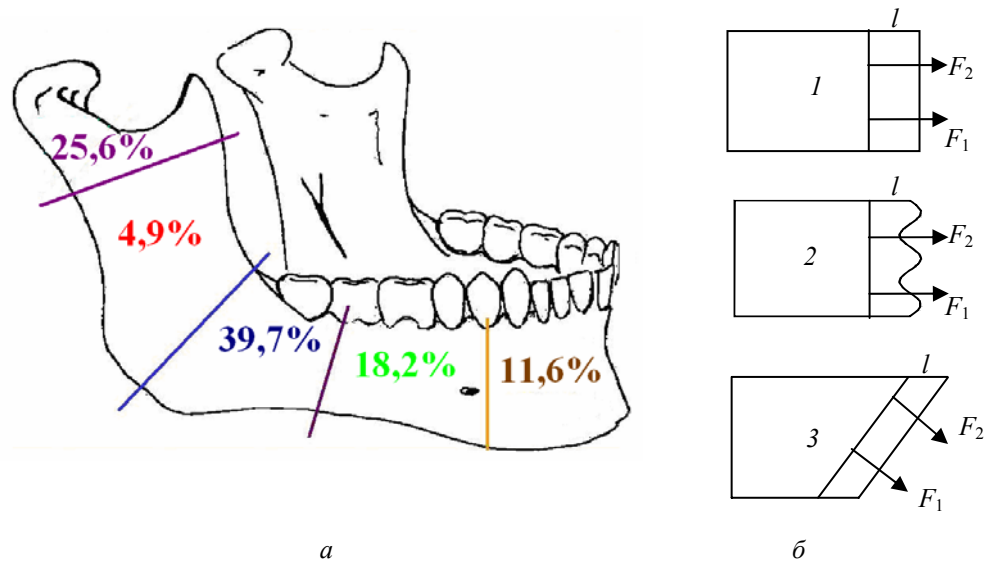


Рис. 6. *a* – частота локализации переломов нижней челюсти; *б* – модели переломов: 1 – прямой; 2 – криволинейный; 3 – косой

На рис. 8 показано распределение напряжений на границе S_u для случая криволинейного перелома. Параметры установки фиксаторов для этого случая приведены в табл. 2.

На рис. 9 показано распределение напряжений на границе S_u для случая косого перелома. Параметры установки фиксаторов для этого случая приведены в табл. 3.

Характерным для графиков является наличие краевых эффектов, возникающих в окрестностях крайних точек фрагмента нижней челюсти.

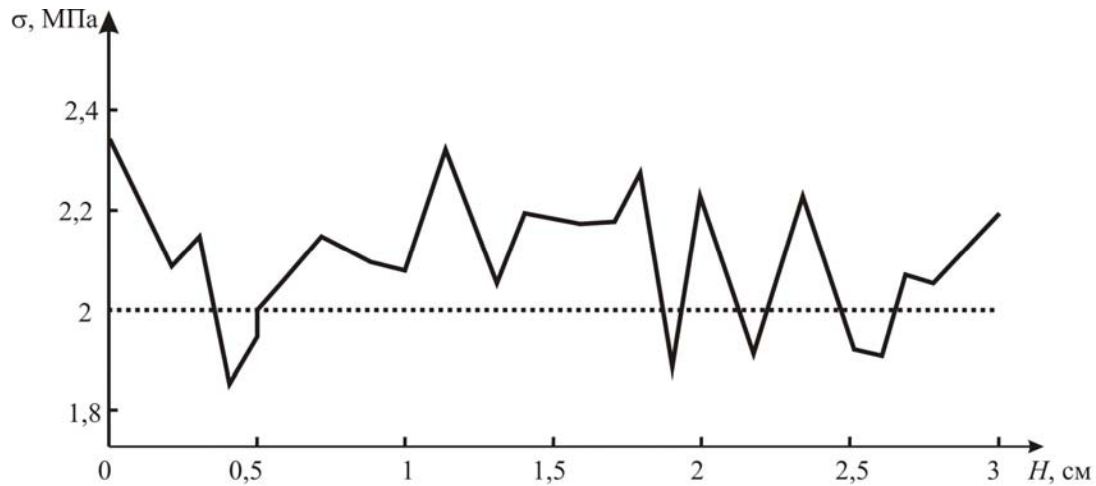


Рис. 7. Распределение напряжений в области перелома при установке фиксаторов ($l=1$ см, $h_1=0,76$ см, $h_2=2,23$ см, $F_1=4,88$ Н, $F_2=4,79$ Н), пунктирная линия – оптимальные напряжения, способствующие росту костной ткани

Таблица 1

Результаты решения задачи оптимизации для случая прямого перелома

l , см	h_1 , см	h_2 , см	F_1 , Н	F_2 , Н
0,3	0,87	2,18	2,70	2,27
0,4	0,62	2,12	3,62	3,00
0,5	0,63	2,12	3,88	3,69
0,6	0,63	2,14	4,01	4,20
0,7	0,66	2,17	4,36	4,66
0,8	0,74	2,21	4,67	4,55
0,9	0,71	2,18	4,61	4,94
1	0,76	2,23	4,88	4,79
1,1	0,83	2,16	4,67	4,57
1,2	0,87	2,15	4,78	4,57
1,3	0,87	2,12	4,77	4,76
1,4	0,86	2,19	5,01	4,74
1,5	0,93	2,19	5,22	4,41

Полученные результаты можно использовать для разработки практических рекомендаций врачам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе приведено решение задачи, связанной с установкой фиксаторов из сплавов с памятью формы, которая является частью практических рекомендаций врачам с целью избежания осложнений, возникающих в результате хирургического вмешательства. Методика включает в себя определение точек установки фиксаторов,

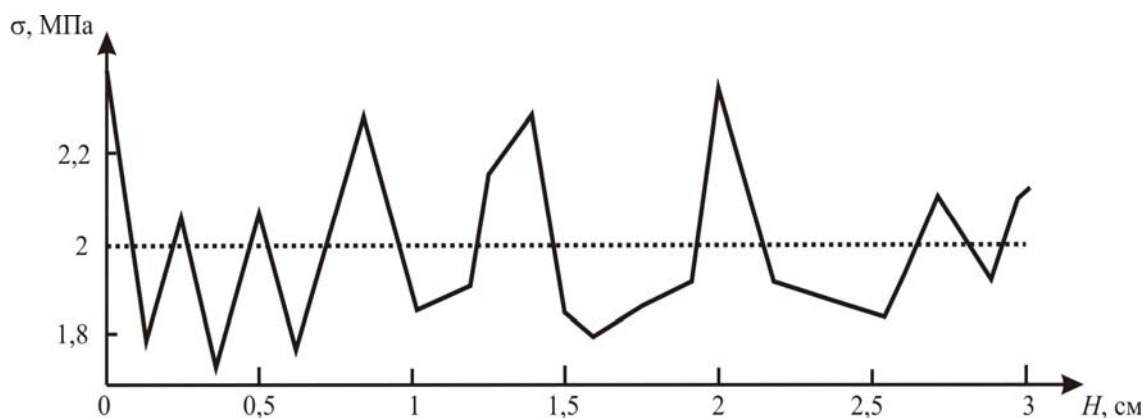


Рис. 8. Распределение напряжений в области перелома при установке фиксаторов ($l=1,3$ см, $h_1=0,56$ см, $h_2=2,62$ см, $F_1=5,28$ Н, $F_2=4,95$ Н), пунктирная линия – оптимальные напряжения, способствующие росту костной ткани

Таблица 2

Результаты решения задачи оптимизации для случая криволинейного перелома

l , см	h_1 , см	h_2 , см	F_1 , Н	F_2 , Н
0,9	0,59	2,67	5,43	4,66
1	0,56	2,72	5,39	4,66
1,1	0,59	2,40	4,74	5,15
1,2	0,81	2,25	4,84	4,47
1,3	0,56	2,62	5,28	4,95
1,4	0,87	2,17	4,87	4,64
1,5	0,62	2,60	5,38	4,77

способствующих оптимальному росту костной ткани и созданию фиксатором усилий при установке в костную ткань, что позволяет разрабатывать объективные подходы к выбору фиксаторов с эффектом памяти формы для каждого пациента, рассчитывать напряженно-деформированное состояние в области роста, а также формулировать и решать задачи оптимизации ростовых процессов. Кроме того, методика учитывает индивидуальные особенности пациента (например, вид и локализацию перелома нижней челюсти, влияющие на распределение напряжений в области перелома; возраст пациента, определяющий величину создаваемых усилий).

В работе представлено решение задачи оптимизации о нахождении позиций установки фиксаторов и усилий, создаваемых фиксаторами таким образом, чтобы напряжения на границе перелома были наиболее близки к оптимальным. Задача формулируется как задача минимизации некоторого функционала с рядом ограничений. В целевую функцию входят функционал распределения напряжений на границе перелома. Задача оптимизации решалась в программе, написанной в пакете *MatLab*, методом минимизации по правильному симплексу; при решении учитывалось напряженно-деформированное состояние нижней челюсти.

В результате в работе получены значения параметров установки скобок для различных видов переломов (прямолинейный, криволинейный, косой) нижней челюсти.

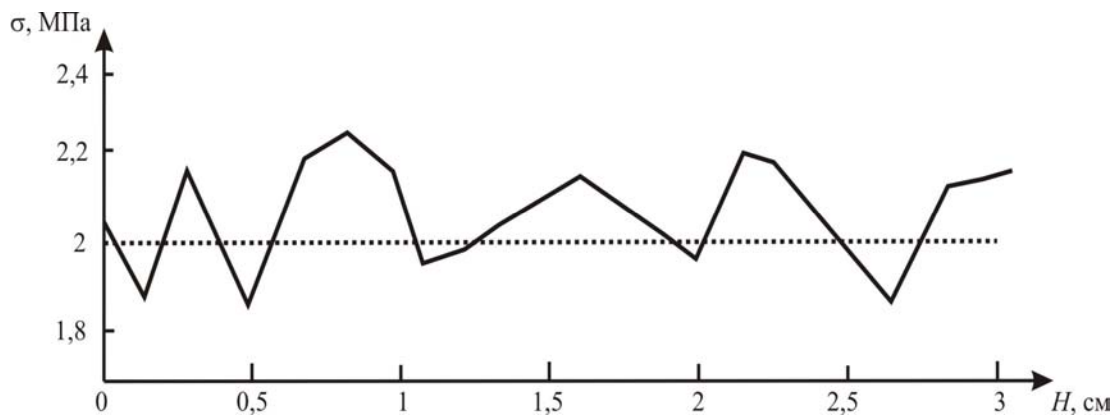


Рис. 9. Распределение напряжений в области перелома при установке фиксаторов ($l=1$ см, $h_1=0,92$ см, $h_2=2,36$ см, $F_1=5,23$ Н, $F_2=4,94$ Н), пунктирная линия – оптимальные напряжения, способствующие росту костной ткани

Таблица 3

Результаты решения задачи оптимизации для случая косоуго перелома

l , см	h_1 , см	h_2 , см	F_1 , Н	F_2 , Н
0,3	0,87	2,15	3,76	3,55
0,4	0,41	2,16	3,05	3,33
0,5	0,68	2,15	4,08	4,35
0,6	0,82	2,24	4,64	4,50
0,7	0,87	2,12	5,05	4,88
0,8	0,89	2,37	5,17	4,63
0,9	0,87	2,31	4,69	4,86
1	0,92	2,36	5,23	4,94
1,1	1,01	2,48	5,57	4,65
1,2	1,28	2,62	6,63	2,53
1,3	1,12	2,66	6,01	3,77
1,4	1,11	2,51	5,49	4,74
1,5	1,62	2,31	5,92	5,49

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена в рамках Соглашения о сотрудничестве между Венским техническим университетом и Пермским государственным техническим университетом. Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проектов № 07–01–96061-р-Урал-а, 07–01–92168-НЦНИ_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гюнтер, В.Э. Сплавы с памятью формы в медицине / В.Э. Гюнтер, В.В. Котенко, М.З. Миргазизов, В.К. Поленичкин, И.А. Витюгов, В.И. Итин, Р.В. Зиганьшин, Ф.Т. Темерханов. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1986.
2. Илюшенов, В.Н. ИК-термографический анализ динамических температурных полей в костной ткани при её контакте с охлаждёнными фиксаторами с памятью формы / В.Н. Илюшенов, В.П. Вавилов,

- В.В. Ширяев, А.В. Илюшенов // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308, № 2. – С. 64–67.
3. *Лесин, В.В.* Основы методов оптимизации / В.В. Лесин, Ю.П. Лисовец. – М.: Изд-во МАИ. – 1995. – 344 с.
 4. *Лохов, В.А.* Создание заданных усилий в фиксаторах, изготовленных из сплавов с памятью формы / В.А. Лохов, А.Г. Кучумов // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Том 10, № 3. – С. 41–52.
 5. *Лохов, В.А.* Сплавы с памятью формы: применение в медицине. Обзор моделей, описывающих их поведение / В.А. Лохов, Ю.И. Няшин, А.Г. Кучумов // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Том 11, № 3. – С. 9–27.
 6. *Лохов, В.А.* Применение материалов с эффектом памяти формы при лечении заболеваний зубочелюстной системы / В.А. Лохов, Ю.И. Няшин, А.Г. Кучумов, М. Менар, А.Р. Гачкевич, С.Ф. Будз, А.Е. Онышко // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Том 12, № 4. – С. 7–17.
 7. *Миргазизов, М.З.* Сверхэластичные имплантаты и конструкции из сплавов с памятью формы в стоматологии / М.З. Миргазизов, В.Э. Гюнтер, В.И. Итин, Л.А. Монасевич, П.Г. Сысолятин, А.В. Староха. – 1993.
 8. *Самуль, В.И.* Основы теории упругости и пластичности / В.И. Самуль. – М: Высшая школа, 1970. – 288 с.
 9. *Селянинов, А.А.* Биомеханические аспекты замещения дефекта нижней челюсти человека имплантатом / А.А. Селянинов, Ф.И. Кислых, Р.М. Подгаец, Ю.Ю. Могилат, Е.А. Тузова, Ф.Ф. Хайрутдинова // Российский журнал биомеханики. – 2003. – Том 7, № 4. – С. 22–33.
 10. *Сысолятин, П.Г.* Реконструкция нижней челюсти костными трансплантатами в сочетании с дентальными имплантатами / П.Г. Сысолятин, И.А. Арсенова, С.П. Железный, В.Э Гюнтер, В.Н. Ходоренко // I Всероссийский конгресс «Дентальная имплантация»: Всероссийская конференция «Сверхэластичные сплавы с памятью формы в стоматологии»: тез. докл. – М., 2001. – С. 80.
 11. *Сысолятин, П.Г.* Репаративная регенерация при пересадке костных трансплантатов с имплантатами в эксперименте / П.Г. Сысолятин, П.А. Железный, С.П. Железный, А.М. Зайдман // Бюллетень СО РАМН. – 2006. – № 4. – С. 182–187.
 12. *Bansiddhi, A.* Porous NiTi for bone implants: a review / A. Bansiddhi, T.D. Sargeant, S.I. Stupp / Acta Biomaterialia. – 2008. – Vol. 4. – P. 773–782.
 13. *Board, T.N.* Why fine-wire: an analysis of pressure distribution at the wire–bone interface / T.N. Board, L. Yang, M. Saleh // J. Biomechanics. – 2007. – Vol. 40. –P. 20–25.
 14. *Drugacz, J.* Use of TiNiCo shape-memory clamps in the surgical treatment of mandibular fractures / J. Drugacz, Z. Lekston, H. Morawiec, K. Januszewski // J. Oral Maxillofac. Surg. – 1995. – Vol. 53. – P. 665–671.
 15. *Itin, V.I.* Mechanical properties and shape memory of porous nitinol / V.I. Itin, V.E. Gunter, S.A. Shabalovskaya, R.L.C. Sachdeva // Mater. Charact. – 1994. – Vol. 32. – P. 179–187.
 16. *Kapanen, A.* Effect of nickel-titanium shape memory metal alloy on bone formation / A. Kapanen, J. Ryhäknen, A. Danilov, J. Tuukkanen // Biomaterials. – 2001. – Vol. 22. – P. 2475–2480.
 17. *Wierzcholski, K.* Bio and slide bearings: their lubrication by non-Newtonian fluids and application in non conventional systems. Vol. I: Principles of human joint lubrication with non-Newtonian liquids for deformable bone and cartilage in magnetic field / K. Wierzcholski. – Gdansk: Foundation for the Development of Gdynia Maritime University, 2005. – 162 p.
 18. *Wierzcholski, K.* Bio and slide bearings: their lubrication by non-Newtonian fluids and application in non conventional systems. Vol. II: The theory of human joint unsteady lubrication / K. Wierzcholski. –Gdansk: Gdansk University of Technology, 2006. – 172 p.
 19. *Wierzcholski, K.* Bio and slide bearings: their lubrication by non-Newtonian fluids and application in non conventional systems. Vol. III: Tribology process for chondrocytes, human joint and micro-bearing / K. Wierzcholski. –Gdansk: Gdansk University of Technology, 2007. – 129 p.
 20. http://www.medin.nsc.ru/naychnai_chast/Avtoreferaty/980172635.htm.

NUMERICAL SOLUTION OF OPTIMIZATION PROBLEM TO DETERMINE PARAMETERS FOR SHAPE MEMORY CLAMPS INSTALLATION

**A.G. Kuchumov, V.A. Lokhov, Y.I. Nyashin (Perm, Russia),
M. Mesnard (Bordeaux, France), A.A. Selyaninov (Perm, Russia)**

Among the traumas of the facial skull, the mandible fractures occur in 70–80% of cases. In the authors' opinion, the shape memory clamps are the most preferable to utilize in a medical practice. Nevertheless, at the surgical operation, there is a problem of effective osteosynthesis. Adopting of subjective methods of solution often does not lead to positive result (7–12% cases of complications). Moreover, individual patient features are not taken into account. For healing the fracture, the stress distribution leading to the bone tissue growth is one of the most crucial factors from biomechanical point of view. The solution of optimization problem to determine positions of shape memory clamp installation and the loads exerted by them to create the stress field close to optimal one at the fracture boundary is presented in the paper. The clamp installation parameters for different fracture lines are obtained in the result.

Key words: osteosynthesis, optimization, shape memory alloys.

Получено 16 марта 2009