

УДК 531/534: [57+61]

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АРТЕРИЙ ВИЛЛИЗИЕВОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

Д.В. Иванов¹, О.А. Фомкина²

¹ Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83, e-mail: ivanovdv@info.sgu.ru

² Саратовский государственный медицинский университет, 410012, Саратов, ул. Б. Казачья, 112

Аннотация. Проведены эксперименты на одноосное растяжение образцов артерий виллизиевого многоугольника в продольном и окружном направлениях. Данные экспериментов проанализированы с учетом полового диморфизма, возрастной и индивидуальной изменчивости. Выявлены существенные половые и возрастные различия деформативных и прочностных характеристик артерий. Получены параметры некоторых гиперупругих материалов, применяемых при моделировании стенок артерий.

Ключевые слова: виллизиев многоугольник, головной мозг, аневризма, функция энергии деформации, гиперупругий материал.

ВВЕДЕНИЕ

Функционирование нейронов мозга требует значительных затрат энергии, которую мозг получает через сеть кровоснабжения. Всего кровоснабжение головного мозга обеспечивают четыре артерии – две сонные и две позвоночные, по их руслу к мозгу транспортируется до 20% всего объема крови. Уже в полости черепа сонная артерия имеет продолжение в виде передней и средней мозговых артерий (ПМА и СМА), позвоночные артерии (ПА) сливаются на уровне ствола головного мозга в основную артерию (базиллярную артерию), которая далее продолжается уже в качестве двух задних мозговых артерий (ЗМА). Перечисленные три пары артерий (передняя, средняя, задняя) анастомозируя между собой, образуют виллизиев многоугольник (рис. 1).

Для этого передние мозговые артерии соединяются между собой передней соединительной артерией (ПСА), а между средней и задней мозговой артерией с каждой стороны имеется задняя соединительная артерия (ЗСА). Подобное «нормальное» строение встречается в 25% случаев.

Одним из самых опасных и часто встречающихся заболеваний сосудов виллизиевого многоугольника являются аневризмы (местное расширение артерий) [2]. Наиболее частой локализацией аневризм являются бифуркации сосудов: места отхождения передней и средней мозговой артерий от внутренней сонной, места соединения передней соединительной и передней мозговой артерий, внутренней сонной и задней соединительной артерий. Иногда встречаются множественные аневризмы сосудов основания мозга. При разрыве аневризмы кровь может проникать в вещество мозга и прорываться в желудочки: появляется клинический синдром субарахноидально-паренхиматозной или субарахноидально-паренхиматозно-вентрикулярной геморрагии.

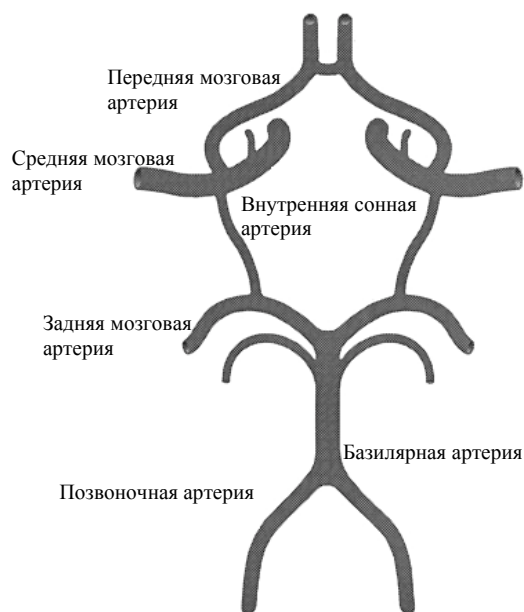


Рис. 1. Схема замкнутого виллизиевого многоугольника

Современные исследования позволили обнаружить доказательства того, что существуют врожденные, приобретенные и наследственные дефекты артериальной стенки [4]. Большинство аневризм развивается из-за гемодинамических и дегенеративных повреждений стенки, а не, как считалось ранее, из-за наследственных факторов. Считается [4], что распространенность, рост, наличие тромбов в полостях и даже разрыв аневризм могут быть объяснены с помощью гемодинамики. В связи с этим возникает необходимость в выявлении механических факторов появления и развития аневризм, исследовании процессов, происходящих в местах их локализации. Для этого необходимо математическое моделирование поведения сосудов виллизиевого круга, которое, в свою очередь, требует знания механических свойств стенок артерий.

ИСПЫТАНИЯ НА РАСТЯЖЕНИЕ ОБРАЗЦОВ АРТЕРИЙ

В экспериментах использовалась разрывная машина *Tiratest 28005* (зарегистрированная под номером 23512–02 в Государственном Реестре Российской Федерации) с нагрузочной ячейкой 100 Н. Данная машина позволяет испытывать образцы на растяжение и сжатие в одном направлении.

Сосуды для исследования на одноосное растяжение в продольном направлении были взяты у 97 мужчин и женщин в возрасте от 21 до 87 лет и у 12 трупов людей для исследования на одноосное растяжение в поперечном направлении не позднее 12 часов после смерти. До начала экспериментов образцы сохранялись в физиологическом растворе при температуре $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$, что, как известно, не влияет на их механические свойства [3]. Эксперименты проводили также при температуре $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$.

Все образцы были поделены на две группы по половому признаку и на четыре возрастные группы (см. табл. 1: возраст на момент смерти 22–90 лет соответствует возрастным группам с первой по четвертую как для мужчин, так и для женщин).

Обработка результатов экспериментов показала возрастные изменения, а также половые различия материала стенок артерий.

Диаграмма $(\sigma - \lambda)$ (σ – напряжение, λ – степень удлинения) имеет нелинейный характер (рис. 2) при растяжении как в продольном направлении, так и в поперечном.

Средние по возрастным группам пределы прочности в продольном направлении исследуемых артерий представлены в табл. 2–4.

Таблица 1

Возрастные и половые группы		
Номер возрастной группы	Возраст, лет	
	мужчины	женщины
1	22–35	21–35
2	36–60	36–55
3	61–74	56–74
4	75–90	75–90

Таблица 2

Средние по возрастным группам пределы прочности (МПа) в продольном направлении для базилярной артерии, правой ПМА, левой ПМА

Возр. гр.	Базилярная		Правая ПМА		Левая ПМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	1,76	1,60	1,48	1,14	1,51	1,36
2	1,35	1,22	1,26	1,10	1,40	1,25
3	0,97	0,89	1,01	0,93	1,18	1,02
4	0,90	0,81	0,97	0,79	1,04	0,94

Таблица 3

Средние по возрастным группам пределы прочности (МПа) в продольном направлении для правой СМА, левой СМА, правой ЗМА, левой ЗМА

Возр. гр.	Правая СМА		Левая СМА		Правая ЗМА		Левая ЗМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	1,16	1,29	1,09	1,38	1,44	1,25	1,16	1,29
2	1,04	1,11	0,99	1,15	1,21	1,16	1,04	1,11
3	0,82	0,59	0,61	0,54	1,02	0,97	0,82	0,59
4	0,70	0,63	0,77	0,76	0,97	0,93	0,70	0,63

Таблица 4

Средние по возрастным группам пределы прочности (МПа) в продольном направлении для правой ЗСА, левой ЗСА, правой ПА, левой ПА

Возр. гр.	Правая ЗСА		Левая ЗСА		Правая ПА		Левая ПА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	1,45	0,00	1,48	1,41	2,21	1,93	1,45	0,00
2	1,00	0,94	1,26	1,37	2,04	1,79	1,00	0,94
3	0,98	0,88	1,10	1,11	1,66	1,69	0,98	0,88
4	0,93	0,82	0,95	0,94	1,36	1,23	0,93	0,82

Таблица 5

Средние по возрастным группам максимальные относительные удлинения в продольном направлении базилярной артерии, правой ПМА, левой ПМА

Возр. гр.	Базилярная		Правая ПМА		Левая ПМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	0,35	0,36	0,29	0,39	0,40	0,43
2	0,40	0,39	0,26	0,23	0,27	0,28
3		0,43	0,23	0,26	0,27	0,28
4	0,33	0,38	0,25	0,32	0,43	0,26

Таблица 6

Средние по возрастным группам максимальные относительные удлинения в продольном направлении для правой СМА, левой СМА, правой ЗМА, левой ЗМА

Возр. гр.	Правая СМА		Левая СМА		Правая ЗМА		Левая ЗМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	0,52	0,56	0,45	0,39	0,44	0,42	0,52	0,56
2	0,44	0,58	0,43	0,45	0,45	0,42	0,44	0,58
3	0,33	0,44	0,33	0,37	0,24	0,41	0,33	0,44
4	0,40	0,25	0,42	0,39	0,36	0,29	0,40	0,25

Таблица 7

Средние по возрастным группам максимальные относительные удлинения в продольном направлении для правой ЗСА, левой ЗСА, правой и левой нижних передних мозжечковых артерий (НПМА)

Возр. гр.	Правая ЗСА		Левая ЗСА		Правая НПМА		Левая НПМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	0,44	0,47	0,60	0,33	0,25		0,44	0,47
2	0,42		0,35		0,33		0,42	
3		0,36		0,37	0,07	0,45		0,36
4	0,20	0,33	0,35	0,46	0,25		0,20	0,33

Таблица 8

Средние по возрастным группам максимальные относительные удлинения в продольном направлении для правой и левой задних нижних мозжечковых артерий (ЗНМА), правой и левой ВМА

Возр. гр.	Правая ЗНМА		Левая ЗНМА		Правая ВМА		Левая ВМА	
	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины	мужчины	женщины
1	0,57	0,25			0,36	0,53	0,57	0,25
2	0,20	0,32	0,30	0,34	0,37	0,22	0,20	0,32
3	0,07	0,26		0,18		0,30	0,07	0,26
4				0,22	0,38	0,21		

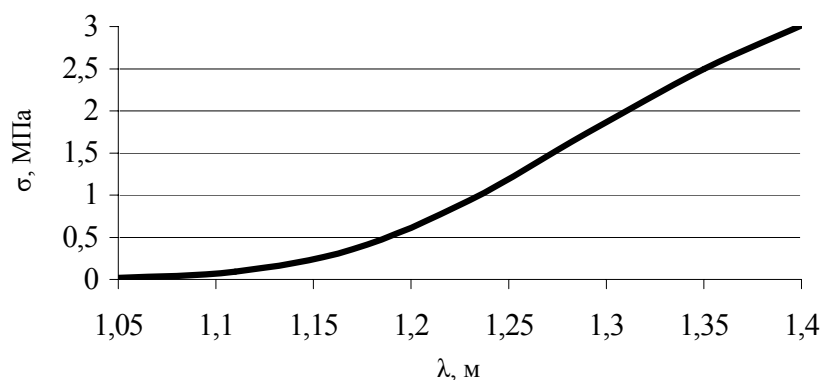


Рис. 2. Диаграмма «напряжение (σ) – степень удлинения (λ)» ($\sigma - \lambda$)

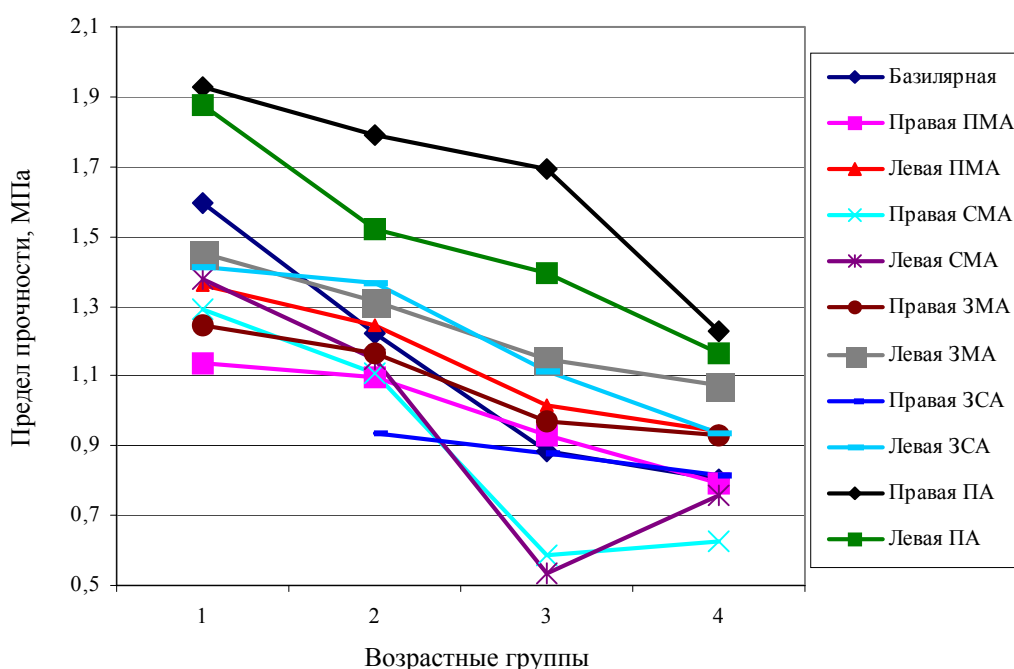


Рис. 3. Средние по возрастным группам пределы прочности в продольном направлении (мужчины)

Пределы прочности во всех исследованных артериях, взятых у женщин, меньше, чем у мужчин. С возрастом предел прочности артерий в продольном направлении уменьшается. При этом наибольшая разница между пределами прочности для первой и четвертой возрастных групп выявлена у базилярной артерии, она составляет порядка 50%. Для остальных артерий эта разница не более 30–40%. Наибольшие половые различия предела прочности в продольном направлении были выявлены у позвоночных артерий, этот же предел прочности у позвоночных артерий является максимальным как у женщин, так и у мужчин.

Графики возрастных изменений среднего по возрастным группам предела прочности артерий виллизиевого многоугольника показаны на рис. 3 (мужчины), на рис. 4 (женщины).

Практически для всех артерий характерно снижение деформативности с возрастом. Но для некоторых артерий у женщин и мужчин четвертой возрастной группы деформативность возрастает по сравнению с третьей группой. В продольном

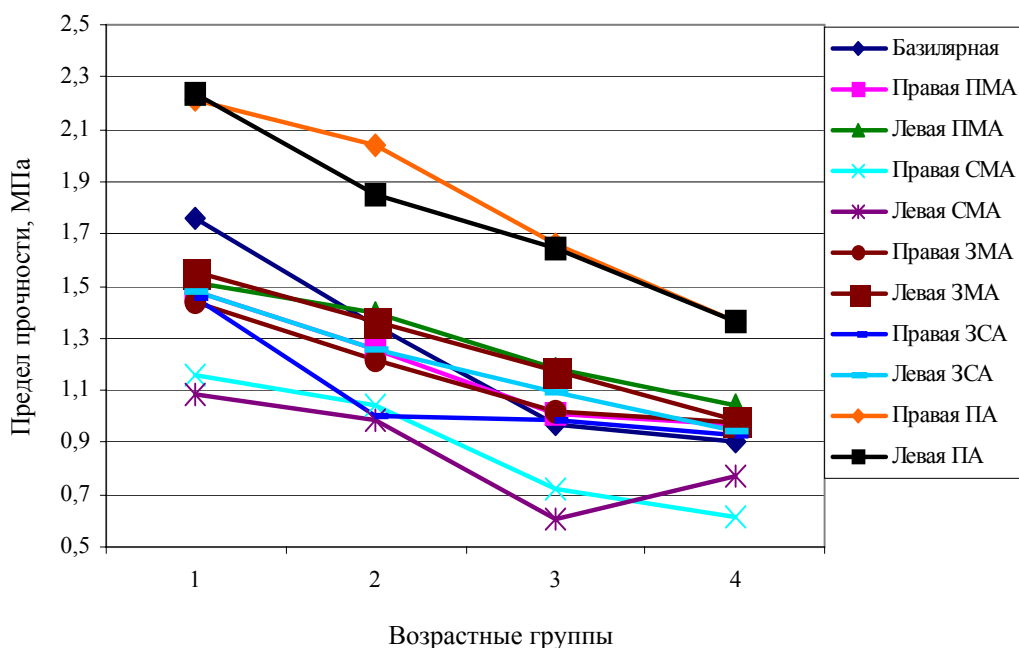


Рис. 4. Средние по возрастным группам пределы прочности в продольном направлении (женщины)

направлении стенки средней мозговой артерии обладают наибольшей деформативностью по сравнению с другими артериями виллизиевого многоугольника.

Предел прочности в поперечном направлении так же, как и в продольном направлении, снижается с возрастом. При этом наибольшие по величине возрастные изменения предела прочности характерны для базилярной артерии.

ПОЛУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Проведем расчет параметров модели сверхупругого резиноподобного материала Муни–Ривлина [1, 6]. Для этого выведем зависимость напряжение–степень удлинения для одноосного растяжения с использованием функции энергии деформации данного материала.

Рассмотрим правый и левый тензоры деформации Коши–Грина $C = F^T F$, $B = FF^T$ соответственно, где F – тензор градиента деформации. Инварианты правого тензора C (аналогично для левого) определяются соотношениями $I_1 = \text{tr}(C)$, $I_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - \text{tr}(C^2))$, $I_3 = \det(C)$. Материал стенки артерии принято считать несжимаемым [5], поэтому $I_3 = 1$. Тензор градиента деформации в матричной форме можно записать в виде

$$F = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix},$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – степени удлинения. В этом случае правый и левый тензоры деформации Коши–Грина совпадают:

$$C = B = F^2 = \begin{pmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{pmatrix}.$$

Инварианты для тензора C определяются следующими выражениями:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2,$$

$$I_2 = \frac{1}{2}(I_1^2 - \text{tr}(C^2)) = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2},$$

$$I_3 = \det(C) = \det(F^2) = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = 1.$$

Выражения для напряжений, возникающих в растягиваемом образце, через функцию энергии деформации W записываются следующим образом:

$$\sigma_{ii} = \lambda_i^2 \Phi - \frac{1}{\lambda_i^2} \Psi + p,$$

где $\Phi = 2 \frac{\partial W}{\partial I_1}$, $\Psi = 2 \frac{\partial W}{\partial I_2}$ [1]. Для несжимаемого материала функция энергии деформации зависит только от первых двух инвариантов $W = W(I_1, I_2)$.

В случае одноосного растяжения $\sigma_{11} \neq 0$, $\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$. Рассмотрим равенство $\sigma_{33} = 0$. Отсюда $\lambda_3^2 \Phi - \frac{1}{\lambda_3^2} \Psi + p = 0$, $p = \frac{1}{\lambda_3^2} \Psi - \lambda_3^2 \Phi$. Подставим полученное выражение для p в σ_{11} , σ_{22} .

$$\sigma_{11} = \lambda_1^2 \Phi - \frac{1}{\lambda_1^2} \Psi + \frac{1}{\lambda_3^2} \Psi - \lambda_3^2 \Phi = (\lambda_1^2 - \lambda_3^2) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{\lambda_3^2} \right) \Psi,$$

$$\sigma_{22} = \lambda_2^2 \Phi - \frac{1}{\lambda_2^2} \Psi + \frac{1}{\lambda_3^2} \Psi - \lambda_3^2 \Phi = (\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{1}{\lambda_3^2} \right) \Psi.$$

С учетом несжимаемости ($\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2}$) получим

$$\sigma_{11} = \left(\lambda_1^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda_1^2} - \lambda_1^2 \lambda_2^2 \right) \Psi,$$

$$\sigma_{22} = \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda_2^2} - \lambda_1^2 \lambda_2^2 \right) \Psi = \left(\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} \right) (\Phi + \lambda_1^2 \Psi).$$

Учитывая, что $\sigma_{22} = 0$, имеем $\lambda_2^2 - \frac{1}{\lambda_1^2 \lambda_2^2} = 0 \Leftrightarrow \lambda_2^4 = \frac{1}{\lambda_1^2} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \lambda_2^2 = \frac{1}{\lambda_1}$. Тогда (обозначив $\lambda_1 = \lambda$)

$$\sigma_{11} = \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda^2 \frac{1}{\lambda}} \right) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda^2 \frac{1}{\lambda} \right) \Psi = \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \Phi - \left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda \right) \Psi = \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\Phi + \frac{1}{\lambda} \Psi \right).$$

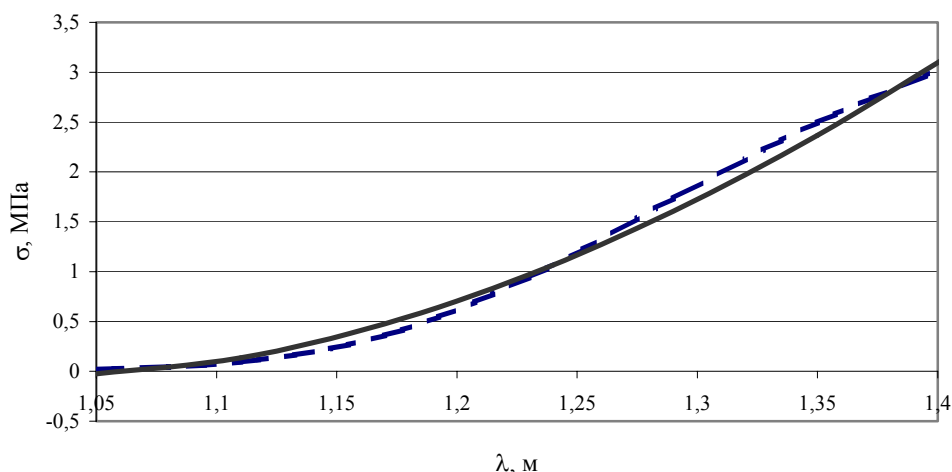


Рис. 5. Диаграммы σ – λ . Сплошная линия получена по формуле (1), пунктирная – экспериментальная кривая

Инварианты тензора примут вид $I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda}$, $I_2 = \frac{1}{\lambda^2} + 2\lambda$. Окончательно получаем зависимость напряжения от степени удлинения в случае одноосного растяжения в виде

$$\sigma = 2 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial I_2} \right),$$

где $\lambda = \frac{l}{l_0}$ – отношение длины образца к начальной длине образца.

Рассмотрим функцию энергии деформации Муни–Ривлина [1]

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3).$$

Тогда

$$\sigma = 2 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) C_1 + 2 \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) C_2. \quad (1)$$

Таким образом, имея данную зависимость и результаты эксперимента на одноосное растяжение, можно получить коэффициенты функции энергии деформации с помощью метода наименьших квадратов.

Расчет констант C_1 , C_2 , имеющих размерность напряжений, проводился в системе компьютерной алгебры *Matlab (MathWorks Inc.)*. Данные диаграммы (σ – λ) одноосного растяжения образца базилярной артерии виллизиевого многоугольника импортировались в *Matlab (MathWorks Inc.)*, далее по экспериментальной кривой интерполяционным методом были выбраны точки для определения констант методом наименьших квадратов.

На рис. 5 представлены следующие кривые: пунктирная линия – зависимость (σ – λ), построенная по интерполированным точкам экспериментальных данных, сплошная линия – зависимость (σ – λ), полученная по формуле (1) с найденными константами $C_1 = 5,2$ Па, $C_2 = -5,54$ Па.

Как видно из рис. 5, теоретическая кривая (сплошная линия) достаточно хорошо приближает экспериментальную (пунктирная линия). И все же выбранная функция энергии деформации Муни–Ривлина в будущем будет заменена на другую, более сложную, которая позволит учесть точку перегиба на экспериментальной диаграмме ($\sigma - \lambda$).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Грин, А.* Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды / А. Грин, Дж. Адкинс. – М., 1965. – 456 с.
2. *Крылов, В.В.* Микрохирургия аневризм виллизиевого многоугольника / В.В. Крылов, В.В. Ткачев, Г.Ф. Добровольский. – М., 2004. – 160 с.
3. *Пурина, Б.А.* Биомеханика крупных кровеносных сосудов человека / Б.А. Пурина, В.А. Касьянов. – Рига: Зинатне, 1980. – 260 с.
4. Федеральный Центр нейрохирургии боли. www.brainport.ru.
5. *Carew, T.E.* Compressibility and Constitutive Equation for Arterial Wall / T.E. Carew, R.N. Vaishnav, D.J. Pater // *Circ. Res.* – 1968. – Vol. 23. – P. 61–68.
6. *Holzapfel, G.A.* A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models / G.A. Holzapfel, T.C. Gasser, R.W. Ogden // *Journal of Elasticity.* – 2000. – Vol. 61. – P. 1–48.

DETERMINATION OF MECHANICAL PROPERTIES OF WILLIS CIRCLE ARTERIES

D.V. Ivanov, O.A. Fomkina (Saratov, Russia)

Uniaxial tensile experiments of Willis circle arteries in longitudinal and transversal directions were conducted. Experimental data were analyzed taking into consideration antigeny, age, and individual variability. Essential age and sexual distinctions in deformation and strength characteristics were revealed. Parameters of some hyperelastic materials, which can be used in simulating arteries walls, were obtained.

Key words: circle of Willis, brain, aneurysm, strain energy function, hyperelastic material.

Получено 05 сентября 2008

Информация об авторах

Дмитрий Валерьевич Иванов, образовательно-научный институт наноструктур и биосистем Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского, департамент компьютерного моделирования, начальник отдела компьютерного инжиниринга, : Ivanovdv@info.sgu.ru

Ольга Александровна Фомкина, ассистент Саратовского государственного медицинского университета, : Ivanovdv@info.sgu.ru