

УДК 531/534: [57+61]

СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ОПИСАНИЯ СТРУКТУРЫ КОСТНОЙ ТКАНИ

А.А. Киченко¹, В.М. Тверье¹, Ю.И. Няшин¹, Е.Ю. Симановская², А.Н. Еловикова²

¹ Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: nyashin@pstu.ru

² Кафедра детской стоматологии и ортодонтии Пермской государственной медицинской академии им. академика Е.А. Вагнера, Россия, 614990, Пермь, ул. Куйбышева, 39

Аннотация. Одной из основных задач современной биомеханики зубочелюстной системы является учёт структурных особенностей для различных её отделов. Неоднородность пористой структуры может быть описана методами количественной стереологии; при этом структурные особенности костной ткани описываются посредством тензора структуры (*fabric tensor*) \mathbf{N} . В работе рассмотрена измерительная процедура, позволяющая проводить стереологические исследования. Отдельно рассмотрены исторические аспекты развития закона Вольфа (*Wolff's law*). Сделан вывод о необходимости формулирования кинетического уравнения для тензора \mathbf{N} при постановке краевых задач биомеханики зубочелюстной системы.

Ключевые слова: биомеханическое моделирование, зубочелюстная система человека, структура костных тканей, закон Вольфа, трабекулярная костная ткань, стереология, тензор структуры.

Введение

В последние годы слово «междисциплинарный» стало олицетворением продуктивного исследования. Как раз к таким наукам относится биомеханика, становящаяся эффективным мостом между классически разъединенными дисциплинами (механикой и биологией), и это наглядно представлено в области скелетной биомеханики [30].

В предыдущие годы некоторые учёные пытались анализировать биологические процессы и механическое поведение скелетных тканей в интегрированном виде. Однако в настоящее время проблема адекватного математического описания костной ткани человека чрезвычайно актуальна в силу того, что буквально лавинообразный процесс накопления экспериментальных данных сопровождается поиском теоретических принципов их обобщения (и перспектив применения разработанной теории на практике). Одной из главных целей современных исследователей в области скелетной биомеханики является интеграция анатомии и физиологии со структурой и поведением материалов. Многие задачи биомеханики требуют описания напряжённно-деформированного состояния губчатой костной ткани с учётом её структуры.

В частности, для решения многих стоматологических задач, например при рассмотрении задач об определении напряжённно-деформированного состояния в нижней челюсти человека, необходимо учитывать не только неоднородность свойств

твёрдых и мягких тканей, формирующих зубочелюстную систему человека, но и их внутреннюю структуру. Следовательно, необходимо иметь способ количественного описания формирующейся под воздействием изменяющегося биомеханического давления структуры костной ткани для различных отделов зубочелюстной системы [12–14].

Зубочелюстная система занимает одно из важных мест в организме человека по сложности формирования, анатомическому строению и многообразию выполняемых функций. Зубочелюстная система человека как основной элемент лицевого черепа служит начальным отделом пищеварительной и дыхательной систем организма и также обеспечивает взаимосвязанные речевую, мимическую и эстетическую функции [1, 3, 6]. В настоящее время зубочелюстная система рассматривается как специализированная, многоблочная, многофункциональная биомеханическая система, сформировавшаяся в процессе многоэтапных преобразований и приспособлений животных организмов к условиям окружающей среды [4, 8, 11–15, 37–39].

Современные методы биомеханики (с точки зрения механики сплошных сред) позволяют описать поведение как отдельных мини-блоков зубочелюстной системы, так и их взаимодействие с учётом свойств материалов и структуры [15]. Данная работа посвящена исследованию свойств живой губчатой костной ткани с учётом зависимости механических свойств кости от её внутренней архитектуры. Необходимость данного исследования определяется как запросами практики (описание процессов перестройки костной ткани), так и теории (построение определяющих соотношений).

В настоящей работе будут рассмотрены некоторые основные классические теоретические и практические методы, позволяющие количественно описать структуру губчатой костной ткани. Представленные методы в историческом плане формировались на основе известного закона Вольфа. При этом исторические аспекты развития закона Вольфа заслуживают отдельного упоминания.

Полученные результаты в дальнейшем планируется использовать для описания напряжённо-деформированного состояния в нижней челюсти человека и процессов перестройки костной ткани, например эволюции и инволюции тела челюсти под воздействием нагрузок. Интерес также представляет моделирование поведения костной ткани в районе вживления имплантата, например, при синдроме Попова–Годона и дальнейшем замещении дефектов зубного ряда [12–15].

1. Исторические аспекты развития закона Вольфа

Кость живого человека – динамическая сложная структура, в которой происходят постоянный обмен веществ, анаболические и катаболические процессы, разрушение старых и создание новых костных трабекул. Костная ткань состоит из перекладин – трабекул (от лат. *trabecula* – небольшая балка, в биологии – пластинка в веществе кости), причём если трабекулы плотно прилегают друг к другу, то образуется компактная костная ткань, если трабекулы образуют между собой ячейки, то речь идёт о губчатой костной ткани [2]. Трабекулярная костная ткань является неоднородной пористой анизотропной структурой (рис. 1).

Зная об этих свойствах кости, трудно избавиться от впечатления, что при формировании и перестройке любой части скелета на костные клетки влияют локальные механические факторы. Идея о том, что структура кости как-то управляется локально, чтобы соответствовать своей текущей механической функции, стала центральным постулатом ортопедической медицины и науки.

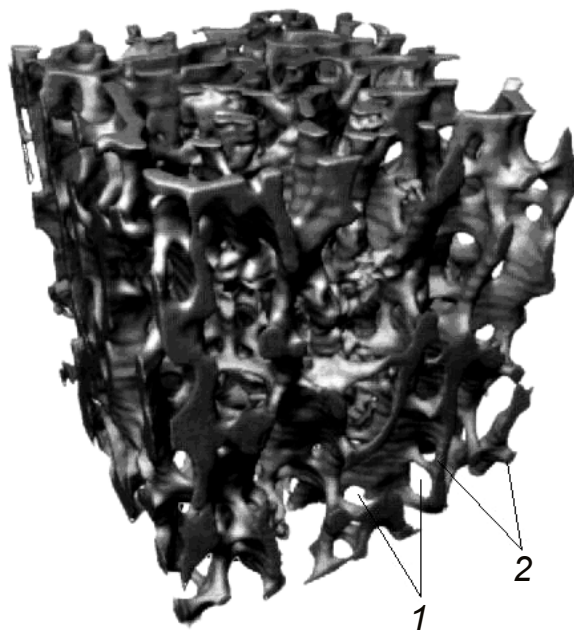


Рис 1. Губчатая костная ткань: 1 – костномозговая полость; 2 – костные перекладки губчатой кости

Механические свойства костей подчиняются тем же принципам, что и несущие конструкции, сделанные людьми. Однако способность позвоночных приспосабливать структуру своей костной ткани к приложенной нагрузке, с точки зрения и эволюции генетического плана для скелета, и способности резко изменять этот план клеточной деятельностью, приводит к такой структуре, которая является очень сложной и, будучи здоровой, исключительно эффективной [30].

Среди законов, описывающих поведение костной ткани под влиянием каких-либо факторов, например нагрузок, закон Вольфа (*Wolff's law*) является наиболее известным, хотя его точная математическая запись до сих пор четко и однозначно не разработана. Этот закон отмечает изменение кости (или мягких тканей) вследствие функциональных требований. Каждое изменение в форме или функции сопровождается определенными изменениями во внутренней архитектуре и во внешней форме. Закон Вольфа применительно к живой костной ткани звучит следующим образом: *кость приспособливает свою внешнюю форму и внутреннюю структуру к тем механическим силам, которые она должна выдержать* [30].

В современной анатомии приняты следующие принципы организации кости, близкие по смыслу к закону Вольфа.

1. Костная ткань образуется в местах наибольшего сжатия или натяжения.
2. Степень развития костей пропорциональна интенсивности деятельности связанных с ними мышц.
3. Трубочатое и арочное строение кости обеспечивает наибольшую прочность при минимальной затрате костного материала.
4. Внешняя форма костей зависит от давления на них окружающих тканей и органов, в первую очередь мышц, и меняется при уменьшении или увеличении давления.
5. Перестройка формы кости происходит под влиянием внешних (для кости) сил [2].

То, что сейчас называют законом Вольфа, включает в себя несколько различных концепций, о большинстве из которых сам Вольф ничего не говорил. Однако можно выделить три ключевые концепции, появившиеся в XIX веке.

1. Оптимизация прочности по отношению к весу.

2. Ориентация трабекул вдоль направлений главных напряжений.
3. Саморегуляция костной структуры клетками, откликающимися на механический стимул [30].

Мысль о том, что кость ощущает свое механическое окружение и приспосабливается к нему, очень стара. По традиции эту мысль приписывают Вольфу, но он, конечно, не был первым, отметившим это наблюдение. Ещё *Galileo* (1638) указывал на причастность механических факторов к форме костей, что делали и другие ранние авторы (например, *Monro*, 1776) [30]. В 1827 году *Bell* отметил, что структура губчатой кости «имеет отношение к силам, действующим на кость» [16]. *Bell*, а впоследствии *Bourgery* (1832) обратили внимание на то, что архитектура губчатой кости испытывает влияние механической силы, и высказали мысль, что она максимизирует прочность по отношению к количеству используемого материала. Эта концепция – оптимизация прочности (или жесткости) кости по отношению к ее весу – является одной из важнейших. Такая оптимизация является жизненно важной, так как плотность костной ткани в два раза превышает плотность других тканей тела. И *Bell* и *Bourgery* были просто поражены изысканной и совершенной структурой губчатой кости, которая выглядела такой целесообразной [30].

Ward в 1838 году сравнивал трабекулярную архитектуру шейки бедренной кости с кронштейном, удерживающим уличный фонарь на столбе. Сравнение *Ward* важно потому, что он первым осознал тот факт, что структура кости аналогична конструкциям, созданным людьми, и что кость не должна оставаться там, где в ней нет необходимости [43]. Рис. 2 иллюстрирует сравнение, осуществлённое *Ward*.

В России наблюдения, аналогичные описанному законом Вольфа, впервые были озвучены в 1843 году русским хирургом Пироговым, который отмечал, что «наружный вид каждой кости есть осуществлённая идея назначения этой кости» [24].

Теперь перейдем ко второй ключевой концепции, которая возникла из легендарной беседы между Кульманом (*Culmann*) и фон Мейером (*von Meyer*). В 1866 году швейцарский анатом фон Мейер представил статью, посвященную структуре трабекулярной кости, на встрече Общества естествоиспытателей в Цюрихе, где был показан образец проксимального отдела бедренной кости человека, который был продольно секционирован для выявления структуры трабекулярных арок. Среди слушателей доклада присутствовал Кульман, знаменитый швейцарский математик и строительный инженер. Кульман заметил, что линии, вдоль которых выстраивалась спонгиозная костная ткань, проведенные на рисунках Мейера, имеют сходство с главными траекториями напряжений в консольных балках.

Мейер в своей работе «Архитектура спонгиозной ткани» («*Die architektur der spongiosa*»), опубликованной в 1867 году, представил линии, изображающие спонгиозную структуру костной ткани в проксимальном отделе бедренной кости человека. Мейер и Кульман отметили, что ориентация трабекул в губчатой кости проксимального отдела бедра совпадает с главными траекториями напряжений в нагруженном бедре. Мейер упомянул, что Кульман, пораженный изображениями костной структуры, попросил своих студентов спроектировать главные траектории напряжений в балке, «нагруженной и искривленной подобно колодезному журавлю», таким образом, чтобы результат был аналогичен траекториям в бедренной кости человека. Говорят, что он воскликнул: «Это мой кран!». Позднее эта идея была реализована в знаменитом «кране Кульмана» [20, 25, 30, 31,] (рис. 3). (В действительности этот кран назван по имени Ферберна (*Fairbairn*), шотландского инженера, который его спроектировал. Его плавная, похожая на кость форма типична для проектирования методом проб и ошибок, который обычно применялся на ранней стадии промышленной революции в Великобритании [30].)

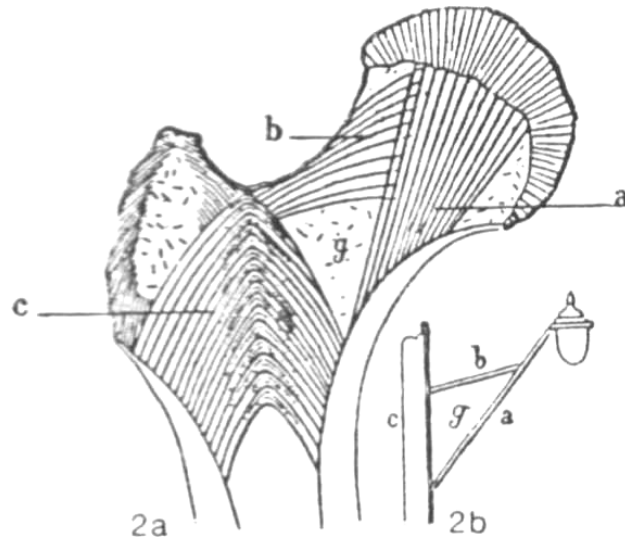


Рис. 2. Сравнение архитектуры губчатой кости в шейке бедра человека и устройства уличного фонаря [30]

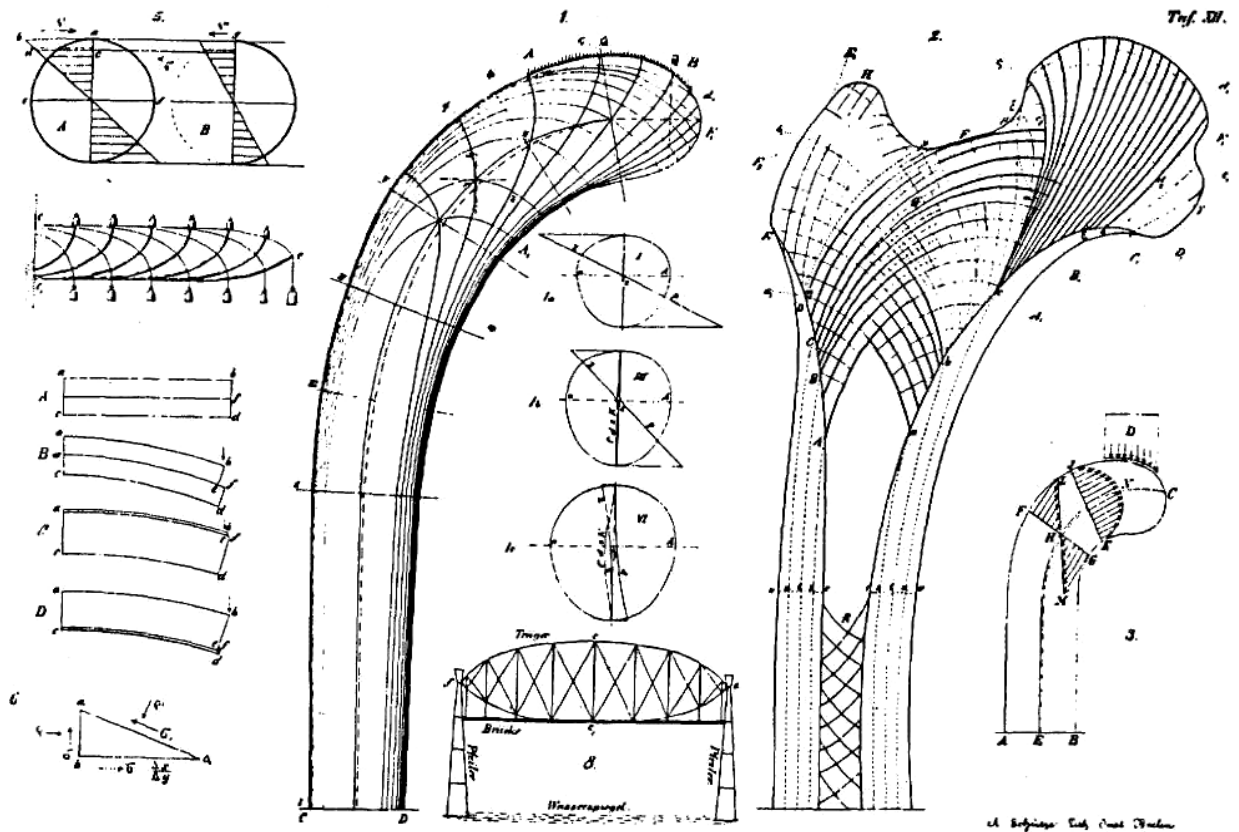


Рис. 3. Сравнение главных траекторий напряжений в кране Кульмана с внутренней архитектурой бедренной кости человека [20]

Мейер в своей работе сформулировал высказанные им идеи в виде трёх вопросов:

1. Возможно ли, что однажды наблюдаемые структуры сформировались в статических условиях (при равновесии всех внешних сил)?
2. Какие внутренние метаморфозы сделали наблюдаемые структуры настолько «подходящими для выполняемой ими работы»?
3. Могут ли данные структуры быть исследованы и поняты, если в рассмотрение добавить внешние нагрузки, то есть механическое влияние, производимое мышцами, сухожилиями и связками [31]?

Двумя годами позже, в 1869 году, немецкий ученый Вольф заявил, что он может доказать следующие утверждения:

1. Существует превосходное математическое соответствие между структурой губчатой костной ткани в проксимальном отделе бедра человека и траекториями в кране Кульмана.
2. Существует статическая значимость и необходимость структуры и траекторий в губчатой кости.
3. Рост кости имеет место только в интерстициальном пространстве.
4. Компактная костная ткань есть не что иное, как сжатая губчатая костная ткань [20, 30, 49].

В 1872 году Вольф провозгласил, что «когда внешняя нагрузка в какой-либо кости изменяется вследствие травмы, патологических изменений или образа жизни, функциональная перестройка со временем переориентирует трабекулы таким образом, что они выстраиваются в линии по новым траекториям напряжения». Отметим, что Вольф никогда не стремился доказать это утверждение [20, 49].

Однако Вольф по-прежнему пытался объяснить губчатую структуру многих патологических экземпляров, используя эту мысль. Впоследствии Вольф опубликовал в 1870, 1872, 1874, 1884 и 1891 годах серию статей, которая завершилась знаменитой книгой «Закон изменения кости» («*Das Gesetz der Transformation der Knochen*»), изданной в 1892 году. Она подвела итог всего, ранее им написанного. Справедливости ради следует отметить что, хотя Вольф и говорил о математических закономерностях, которым подчиняется строение губчатой кости, он не был математиком или инженером и не пытался сформулировать математическую теорию в виде «закона Вольфа». Его «доказательство», за исключением грубого соответствия между образцами трабекулярной ткани в губчатой кости бедра человека и краном Кульмана, не содержало веских доводов. Автор лишь отмечал, что «так же как главные направления тензора напряжений в любой данной точке ортогональны, трабекулы в кости, когда они пересекаются, образуют подобное пересечение под прямым углом» [50] (рис. 4). При этом возникал целый ряд вопросов: почему кость строится в соответствии с траекториями напряжений, соответствующих одному частному нагружению? Что произойдет при других условиях нагружения? Почему считается достаточным рассмотреть искривлённую балку из однородного изотропного упругого материала, когда кость не является таковым? Более того, впоследствии идея Вольфа об интерстициальном росте и костномозговой полости была признана ошибочной [25].

Кран, сконструированный студентами Кульмана, также вызывал определенные вопросы [25]. Его очертания явно не соответствовали известным результатам теории упругости для искривленных балок, которые имели концентраторы напряжений на вогнутой стороне. В статье Вольфа от 1870 года рисунок, изображающий распределение напряжений в кране, показал линейное распределение нормальных напряжений и параболическое распределение касательных напряжений в поперечном сечении балки, которое верно лишь для прямых балок. Впоследствии, в 1981 году, *Roesler* после детального исследования пришел к выводу, что Кульман (или его студенты) использовал лишь теорию Сен-Венана для прямых консольных прямоугольных балок, нагруженных по касательной на свободном конце, нарисовал пересечение траекторий в восьми нормальных сечениях крана и подогнал к гладкой кривой. Тем не менее эти рисунки были определённой исторической вехой, а схожесть между трабекулярными арками и линиями главных напряжений действительно поражает. Однако ясно, что форма и нагрузки у крана и бедренной кости существенно различны. Разница не только в этом, бедренная кость – это прерывистое собрание костных балочек, заполненное костным мозгом, в то время как кран – это однородная

конструкция. Понятия главных напряжений для прерывистых систем не существует. Значения этого факта долгое время не замечали [24, 30].

Впоследствии *Koch* (1917), в равной степени хороший инженер и врач, разрешил некоторые спорные вопросы о сравнении траекторий напряжения «крана Кульмана» с человеческой бедренной костью. Он рассчитал траектории напряжения в бедренной кости человека, используя тщательно подобранные нагрузки, прикладываемые к её головке, и геометрию, полученную из анатомических измерений. При этом он доказал, что ориентация трабекул в конечном счёте сходна с математически вычисленными траекториями напряжений для гомогенной структуры аналогичной формы [29, 30].

Однако три вопроса, заданных Мейером, оставались свободными для интерпретации и нуждались в ясном ответе. Для ответа на эти вопросы необходимо вернуться в XIX век и отметить появление понятия об адаптации кости к механической нагрузке. Вследствие этого возникла еще одна новая идея, когда в 1880 и 1881 годах *Roux* представил идею о *функциональной адаптации*, которая означала «адаптацию к исполняемой функции». Он назвал процесс функциональной адаптации «количественным, саморегулирующимся механизмом», находящимся под контролем «функционального стимулирования». Будучи современником Дарвина (1809–1882), *Roux* (1850–1924) под влиянием его теории выдвинул гипотезу, что организмы обладают способностью приспосабливаться к изменениям в условиях их существования. Как следствие этого *Roux* сформулировал свои идеи так, чтобы иметь дело со всеми аспектами эволюции. Одним из его наиболее важных примеров является гипотеза траекторий для губчатой костной структуры. Она гласит: «Структура губчатой кости соответствует статическим линиям давления, которые дают возможность кости сопротивляться внешним силам с минимальными затратами» (*Roux*, 1881) [25, 30].

В 1885 году *Roux* провел анализ структуры губчатой костной ткани анкилозного колена. Как показало данное исследование, закон Вольфа справедлив, и перестройка структуры живой губчатой кости происходит в соответствии с её расположением и испытываемой внешней нагрузкой [20, 35].

В целом *Roux* задал вопросы о структуре губчатой кости в более фундаментальной форме. Посредством сосредоточения внимания на функциональной стимуляции (в первую очередь на механической стимуляции) данные вопросы могли быть рассмотрены более детально, а ответы быть получены в численной форме. И хотя неполное понимание *Roux* биологии и механики стало причиной ряда неточностей в развитии его теории, его идея о саморегулировании функциональной адаптации, управляемой клетками, чувствительными к функциональному стимулированию, была чрезвычайно важна.

Можно отметить, что исследование 1885 года было последним в череде подобных работ конца XIX века. Можно упомянуть работы *Koch* [29], *Thompson* и *Pauwels* [20, 34], но до середины XX века не появлялись работы, связанные с количественной верификацией идей, изложенных в законе Вольфа [20]. По всей видимости, более чем полвека относительной бездеятельности исследователей, начиная с 1885 года, можно объяснить тем, что теория развивалась гораздо быстрее, чем техника и оборудование, необходимые для экспериментальных исследований.

Большая часть нашего знания об основных механизмах на уровне клетки и ткани, позволяющих кости приспособиться к механическим нагрузкам, получена с начала 1960-х годов. И хотя до середины XX века спорадически проводились значительные исследования гистологии кости, большинство гистологических лабораторий работало только с декальцифицированной костью. Только в 1970-х годах получили распространение количественные исследования гистологических секций минерализованной кости. Во второй половине XX века, одновременно с появлением

большого числа количественных исследований динамики перестройки кости, стало намного больше известно о механических свойствах кости. «Старая» биология кости с ее доминирующим интересом к минеральному метаболизму стала заменяться «новой» биологией кости, основанной на более широких перспективах. Значительный вклад в её развитие внёс хирург-ортопед *Frost*. Используя простые лабораторные методы, он начал в 1960-х годах делать гистологические сечения кости и независимо исследовать их. *Frost* был первым человеком, разработавшим математические модели для перестройки кости [30]. Он сделал много других наблюдений и выводов о биологии кости.

Безусловно, заслуживают упоминания исследования *Pauwels*, обратившегося к работам *Roux*. В 1980 году *Pauwels* исследовал то же самое колено, что и *Roux* в 1885 году (колено было сохранено в Институте патологической анатомии в университете Вирсбурга (*Würzburg*)). Исследование показало, что данное колено не годится для подтверждения закона Вольфа, поскольку оно имеет дискретный выступ, что нарушает однородность трабекулярной архитектуры [20, 34]. Однако исследование другого анкилозного колена без вышеозначенного дефекта подтвердило гипотезу Вольфа [20, 25] (рис. 5).

Резюмируя всё вышесказанное, отметим, что исследователи XIX века обеспечили нас тремя ключевыми понятиями о способности кости приспосабливаться к изменению механических нагрузок: структура кости оптимизирует прочность кости с учётом количества используемого материала; трабекулы выстраиваются по линиям главных напряжений; это достигается за счёт системы саморегуляции кости клетками, отвечающими за механическую стимуляцию. И до настоящего времени закон Вольфа остается, пожалуй, «законом» определенным не до конца, но тем не менее включающим в себя эти три основных принципа в той или иной степени.

При математическом описании адаптационных процессов, происходящих в кости с учётом её внутренней структуры (например, при построении определяющих соотношений или кинетических уравнений, включающих в себя слагаемые, отображающие внутреннее строение кости), необходимо дать точную математическую форму записи для закона Вольфа. Этот вопрос до сих пор является краеугольным камнем современных исследований. Создание математических моделей вынуждает нас оперировать количественными категориями, поскольку мы проверяем гипотезы о неизвестном. Таким образом, прежде чем говорить о математической интерпретации закона Вольфа, необходимо ввести специальную величину, позволяющую охарактеризовать структуру губчатой костной ткани.

2. Тензор структуры для трабекулярной костной ткани

В предыдущем разделе упоминалось, что трабекулярная костная ткань является неоднородной пористой анизотропной структурой. Известно, что механические свойства губчатой костной ткани также анизотропны и в значительной мере определяются её внутренней архитектурой. При этом трабекулы в живой губчатой кости располагаются закономерно, сообразно тому, какие внешние нагрузки испытывает данная кость, о чём говорит закон Вольфа для костной ткани [17, 20, 49]. В связи с этим возникает необходимость введения величины, которая учитывала бы структурные особенности губчатой кости и могла бы быть легко встроена в зависимость строение–свойства материала, иначе говоря, в количественное описание микроструктуры кости.



Рис. 4. Структура костной ткани, представленная Вольфом в работе [50] (см. [25])

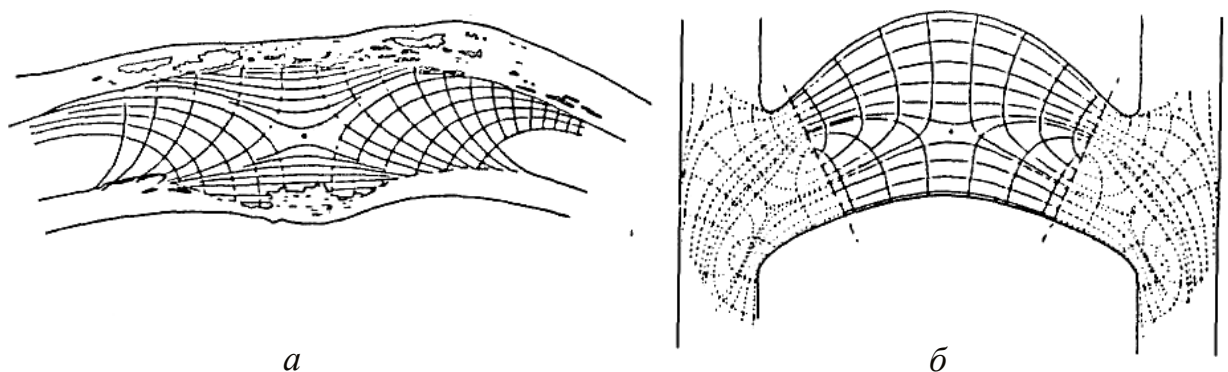


Рис. 5. Сравнение эскиза губчатой архитектуры в анкилозном колене (а) с эскизом траекторий главных напряжений в фотоупругой модели Pauwel (б) [20]

Идея создания специального тензора, который в настоящее время принято называть *fabric tensor* (тензор структуры), возникла из целого ряда попыток количественно охарактеризовать твёрдую микроструктуру упругого пористого материала (в частности, губчатой кости).

Количественное описание структурных особенностей зернистых и пористых материалов возможно осуществить методами количественной стереологии. Стереология определяется как «методы исследования трехмерного пространства, когда

доступны только двумерные сечения твердых тел или их проекции на плоскости» [51]. Стереология чрезвычайно полезна при измерении величин, относящихся к структуре и составу кости. Важную роль при этом играют основные стереометрические соотношения. Первое соотношение, известное как принцип Делесса, было эмпирически получено в 1847 году французским геологом *Delesse*. Дальнейшие соотношения были получены многими стереологами, например *Smith* (1953), Салтыковым (1958), *Weibel* (1963) и *Underwood* (1967) [10, 44, 51]. Впервые к проблеме исследования анизотропии зернистых материалов обратился российский учёный Салтыков в книге «Стереологическая металлография» (1958) [10]. В дальнейшем идеи Салтыкова были детализированы в классической работе *Underwood* [51]. Измерение структурной анизотропии биологических материалов методами количественной стереологии было впервые рассмотрено *Hillard* (1967) [28] и широко применялось, например, в работах *Weibel* [44]. Описание структуры губчатой кости методами количественной стереологии впервые было осуществлено в серии работ *Whitehouse* (см., например [45–48]).

Общепризнано, что пористость, одна из важнейших стереометрических величин, позволяет описывать микроструктуру пористых материалов. Существует множество эмпирических и теоретических работ, устанавливающих зависимость свойств материала (например, модулей упругости) от пористости. Подобные работы, как видно из [19, 24], проводились на многих пористых материалах: пене, горных породах, пористом стекле, некоторых синтетических и порошковых материалах, губчатой кости. Однако одной пористости недостаточно для того, чтобы охарактеризовать строение локальной твёрдой структуры пористого материала, в том числе геометрию губчатой костной ткани. Для того чтобы точно описать анизотропию структуры, должны быть введены дополнительные геометрические меры локальной структурной анизотропии (*Cowin*, 1978) [19].

Gudehus в 1970 году предложил ввести тензор второго ранга для того, чтобы охарактеризовать микроструктуру зернистого материала, но он не детализовал точный вид взаимосвязи тензора второго ранга с локальной микроструктурой. Тогда же *Mullenger* сделал подобное предложение [18]. Экспериментальная работа *Oda* (1972) на зернистых материалах показала выраженную взаимосвязь между напряжённо-деформированным состоянием материала и средним направлением нормалей к тангенциальной плоскости контакта между зёрнами. В 1976 году он предложил концепцию эллипсоида структуры, который наглядно характеризовал распределение материала по структуре [18, 19, 32]. В 1978 году *Cowin* обратил внимание на то, что эллипсоид структуры эквивалентен тензору второго ранга, отмечая, что для пористых материалов эллипсоид структуры является наилучшей мерой описания распределения материала по структуре [18, 19]. В 1980 году *Oda*, *Konishi* и *Nemat-Nasser* использовали концепцию эллипсоида структуры, аргументируя это тем, что для зернистых материалов эллипсоид структуры является второй наилучшей мерой микроструктуры в зернистых материалах после пористости [18].

В настоящее время признано, что наиболее удачным способом описания локальной структуры многих пористых и композиционных материалов и, в частности, локальной структуры губчатой кости (в том числе степени её анизотропии) является симметричный, положительно определенный тензор второго ранга, названный тензором структуры и обозначенный \mathbf{H} [19]. В работе [32] означенный тензор, как кажется, впервые был назван *fabric tensor*.

Важно отметить, что метод определения тензора структуры для различных пористых и зернистых материалов может изменяться в зависимости от типа исследуемого материала, а иногда для одного и того же материала – в зависимости от

предпочтений исследователя. В данном случае «мы подходим к проблеме, в которой методология неотделима от вопроса о природе исследуемого объекта» [9]. Однако в первую очередь *тензор структуры всегда является симметричным, положительно определённым тензором второго ранга*, который характеризует локальное геометрическое расположение твёрдого материала или микроструктуру пористого материала.

В зернистых и пористых материалах, таких как сплавы, пена, губка и трабекулярная кость, тензор структуры может быть связан с изменением радиус-вектора по модулю при изменении его направления, а данный радиус-вектор можно связать, например, со средним расстоянием между порами. Именно данная методика измерений применялась в работах *Whitehouse* [45] и *Harrigan* и *Mann* [28] (рис. 6). Другое измерение структуры применяется в зернистых материалах в исследованиях *Oda* и *Satake* [41]. Авторы считали, что лучший признак структуры в зернистых материалах – это функция плотности распределения ориентации контактных нормалей, то есть нормаль в точке контакта между двумя зёрнами. Это распределение периодически повторяется относительно направления и может быть представлено эллипсоидом. *Oda* [18, 32] показал, что трёхмерное распределение контактных нормалей зёрен в окрестности точки в зернистой среде может быть представлено в виде эллипсоида структуры (рис. 7). При исследовании горных пород структуру лучше определять путём подсчёта числа трещин на поверхности камня, учёта концентрации трещин и их направления (рис. 8). Также тензор структуры может быть сформирован способом, аналогичным способу *Whitehouse* [45] или *Harrigan* и *Mann* [28].

В настоящее время существует ряд специальных величин, позволяющих описывать структуру губчатой костной ткани и определять тензор структуры. Прежде всего это метод, предложенный в серии работ [28, 45, 46], метод среднего расстояния между порами (*the mean intercept length method*). Данный метод будет рассмотрен подробно ниже. Также необходимо упомянуть о методе ориентации объёма (*the volume orientation method*) и о методе распределения «звёзд» по объёму (*the star volume distribution method*) [33]. Иллюстрация данных методов показана на рис. 9.

Тензор структуры, построенный для губчатой костной ткани, позволяет компактно в тензорной форме описать анизотропию костной структуры, причём его главные значения позволяют охарактеризовать распределение материала вдоль главных направлений. Существенной особенностью тензора структуры является его всеобщность: посредством этого тензора можно описать структурные особенности любой губчатой кости человека.

Описание костной структуры в терминах тензора структуры (или связанных с ним величин) осуществлялось для различных костей человека. *Harrigan* и *Mann* исследовали пять образцов губчатой кости, иссечённых из костей различных пациентов: проксимальный отдел бедренной кости, большеберцовую кость, коленную чашечку, седалищную кость и область вертлужной впадины (табл. 2 [28]). В серии работ *Whitehouse* [45, 46] было проведено подробное количественное морфологическое исследование губчатой структуры проксимального отдела бедренной кости человека. Также исследовались трабекулярные структуры тела поясничного позвонка [45], гребень подвздошной кости, область вертлужной впадины тазовой кости человека [47]. Автор предложил определять среднее расстояние между порами (*mean intercept length*) L как функцию направления на полированной поверхности сечения губчатой кости [45].

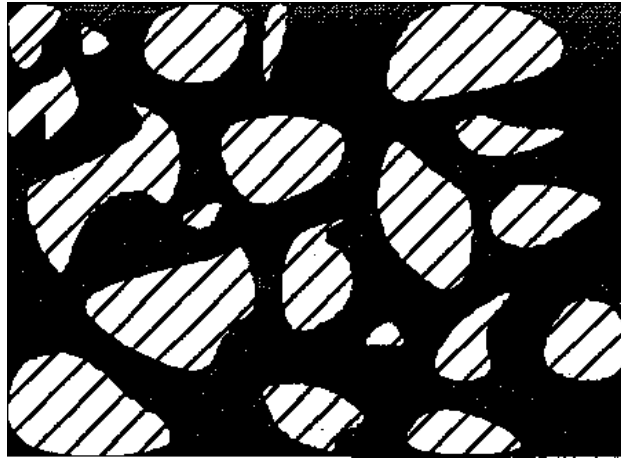


Рис. 6. Измерение тензора структуры в пористых материалах [41]

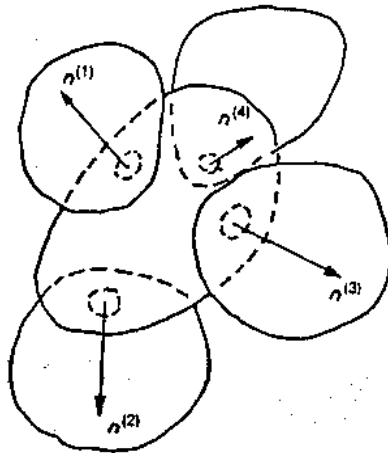


Рис. 7. Измерение тензора структуры в зернистых материалах [41]

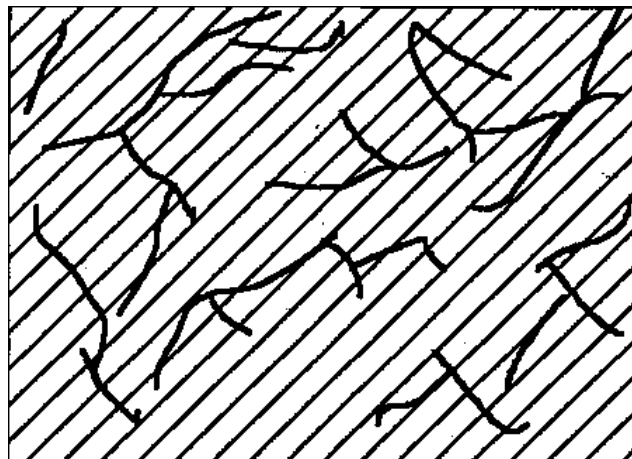


Рис. 8. Измерение тензора структур в горных породах (камнях) [41]

В стереологии среднее расстояние между порами L позволяет описать степень анизотропии материала. Согласно классическому определению *Underwood* среднее расстояние между порами – это «среднее расстояние между двумя границами кость–пора, измеряемое вдоль определённого направления» [51], то есть L является функцией направления линии θ , вдоль которой производится измерение. *Whitehouse* показал, что когда среднее расстояние между порами в губчатой кости отображается в полярной системе координат как функция направления, то в этом случае получается

распределение, совпадающее с эллипсом. Таким образом, если L измерять в различных направлениях, задавая углы измерения θ , то полученная зависимость $L(\theta)$ может быть аппроксимирована уравнением эллипса.

Для определения среднего расстояния между порами (и дальнейшего построения тензора структуры) необходимо осуществить определение ряда вспомогательных стереометрических величин. Отметим при этом, что все стереологические измерения следует проводить на плоском шлифе губчатой кости (или изображении этого шлифа), специально подготовленном для этого. В первую очередь определяется относительная площадь кости на поверхности шлифа, обозначаемая как A_{Ab} . Другая измеряемая величина – это число пересечений между линиями специальной тестовой сетки и границами кость–пора, обозначаемое как $I(\theta)$. Для определения L в данном направлении θ на образец (или его изображение) накладывается сетка, состоящая из параллельных тестовых линий; измерения повторяются в различных направлениях θ . Рис. 6 и 10 иллюстрируют подобное измерение.

При стереологических исследованиях костной ткани необходимыми компонентами исследовательской рабочей станции является оборудование для увеличения, фиксации и оцифровки изображения (электронный микроскоп и цифровая видеокамера, например), а также оборудование и программное обеспечение для последующей обработки и анализа полученных микрофотографий. Принципиальная схема подобной станции показана на рис. 11. Представленная станция состоит из микроскопа, предназначенного для увеличения исследуемого образца, и видеокамеры, которая производит съёмку увеличенного образца. Видеосигнал оцифровывается, далее оцифрованное изображение выводится на монитор персонального компьютера и анализируется специально разработанным программным обеспечением [33, 42].

В настоящее время за рубежом существует множество специально разработанных и созданных рабочих станций для анализа микрофотографий, в том числе и костной ткани. Так, в работе *Tovey* [41] была разработана автоматическая вычислительная система для количественного описания структуры, отображённой на электронных микрофотографиях твёрдых тел. Данная система исследовала градиенты яркости на изображении в каждой точке, причём распределение векторов градиента в полярной системе координат имело тенденцию соответствовать эллипсу. Подобные рабочие станции были разработаны *Whitehouse* [45, 46], *Harrigan* и *Mann* [28], *Turner* [42] и многими другими исследователями.

На практике [15] среднее расстояние между порами принято вычислять по следующей формуле:

$$L_b(\theta) = 2 \frac{\Sigma l}{I(\theta)} A_{Ab}, \quad (1)$$

где Σl – суммарная длина тестовых линий, $I(\theta)$ – число пересечений между линиями сетки и границами кость–пора, A_{Ab} – относительная площадь кости. В результате серии измерений в различных направлениях будет получено синусоидальное распределение $L_b(\theta)$.

Среднее расстояние между порами как функция направления $L_b(\theta)$ может быть аппроксимировано уравнением эллипса

$$\left(\frac{1}{L_b(\theta)} \right)^2 = \frac{m_{\alpha\alpha} + m_{\beta\beta}}{2} + \frac{m_{\alpha\alpha} - m_{\beta\beta}}{2} \cos 2\theta + m_{\alpha\beta} \sin 2\theta, \quad (2)$$

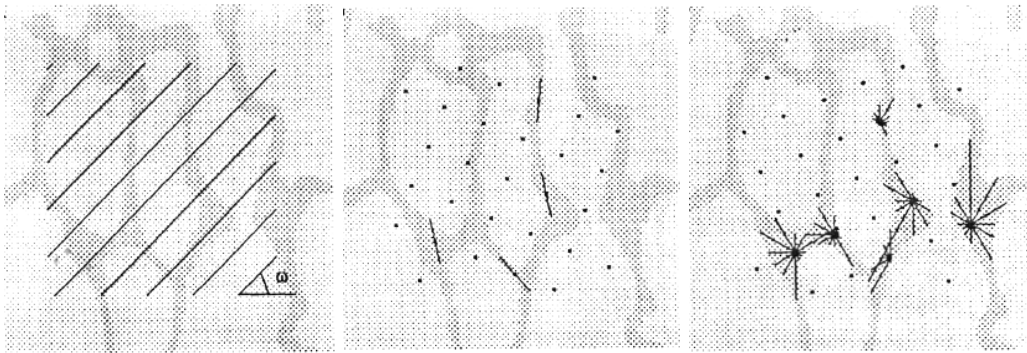


Рис. 9. Двухмерная иллюстрация методов определения структуры губчатой костной ткани [33]

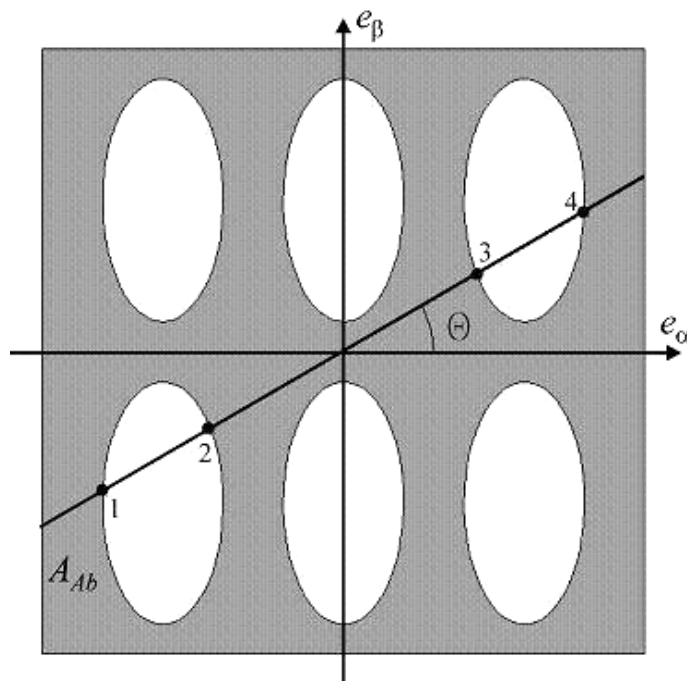


Рис. 10. Определение среднего расстояния между порами для одной тестовой линии на костном шлифе $e_\alpha - e_\beta$

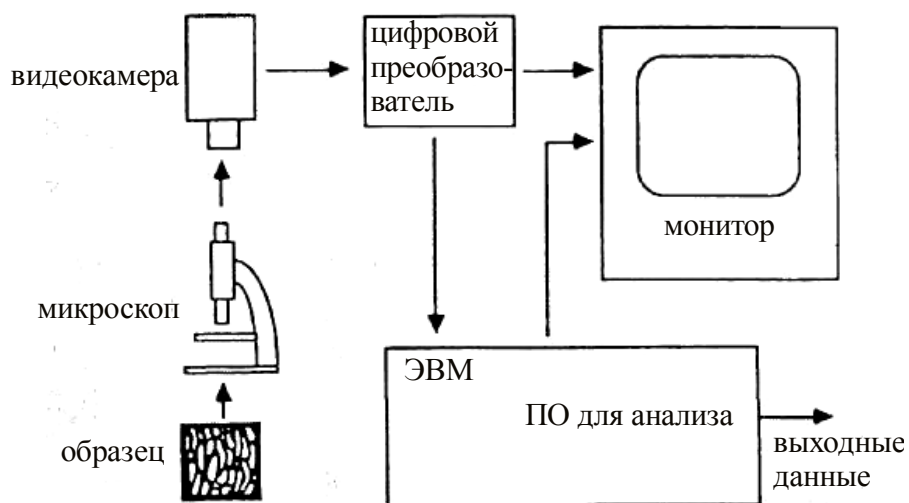


Рис. 11. Схема исследовательской станции, предназначенной для стереологических исследований структуры [42]

где индексы α и β (не суммировать!) обозначают соответственно оси e_α и e_β в системе координат, введённой на плоскости костного шлифа, в которой проводятся измерения (рис. 10) В результате измерений получается эллипс, соответствующий формуле (2) [15].

Harrigan и *Mann* в работе 1984 года [28], основываясь на экспериментально полученных данных, показали, что в трёхмерном случае (во всех трёхмерных губчатых структурах) среднее расстояние между порами L_b следует представлять в виде эллипсоида:

$$\left(\frac{1}{L_b(\theta)} \right)^2 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}, \quad (3)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор в направлении тестовой линии – на шлифе костного образца определяется как

$$\mathbf{n} = \cos \theta \mathbf{e}_\alpha + \sin \theta \mathbf{e}_\beta, \quad (4)$$

поэтому оно эквивалентно симметричному, положительно определённом тензору второго ранга: тензору анизотропии. Тогда согласно теореме об обратном тензорном признаке $m_{\alpha\alpha}$, $m_{\beta\beta}$, $m_{\alpha\beta}$ являются компонентами тензора анизотропии \mathbf{M} , который в матричном представлении имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix}.$$

Работы *Whitehouse* (1974) [45], *Harrigan* и *Mann* (1984) [28], *Turner* (1987) [41] и многие другие показали, что тензор анизотропии \mathbf{M} является хорошей мерой для описания структурной анизотропии пористых материалов, в частности губчатой костной ткани [40].

Тензор анизотропии \mathbf{M} может быть построен с помощью методики, описанной в работе [28] для кубического костного образца. При исследовании трёхмерного образца костной ткани необходимо провести исследование трёх взаимно ортогональных плоскостей (построить эллипс структуры путём измерения различных по направлению $L_b(\theta)$ на исследуемых шлифах) и найти для каждой проекции соответствующие компоненты тензора анизотропии. Данная методика была подробно рассмотрена в работе [15].

В 1986 году *Cowin* предложил называть тензор, алгебраически связанный с тензором анизотропии, тензором структуры [19]. Тензор структуры принято обозначать как \mathbf{H} (*эта*), он связан с тензором анизотропии \mathbf{M} следующим образом [21, 40]:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{M}^{-1})^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

При этом главные оси тензоров \mathbf{H} и \mathbf{M} совпадают, однако форма эллипсоидов, геометрически отображающих эти два тензора, несколько отлична друг от друга.

Полученные результаты также позволяют определить степень анизотропии R эллипса структуры [45]. Если ввести обозначения

$$\alpha = \frac{\overset{def}{m}_{\alpha\alpha} + m_{\beta\beta}}{2}, \quad \beta = \frac{\overset{def}{m}_{\alpha\alpha} - m_{\beta\beta}}{2}, \quad \gamma = \overset{def}{m}_{\alpha\beta}, \quad (6)$$

и

$$c^2 \stackrel{def}{=} \beta^2 + \gamma^2, \quad (7)$$

то степень анизотропии R эллипса структуры вычисляется как

$$R = \left(\frac{\alpha + c}{\alpha - c} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Рассмотрим теоретически, каким образом может быть определён тензор анизотропии для плоского случая, а именно:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_{\alpha\alpha} & m_{\alpha\beta} \\ m_{\alpha\beta} & m_{\beta\beta} \end{pmatrix}.$$

Для определения трёх компонент тензора \mathbf{M} необходимо провести три измерения $L_b(\theta)$ для трёх различных (желательно равноотстоящих друг от друга [47]) направлений θ , а затем решить систему уравнений (2) относительно $m_{\alpha\alpha}$, $m_{\beta\beta}$ и $m_{\alpha\beta}$ [5].

Обозначим левую часть уравнения (2) как некоторую функцию $f(\theta)$, зависящую от измеряемых стереологических параметров, а именно:

$$f(\theta) = \left(\frac{1}{L_b(\theta)} \right)^2. \quad (9)$$

В этом случае возможно получить зависимость компонент тензора \mathbf{M} от этой функции в общем виде. Для простоты изложения произведём следующие обозначения:

$$f_l \stackrel{def}{=} f(\theta_l), \quad \psi_l \stackrel{def}{=} 2\theta_l, \quad l = 1, 2, 3, \quad (10)$$

где f_l – значения введённой стереометрической функции для соответствующих направлений θ_l .

Тогда компоненты тензора анизотропии $m_{\alpha\alpha}$, $m_{\beta\beta}$ и $m_{\alpha\beta}$ могут быть определены по следующим общим формулам:

$$m_{\alpha\alpha} = \frac{f_2(1 - \cos \psi_1) - f_1(1 - \cos \psi_2)}{\cos \psi_2 - \cos \psi_1} + \kappa \cdot \left(\operatorname{ctg} \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \right) \cdot (1 - \cos \psi_1) - \sin \psi_1 \right), \quad (11)$$

$$m_{\beta\beta} = \frac{f_1(1 + \cos \psi_2) - f_2(1 + \cos \psi_1)}{\cos \psi_2 - \cos \psi_1} - \kappa \cdot \left(\operatorname{ctg} \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \right) \cdot (1 + \cos \psi_1) + \sin \psi_1 \right). \quad (12)$$

$$m_{\alpha\beta} = \kappa. \quad (13)$$

Функция κ , введённая для простоты изложения, может быть записана как

$$\kappa \stackrel{def}{=} \frac{f_3 - k \cdot f_2 + f_1(k - 1)}{\sin \psi_3 - k \cdot \sin \psi_2 + \sin \psi_1(k - 1)}, \quad (14)$$

где k – коэффициент, зависящий от выбранных направлений при стереологических измерениях

$$k \stackrel{def}{=} \frac{\cos \psi_3 - \cos \psi_1}{\cos \psi_2 - \cos \psi_1}. \quad (15)$$

При этом должно выполняться условие

$$\frac{\sin(\psi_1 - \psi_2) + \sin(\psi_2 - \psi_3) + \sin(\psi_3 - \psi_1)}{2f_1 f_2 f_3} \neq 0. \quad (16)$$

На практике наиболее распространенным случаем являются стереологические измерения для следующих направлений: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 120^\circ$ и $\theta_3 = 240^\circ$. Тогда, с учётом (11–13), компоненты тензора анизотропии могут быть записаны следующим образом:

$$m_{\alpha\alpha} = f_1, \quad (17)$$

$$m_{\beta\beta} = \frac{1}{3}(2 \cdot (f_2 + f_3) - f_1), \quad (18)$$

$$m_{\alpha\beta} = \frac{\sqrt{3}}{3}(f_3 - f_2), \quad (19)$$

где $k = 1$. При этом необходимое условие положительной определённости тензора **M** может быть записано как

$$f_1 > 0, \quad (20)$$

$$2(f_1 f_2 + f_2 f_3 + f_1 f_3) > (f_1^2 + f_2^2 + f_3^2).$$

Тензор структуры описывает точечную анизотропию структуры (точнее, анизотропию некоего выделенного, конечного представительного объёма), и поэтому его необходимо рассматривать как непрерывную функцию распределения материала [41]. С учётом методики определения тензора структуры можно сказать, что в общем случае тензор **H** (как и тензор анизотропии **M**) зависит от размера, числа и расположения структурных элементов (пор, например) в исследуемом образце, то есть является функцией вида

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(d, N, \omega),$$

где d , N и ω – величины, характеризующие размер микроструктурных элементов, их число и расположение на костном шлифе соответственно. Более точно проследить такого рода зависимость для реальных костных образцов чрезвычайно сложно, однако это возможно для некоторых идеализированных тестовых микроструктур.

Таким образом, тензор структуры отражает закономерности формирования костной ткани различных отделов скелета человека и может быть применен, например, для описания отклика зубочелюстной системы на изменяющееся биомеханическое давление. Полученные результаты в дальнейшем планируется использовать для описания напряжённо-деформированного состояния в челюстях человека и процессов перестройки костной ткани, например эволюции и инволюции тела челюсти под воздействием нагрузок или при онтогенезе организма.

Также представляет интерес моделирование поведения костной ткани в районе вживления имплантата, например при синдроме Попова–Годона [26] (рис. 12) или какой-либо функциональной травме [7] с последующим замещением дефектов зубного ряда. Одной из важнейших проблем современной стоматологии является атрофия челюстных костей при частичной или полной вторичной адентии. Потеря постоянных зубов и отсутствие своевременного восстановительного лечения являются основными этиологическими факторами развития «патологического» типа атрофии альвеолярного отростка.

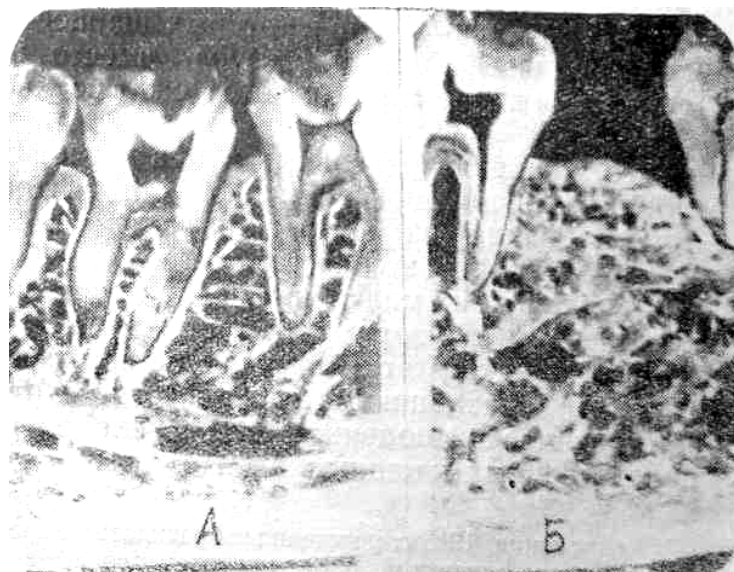


Рис. 12. Слева – нормальная структура губчатого вещества нижней челюсти (препарат) мужчины 25 лет; справа – структура губчатого вещества нижней челюсти (препарат) мужчины соответственного возраста при феномене Попова–Годо́на [26]

Таким образом, целью дальнейшего исследования будет изучение структурных изменений в альвеолярном отростке при «патологическом» типе атрофии челюстных костей. Для этого требуется сформулировать кинетическое уравнение для тензора \mathbf{H} . Решение таких задач позволяет планировать лечение различных заболеваний зубочелюстной системы, глубже понять механизмы ее функционирования. Поэтому появляется возможность прогнозировать результаты отдаленного врачебного вмешательства при индивидуальном подходе к каждому пациенту.

Заключение

В настоящее время после изучения методов, используемых для количественной оценки процессов перестройки костной ткани, авторы продолжают рассматривать математическое моделирование как инструмент более глубокого изучения того, как осуществляется перестройка и как она влияет на структуру кости. Наряду с тензором деформации тензор \mathbf{H} используется в качестве второго аргумента определяющего соотношения [18] и может быть связан с тензором упругих констант четвёртого ранга. В настоящий момент не существует единой формы записи соотношений, связывающих напряжённо-деформированное состояние материала (в частности, кости), его свойства с его строением и/или структурой. Тем не менее в литературе имеется ряд общепризнанных соотношений [18, 19, 21–24, 27, 36, 40–42, 52], включающих в себя ту или иную величину, которая способна отразить внутреннее строение материала (кости, в частности). Обзор существующих в настоящее время определяющих соотношений и кинетических уравнений будет произведён авторами в дальнейшем.

Возвращаясь к закону Вольфа, повторим, что трабекулярная архитектура губчатой кости в локальной области структурно адаптируется к местному напряжению в костной ткани. В частности, ориентация трабекул в данной области совпадает с главными направлениями тензора напряжений в этой же области [20]. При моделировании напряжённо-деформированного состояния кости значительный интерес представляет описание эволюции трабекулярной структуры во времени. Таким образом, необходима такая форма записи закона Вольфа, которая бы позволяла

рассматривать не только состояние равновесия перестройки кости, но и саму перестройку. Сегодня существует ряд работ, где закон Вольфа был записан в виде эволюционного уравнения [20, 22, 24]. При этом следует отметить, что закон Вольфа может быть частью более общего закона, определяющего скорость изменения тензора структуры как функционал тензора напряжений, деформаций, структуры, различных биомеханических факторов, возраста и времени [25].

Список литературы

1. *Астахов, Н.А.* Ортопедическая стоматология / Н.А. Астахов, Е.М. Гофунг, А.Я. Катц.– М.-Л.: Медгиз, 1940.
2. *Билич, Г.Л.* Анатомия человека: Книга 1 / Г.Л. Билич, М.Р. Сапин. – М.: Издательский дом ОНИКС, 1998.
3. *Воробьев, В.В.* Анатомия, гистология, эмбриология полости рта и зубов / В.В. Воробьев, Г.А. Ясвоин. – М.: Биомедгиз, 1936.
4. *Иде, Й.* Анатомический атлас височно-нижнечелюстного сустава / Й. Иде, К. Наказава. – М.: Азбука, 2004.
5. *Киченко, А.А.* Тензор структуры и его применение при описании архитектуры губчатой костной ткани человека / А.А. Киченко, В.М. Тверье // Молодёжная наука Прикамья – 2007: сб. науч. тр. – 2007. – Вып. 8. – С. 63–66.
6. *Кудрин, И.С.* Анатомия органов полости рта / И.С. Кудрин. – М.: Медицина, 1968.
7. *Курляндский, В.Ю.* Учебник ортопедической стоматологии / В.Ю. Курляндский. – М.: Медгиз, 1958.
8. *Курляндский, В.Ю.* Ортодонтия, травматология, челюстное и лицевое протезирование. Атлас. Т. II / В.Ю. Курляндский. – М.: Издательство треста Медучпособие, 1970.
9. *Пригожин, И.И.* Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. / И.И. Пригожин, И. Стенгерс. – М.: Прогресс, 1986.
10. *Салтыков, С.А.* Стереологическая металлография / С.А. Салтыков. – М.: Изд-во «Металлургия», 1958.
11. *Симановская, Е.Ю.* Биомеханическое описание особенностей функций жевательного аппарата у человека в норме и при различных патологических процессах / Е.Ю. Симановская, А.Н. Еловикова, В.М. Тверье, Ю.И. Няшин // Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8, № 4. – С. 15–26.
12. *Тверье, В.М.* Механический фактор развития и функционирования зубочелюстной системы человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин // Российский журнал биомеханики. – 2005. – Т. 9, № 2. – С. 34–42.
13. *Тверье, В.М.* Биомеханическое давление, сопутствующее формированию зубоальвеолярного блока у человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин // Российский журнал биомеханики. – 2005. – Т. 9, № 3. – С. 9–15.
14. *Тверье, В.М.* Атрофический синдром, связанный с изменениями биомеханического давления в зубочелюстной системе человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, Ю.И. Няшин // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Т. 10, № 1. – С. 9–13.
15. *Тверье, В.М.* Биомеханическое описание структуры костных тканей зубочелюстной системы человека / В.М. Тверье, Е.Ю. Симановская, А.Н. Еловикова, Ю.И. Няшин, А.А. Киченко // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Т. 11, № 1. – С. 9–24.
16. *Bell, C.* Animal mechanics, or proofs of design in the animal frame / C. Bell. – Cambridge MA: Morrill Wyman, 1990.
17. *Cowin, S.C.* The mechanical and stress adaptive properties of bone / S.C. Cowin // J. Annals of Biomechanical Engineering. – 1983. – Vol. 11. – P. 263–295.
18. *Cowin, S.C.* The relationship between the elasticity tensor and the fabric tensor / S.C. Cowin // J. Mech. Materials. – 1985. – Vol. 4. – P. 137–147.
19. *Cowin, S.C.* Fabric dependence of an anisotropic strength criterion / S.C. Cowin // J. Mech. Materials. – 1986. – Vol. 5. – P. 251–260.
20. *Cowin, S.C.* Wolff's law of trabecular architecture at remodeling equilibrium / S.C. Cowin // J. Biomech. Engng. – 1986. – Vol. 108. – P. 83–88.
21. *Cowin, S.C.* Identification of the elastic symmetry of bone and other materials / S.C. Cowin, M.M. Mehrabadi // J. Biomechanics. – 1989. – Vol. 22. – P. 503–515.
22. *Cowin, S.C.* An evolution Wolff's law for trabecular architecture / S.C. Cowin // J. Biomech. Engng. – 1992. – Vol. 114. – P. 129–136.

23. *Cowin, S.C.* Imposing thermodynamic restrictions on the elastic constant-fabric tensor relationship / S.C. Cowin // *J. Biomechanics*. – 1998. – Vol. 31. – P. 759–762.
24. *Cowin, S.C.* Bone Mechanics Handbook. Second edition. / S.C. Cowin – New York: CRC Press, 2001.
25. *Fung, Y.C.* Biomechanics / Y.C. Fung. – New York: Springer-Verlag, 1990.
26. *Godon, C.* Considerations sur l'articulation mécanique de la mâchoire et ses application à l'art dentaire / C. Godon // *L'Odontologie*, 15 Decembre, 1905.
27. *Goulet, R.W.* The relationship between the structural and orthogonal compressive properties of trabecular bone / R.W. Goulet, S.A. Goldstein, M.J. Ciarelli, J.K. Kuhn, M.B. Brown, L.A. Feldkam // *J. Biomechanics*. – 1994. – Vol. 27. – P. 375–389.
28. *Harrigan, T.P.* Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor / T.P. Harrigan, R.W. Mann // *J. Mater. Sci.* – 1984. – Vol. 19. – P. 761–767.
29. *Koch, J.C.* The law s of bone arhitectures / J.C. Weibel // *American Journal of Anatomy*. – 1917. – Vol. 21. – P. 17–293.
30. *Martin, R.B.* Skeletal tissue mechanics. Second edition. / R.B. Martin, D.B. Burr, N.A. Sharkey – New York: Springer-Verlag, 1998. P. 392.
31. *Meyer, G.H.* Die Architektur der Spongiosa / G.H. Meyer // *Archiv für Anauiomie, Physiologie und wissenschaftliche Medizin, Reichert und DuBois-Reymonds Archiv*. – 1867. – Vol. 34. – P. 615–628.
32. *Oda, M.* Fabrics and their effects on the deformation behaviors of sand / M. Oda. – Saitama University: Dept. of Foundation Eng., 1976.
33. *Odgaard, A.* Fabric and elastic principal directions of cancellous bone are closely related / A. Odgaard, J. Kabel, B. van Rietbergen, M. Dalstra, R. Huiskes // *J. Biomechanics*. – 1997. – Vol. 30. – P. 487–495.
34. *Pauwels, F.* Biomechanics of the locomotor apparatus: contribution on the functional anatomy of the locomotor apparatus / F. Pauwels. – Berlin: Springer-Verlag, 1980.
35. *Roux, W.* Gesammelte Abhandlungen über die Entwicklungsmechanik der Organismen / W. Roux. – Leipzig: Engelmann, 1885.
36. *Sadegh, A.M.* Inversion related to the stress-strain-fabric relationship / A.M. Sadegh, S.C. Cowin, G.M. Luo, // *J. Mech. Mater.* – 1991. – Vol. 11. – P. 323–336.
37. *Simanovskaya, E.Y.* Functional adapto-compensating mechanisms of the masticatory apparatus as a special biomechanical system / E.Y. Simanovskaya, M.Ph. Bolotova, Y.I. Nyashin, M.Y. Nyashin // *Russian Journal of Biomechanics*. – 1999. – Vol. 3, No. 3. – P. 3–11.
38. *Simanovskaya, E.Y.* Mechanical pressure as generator of growth, development and formation of the dentofacial system / E.Y. Simanovskaya, M.Ph. Bolotova, Y.I. Nyashin // *Russian Journal of Biomechanics*. – 2001. – Vol. 5, No. 3. – P. 14–17.
39. *Simanovskaya, E.Y.* Masticatory adaptation of the human dentofacial system / E.Y. Simanovskaya, M.Ph. Bolotova., Y.I. Nyashin., M.Y. Nyashin // *Russian Journal of Biomechanics*. 2002. – Vol. 6, No. 4. – P. 15–61.
40. *Telega, J.J.* Fabric tensor in bone mechanics / J.J. Telega, S. Jemiolo // *J. Engineering Transactions*. – 1998. – Vol. 46. – P. 3–26.
41. *Turner, C.H.* On the dependence of elastic constants of an anisotropic porous material upon porosity and fabric / C.H. Turner, S.C. Cowen // *J. Mater. Sci.* – 1987. – Vol. 22. – P. 3178–3184.
42. *Turner, C.H.* The fabric dependence of the orthotropic elastic constants of cancellous bone / C.H. Turner, S.C. Cowen, J.Y. Rho, R.B. Ashman, J.C. Rice // *J. Biomechanics*. – 1990. – Vol. 23. – P. 549–561.
43. *Ward, F.O.* Outlines of human osteology / F.O. Ward. – Published in London, England, 1838.
44. *Weibel, E.R.* Stereological principles for morphometry in electron microscope in cytology / E.R. Weibel // *J. International Review of Cytology*. – 1969. – Vol. 26. – P. 235–302.
45. *Whitehouse, W.J.* The quantitative morphology of anisotropic trabecular bone / W.J. Whitehouse // *J. Microscopy*. – 1974. – Vol. 101. – P. 153–168
46. *Whitehouse, W.J.* Scanning electron microscope studies of trabecular bone in the proximal end of the human femur / W.J. Whitehouse, E.D. Dyson // *J. Anat.* – 1974. – Vol. 118. – P. 417–444.
47. *Whitehouse, W.J.* Cancellous bone in the anterior part of the iliac crest / W.J. Whitehouse // *J. Calcified Tissue Research*. – 1977. – Vol. 23. – P. 67–76.
48. *Whitehouse, W.J.* Irregularities and asymmetries in trabecular bone in the innominate and elsewhere / W.J. Whitehouse // *J. Metab. Bone Dis. Rel. Res.* – 1981. – Vol. 2. – P. 271–278.
49. *Wolff, J.* Über die innere Architekltur der Knochen und ihre Bedeutung für die Frage vom Knochenwachstum / J. Wolff // *Archiv für pathotogische Anatomie und Physiologie und für klinische Medizin, Virchovs Archiv*. – 1870. – Vol. 50. – P. 389–453.
50. *Wolff, J.* Das Gesetz der Transformation der Knochen / J. Wolff. – Berlin: Hirshwald, 1892.
51. *Underwood, E.* Quantitative stereology / E. Underwood. – Mass.: Addison Wesley, 1970.
52. *Zysset, P.K.* An alternative model for anisotropic elasticity based on fabric tensor / P.K. Zysset, A. Curnier // *J. Mech. Mat.* – 1995. – Vol. 21. – P. 243–250.

FORMATION AND ELABORATION OF THE CLASSICAL THEORY OF BONE TISSUE STRUCTURE DESCRIPTION

**A.A. Kichenko, V.M. Tverier, Y.I. Nyashin, E.Y. Simanovskaya, A.N. Elovikova
(Perm, Russia)**

Consideration of structural features of the dentofacial system units is one of the main problems of contemporary dental biomechanics. Heterogeneity of spongy structure can be described by methods of quantitative stereology. At the same time, structural bone tissue features are described by means of the fabric tensor \mathbf{H} . The measuring procedure for stereological investigations is analyzed. Particularly, historical facts of the Wolff's law elaboration are considered. It is concluded that implementation of a kinetic equation for the fabric tensor \mathbf{H} into constitutive relations is necessary at the statement of the biomechanical boundary value problems of the dentofacial system.

Key words: biomechanical modelling, human dentofacial system, bone tissue structure, Wolff's law, cancellous bone tissue, stereology, fabric tensor.

Получено 23 февраля 2008