

УДК 531/534: [57+61]

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ КОЖИ ЧЕЛОВЕКА ПРИ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЯХ

А.Е. Федоров*, А.А. Адамов**

*Кафедра теоретической механики Пермского государственного технического университета, Россия, 614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: spider@perm.raid.ru

**Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Россия, 614013, Пермь, ул. Королева, 1, e-mail: adamov@icmm.ru

Аннотация. В работе исследованы механические свойства кожи человека в случае больших деформаций. Предложены модель и методика проведения эксперимента, позволяющие описать вязкоупругое поведение кожи. Записаны определяющие соотношения для трехмерного напряженно-деформированного состояния. Разработана процедура идентификации интегрального оператора модели. Определены параметры модели, которые идентифицированы для трёх типов кожи при удовлетворительном описании релаксации напряжений.

Ключевые слова: биомеханика кожи, теория вязкоупругости, эксперимент, «неогуково тело».

Введение

С древних времен кожа человека как объект научных исследований вызывала повышенный интерес ученых. Кожа непосредственно воспринимает все воздействия внешней среды. У животных они опосредуются шерстяным покровом, у птиц – перьями, которые являются образованиями кожи. Внешней оболочкой человека также является кожа. Она защищает организм от механических воздействий, не позволяет нарушать структуру организма, его форму и внутреннюю среду. Кожа защищает также от физических и химических воздействий, препятствует проникновению в кровь бактерий, грибов, вирусов. Она предохраняет ткани от потери воды, задерживает и выводит различные вещества, участвует в поддержании температуры тела, в газообмене.

Многие патологические и косметические изменения состояния кожи могут быть охарактеризованы с помощью описания её механических свойств. Диагностика, лечение и последующее определение различных кожных нарушений часто требуют детальной информации об изменениях в ее структуре и функциях. Поэтому такие изменения обычно оказывают влияние на механические свойства кожных тканей и могут быть очень информативны.

Экспериментально показано, что по механическим свойствам кожа является нелинейным реологическим материалом, допускающим большие деформации. Деформирование кожи с последующими разгрузками позволяет выявить наличие упругих, вязких и необратимых составляющих деформации, зависящих от времени и

истории механического нагружения. Кожа не гомогенна и не изотропна – это композиционный материал, состоящий из дискретных частей, который имеет преимущественное направление распределения.

В настоящее время в области пластической, реконструктивной и эстетической хирургии насчитывается большое количество операций, где кожа испытывает большие деформации, это восстановительные операции после различных ожогов, косметические операции по иссечению рубцов и закрытию дефектов на коже и т.д.

Для математического моделирования механического поведения кожи при этих операциях необходимы уравнения состояния, описывающие её поведение с учетом экспериментально наблюдаемых эффектов ползучести и релаксации в диапазоне конечных деформаций.

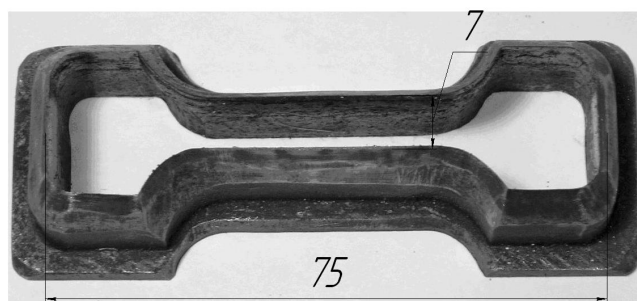


Рис. 1. Вырубной нож



Рис. 2. Растянутый образец в захватах

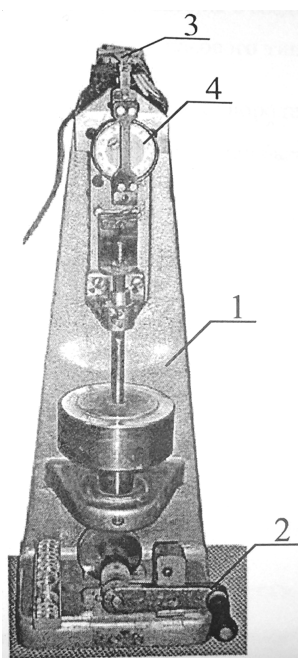


Рис. 3. Релаксометр осевого растяжения: 1– станина; 2 – нагружающее устройство; 3 – силоизмерительная балка равного сопротивления изгибу; 4 – индикатор часового типа с ценой деления 1 или 10 мкм

Таблица 1

Результаты эксперимента (женщина 52 года)			
Время, сек	Расстояние между захватами, мм	База однородного деформирования, мм	Напряжения, Па
0	58,4	26,4	0
0,3	60,2	26,9	$3,458 \cdot 10^6$
0,6	66,1	28,7	$1,130 \cdot 10^7$
0,8	69,7	29,7	$1,545 \cdot 10^7$
0,9	70,8	30,5	$1,559 \cdot 10^7$
1	71,2	30,5	$1,561 \cdot 10^7$
1,1	71,3	30,5	$1,429 \cdot 10^7$
1,25	71,4	30,5	$1,326 \cdot 10^7$
1,5	71,5	30,4	$1,199 \cdot 10^7$
2	71,6	30,4	$1,107 \cdot 10^7$
3	71,7	30,4	$1,001 \cdot 10^7$
7	71,8	30,4	$8,577 \cdot 10^6$
17	71,9	30,35	$7,539 \cdot 10^6$
37	71,9	30,3	$6,917 \cdot 10^6$
103	72	30,1	$6,041 \cdot 10^6$
182	72	30	$5,58 \cdot 10^6$
600	72,1	29,9	$4,819 \cdot 10^6$
900	72,1	29,9	$4,565 \cdot 10^6$
1800	72,1	29,9	$4,381 \cdot 10^6$

Эксперимент

Для исследования брали кожу с внутренней поверхности бедра ампутированных конечностей ног. Хранение и транспортировка образцов осуществлялись в физиологическом растворе при пониженной температуре, что необходимо для продления «жизни» кожи, поскольку раствор её подпитывает и препятствует процессам отмирания и разложения. Перед экспериментом лоскуты вынимались из раствора, нагревались до комнатной температуры и после этого проводились испытания. С момента забора ткани до проведения эксперимента проходило не более суток.

Для создания одинаковых условий исследования из лоскутов кожи, предварительно освобожденных от подкожно-жировой клетчатки, при помощи вырубного ножа (рис. 1) вырезали образцы с общей длиной 75 мм и шириной рабочей части 7 мм. После измерения толщины и нанесения рисок на рабочей части образец закреплялся в захватах (рис. 2) и испытывался на настольном релаксметре осевого растяжения (рис. 3), созданного на базе прибора для определения кольцевого модуля резины.

Последовательность процедур при испытаниях:

1. Образец кожи с закрепленными на его концах захватными пластинками (крепление штифтами) подвешивается на силоизмерительную балку, затем фиксируется на подвижном тяжелом захвате, находящемся в верхнем положении.

2. С помощью малого эксцентрикового механизма, совмещенного с устройством крепления образца на балке, выбираются зазоры в соединениях, контроль предварительной малой нагрузки осуществляется по индикатору часового типа.

3. По рискам на базе однородного деформирования измеряются начальный размер между рисками (начальная база) и расстояние между захватами.

4. Под подвижный нижний захват устанавливается ограничитель хода варьируемой длины, задающий деформацию на образце.

5. Запускается система оптической регистрации истории нагрузки по индикатору часового типа и истории перемещения нижнего захвата.

6. Нижний захват с помощью нагружающего механизма вручную быстро (время нагружения $t_0 \approx 1$ сек) опускается до упора на ограничитель хода.

7. Измерение удлинений образца по рискам на базе однородного деформирования через 15–20 мин. после нагружения. На основании выполненных оптических измерений, записанной истории перемещения подвижного захвата и истории прогиба силоизмерительной балки рассчитывается история деформации на базе однородного деформирования.

Несмотря на описанную трудоёмкость испытания каждого образца, эта методика позволяет получать надёжные экспериментальные данные в широком интервале времен.

Использование податливой балки в качестве датчика силы даёт малое увеличение осевого удлинения в начале процесса, но использование методики идентификации с учётом полной измеренной истории деформирования образца даёт корректные результаты при обработке таких экспериментальных данных.

Результаты эксперимента представлены в таблице 1.

Определяющие соотношения для случая больших деформаций кожи

В качестве исходных гипотез при формулировке уравнений состояния для деформируемого твердого тела приняты стандартные гипотезы сплошности, изотропности, однородности и естественного ненапряженного состояния в отсчетной конфигурации. Уравнения состояния должны также удовлетворять:

1. принципу физической допустимости – все уравнения должны согласовываться с основными физическими законами сохранения: законами сохранения массы и энергии, уравнениями баланса количества движения и момента количества движения, вторым законом термодинамики;
2. принципу детерминизма – значения зависимых переменных состояния в материальной точке тела в актуальной конфигурации определяется предысторией движения всех точек тела;
3. принципу локального действия – на все зависимые переменные состояния в рассматриваемой точке тела несущественно влияют значения независимых переменных в материальных точках, удаленных от рассматриваемой точки;
4. принципу материальной индифферентности – определяющие соотношения не должны зависеть от наложенного жесткого движения.

Кожу человека в первом приближении можно считать несжимаемым изотропным упругим материалом. В работе [1] было показано, что кожа – материал сжимаемый и меняет свой объем во время экспериментов, однако это изменение незначительно.

При моделировании в рамках теории упругости наиболее распространено задание удельной потенциальной энергии деформации через главные инварианты I_1, I_2, I_3 меры деформаций Коши-Грина $\tilde{G}$ в форме двухконстантного потенциала Муни $W(I_1, I_2)$ при наложении условия несжимаемости $I_3 = G/g = 1$:

$$W = \frac{1}{4} \mu [(1 + \beta)(I_1 - 3) + (1 - \beta)(I_2 - 3)]. \quad (1)$$

Упрощенной формой потенциала Муни

$$W = \frac{1}{2} \mu (I_1 - 3) \quad (\beta = 1), \quad (2)$$

является «неогуков» потенциал, иначе называемый потенциалом Трелоара.

В работах [2, 3] было показано, что потенциал (2) обладает удовлетворительной способностью к аппроксимации резиноподобных материалов как систем связанных друг с другом длинных молекулярных цепочек, в широкой области изменения упругих постоянных для диапазона умеренно больших деформаций (до 100 %) при различных видах однородного напряженно-деформированного состояния. Анализ гистологических данных показал [4], что кожа человека обладает схожей структурой, содержит сети эластических и коллагеновых волокон.

Связь энергетического (приведенного) тензора напряжений $\tilde{Q}$ с обратным тензором меры деформаций Коши-Грина $\tilde{E} = (\tilde{G})^{-1}$ и метрическим тензором начальной конфигурации $\tilde{g}$ для (2) можно записать в виде

$$\tilde{Q} = \mu \left(\tilde{g} - \frac{I_1}{3} \tilde{E} \right) + p \tilde{E}, \quad (3)$$

где μ – упругая постоянная, являющаяся модулем сдвига при малых деформациях; p – неопределенный множитель Лагранжа, имеющий смысл среднего физического напряжения.

В качестве второго приближения для описания наблюдаемых релаксационных эффектов предлагается использовать вязкоупругую модель несжимаемого материала при умеренных больших деформациях [5], которая получена путем формального обобщения модели (3) заменой упругой постоянной μ интегральным оператором наследственной теории вязкоупругости:

$$\mu^* l(t) = \int_0^t R(t-\tau) dl(\tau) = \mu_0 \left[l(t) - \int_0^t \Gamma(t-\tau) l(\tau) d\tau \right], \quad (4)$$

где $R(t)$, $\Gamma(t)$, μ_0 – функции релаксации, скорости релаксации и мгновенный модуль.

В результате имеем вязкоупругий аналог «неогукова тела»

$$\tilde{Q} = \mu^* \left(\tilde{g} - \frac{I_1}{3} \tilde{E} \right) + p \tilde{E}. \quad (5)$$

Определяющее уравнение (5) обладает инвариантностью к геометрическому преобразованию систем координат во времени благодаря использованию тензорных величин, определенных в базисе отсчетной конфигурации, а используемые операторы наследственной теории вязкоупругости инвариантны к изменениям масштаба времени и начала его отсчета.

Процедура идентификации

Для дальнейшего использования соотношения (5) необходимо идентифицировать интегральный оператор μ^* на основе полученных экспериментальных данных. При одноосном напряженном состоянии, реализованном в

опытах на релаксметре, связь экспериментально измеренных функций напряжения $\sigma(t) = P(t)/S_0$ и осевого относительного удлинения $\delta(t) = \Delta l(t)/l_0$ представляется в виде двух сверток линейного интегрального оператора μ^* с историей деформационного воздействия на образец материала

$$\sigma(t) = \frac{2\lambda}{3} \mu^* \left(\frac{\lambda^3 - 1}{\lambda^3} \right) + \frac{1}{3\lambda^2} \mu^* (\lambda^3 - 1), \quad \lambda(t) = 1 + \delta(t). \quad (6)$$

Задачи идентификации материальных функций $R(t), \Gamma(t)$ интегрального оператора μ^* существенно упрощаются при использовании их параметрического представления. Достаточной аппроксимационной гибкостью обладает четырехпараметрическое ядро скорости релаксации М.А. Колтунова

$$\Gamma(t) = \frac{A \exp(-\beta t^m)}{t^{1-\alpha}}, \quad (7)$$

с областью допустимых значений параметров

$$0 < \alpha \leq 1; \quad \beta > 0; \quad m \geq \alpha; \quad 0 \leq A < \frac{m \beta^{\alpha/m}}{\Gamma_\Phi(\alpha/m)}.$$

При использовании ядра (7) для алгоритмизации удобно преобразовать (6) к виду

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \varphi_3(t) \mu^* \varphi_1(t) + \varphi_4(t) \varphi^* \varphi_2(t) = \\ &= \mu_0 \left\{ \varphi_0(t) - A \left[\varphi_3(t) I^* \varphi_1(t) + \varphi_4(t) I^* \varphi_2(t) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\varphi_0(t) - \varphi_4(t)$ – функции осевого относительного удлинения $\delta(t)$, I^* – интегральный оператор, который для ядра Колтунова имеет вид

$$I^* \varphi(t) = \int_0^t \frac{\exp[-\beta(t-\tau)^m]}{(t-\tau)^{1-\alpha}} \varphi(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Тогда задача идентификации оператора μ^* сводится к задаче параметрической минимизации целевой функция поиска $\mathcal{C}(\mu_0, A, \beta, \alpha, m) > 0$, которая реализуется по следующей методике [3]:

1. Пусть проведено N опытов при различных квазистатических историях нагружения (испытания на релаксацию) при одноосно напряжённом состоянии, результаты которых представлены в виде аппроксимации кусочно-непрерывными кубическими сплайнами.
2. Для каждого опыта назначаются точки сравнения t_i , в которых будут сравниваться экспериментально измеренные значения напряжения $\sigma(t_i)$ и аппроксимирующее значение $\sigma_a(t_i)$. Количество и расположение этих точек субъективно выбирается исследователем.
3. Задаётся область допустимых значений для искомых параметров.
4. Вычисляются и запоминаются для каждого опыта в точках t_i значения интегралов.

5. При фиксированных значениях искомых параметров далее необходимо решить одномерную задачу поиска минимума целевой функции по параметру A на отрезке, зависящем в общем случае от значения зафиксированных параметров.
6. Вычисляются для каждого опыта в точках t_i значения величин, стоящих в фигурных скобках выражения (8). Обозначив их χ_i , можно в каждой точке сравнения вычислить масштабный коэффициент $c_i = \sigma(t_i)/\chi_i$ и затем по ним определить параметр μ_0 как среднее арифметическое значение.
7. Вычисляются аппроксимирующие значения $\sigma_a(t_i) = \mu_0 \chi_i$ в точках сравнения.
8. Ошибка в каждой точке сравнения определяется по формуле $\delta_i = [\sigma(t_i) - \sigma_a(t_i)]^2 / \sigma(t_i)$.
9. По δ_i подсчитывается целевая функция поиска U .
10. Если найденное значение целевой функции удовлетворяет условию $U \leq U_{\min} * \Delta$, где $U_{\min}$ – минимальное значение целевой функции, полученное на предыдущих шагах, $\Delta > 1$ – допуск на целевую функцию, то запоминается найденная комбинация всех параметров вместе с текущим значением U .
11. Если $U \leq U_{\min}$, то запоминается текущее значение U в качестве минимального $U_{\min}$.
12. Если алгоритм поиска не исчерпал возможностей варьирования параметра A , то назначается его новое значение и следует возврат в п. 6. В противном случае проверяются возможности варьирования параметров, необходимых для вычисления интегралов. Если варьирование по ним не закончено, то назначается их новая комбинация и следует возврат в п. 4, иначе поиск прекращается.
13. Полученный набор комбинаций параметров считается результатом идентификации оператора μ^* .

С использованием предложенной методики были определены параметры модели вязкоупругого «неогукова тела». Полученные результаты приведены в таблице 2.

Для анализа полученных данных (табл. 2) построены кривые релаксации. Как видно из рис. 4, данная модель достаточно хорошо описывает процесс релаксации напряжений в диапазоне времен от 0 до 1000 секунд, за это время кожа успевает практически полностью релаксировать.

Выводы

Отработана методика экспериментального исследования и проведена серия релаксационных экспериментов на растяжение кожи в условиях одноосного напряженного состояния.

Таблица 2

Экспериментальные значения параметров модели вязкоупругого неогукова тела

Объект	α	β , сек ^{-m}	m	A , сек ^{-α}	μ_0 , МПа
Жен 52 года	0,0189	0,5	0,0292	0,0202	26,29
Муж 49 лет	0,157	0,32	0,25	0,0197	30,63
Жен 65 лет	0,0176	0,43	0,032	0,02	28,47

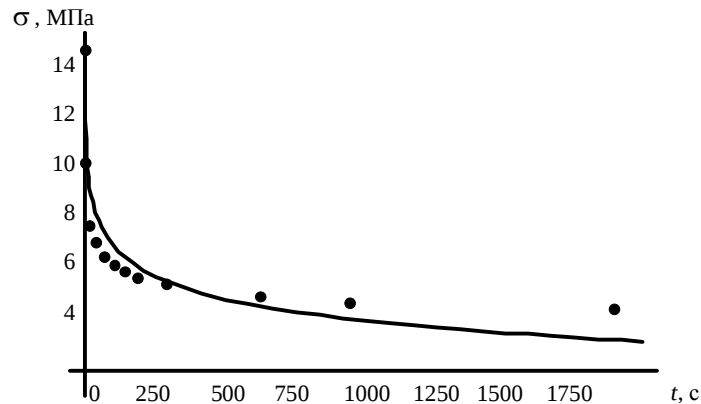


Рис. 4. График релаксации кожи (женщина 52 года).
••••• экспериментальные данные; — модель

Из полученных экспериментальных результатов видно, что кожа имеет различные механические свойства с возрастом. Это подтверждается и другими исследованиями [6, 7].

Для моделирования механического поведения кожи при конечных деформациях использована модель вязкоупругого «неогукова тела», которая идентифицирована для трёх типов кожи при удовлетворительном описании релаксации напряжений.

Полученные результаты могут быть использованы для расчета напряженно-деформированного состояния кожи при пластических и реконструктивных операциях.

Список литературы

1. Veronda, D.R. Mechanical characterization of skin – finite deformations / D.R. Veronda, R.A. Westmann // J. Biomechanics. – 1970. – Vol. 3. – P. 111–124.
2. Адамов, А.А. Методы прикладной вязкоупругости / А.А. Адамов, В.П. Матвеев, Н.А. Труфанов, И.Н. Шардаков. – Екатеринбург: Уро РАН, 2003.
3. Адамов, А.А. Исследование и моделирование нестационарного термомеханического поведения вязкоупругих резиноподобных материалов и элементов конструкций при конечных деформациях: дис. на соискание ученой степени док. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Адамов Анатолий Арсангалеевич. – Пермь, 2004.
4. Федоров, А.Е. О механических свойствах кожи человека / А.Е. Федоров, В.А. Самарцев, Т.А. Кириллова // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Том 10, № 2. – С. 29–42.
5. Лурье, А.И. Нелинейная теория упругости / А.И. Лурье. – М.: Наука, 1980.
6. Селезнев, С.А. Механические свойства кожи передней поверхности туловища человека / С.А. Селезнев, В.В. Шульпина // Биомеханика кровообращения, дыхания и биологических тканей. – Рига: Зинатне, 1981. – С. 268–271.
7. Черномашенцев, А.Н. Деформативно-прочностные свойства мягких биологических тканей в аспекте пластической хирургии / А.Н. Черномашенцев, Г.Д. Бурдей, М.М. Горелик и др. // Биомеханика кровообращения, дыхания и биологических тканей. – Рига: Зинатне, 1981. – С. 272–276.

MODELLING OF BEHAVIOUR OF THE HUMAN SKIN AT FINITE DEFORMATIONS

A.E. Fedorov, A.A. Adamov (Perm, Russia)

The mechanical properties of the skin at finite deformations are investigated. The model and testing technique allowing to approximate viscoelastic properties of the skin are suggested. The constitutive relations for three-dimensional stress–strain state are developed. The procedure of model's integral operator identification is developed. Model's parameters are determined which is identified for three types of the skin at satisfactory stress relaxation definition.

Key words: skin biomechanics, theory of viscoelasticity, experiment, neo-Hookean body.

Получено 28 февраля 2007