

УДК 531/534: [57+61]

К ВОПРОСУ ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЕ БОЛЬШОГО КРУГА КРОВООБРАЩЕНИЯ

А.С. Орлов

Филиал НПО автоматики им. акад. Н.А. Семихатова «Криптон», Россия, 620043, Екатеринбург,
ул. Начдива Васильева, 1, e-mail: Orloveburg@rambler.ru

Аннотация. Рассмотрена уточненная электрическая эквивалентная схема кровеносной системы большого круга кровообращения. Показано, что по параметрам кровеносной системы можно вычислить величину систолического и диастолического давления. Установлено, что в предложенной модели среднее давление практически не отличается от среднего давления, рассчитываемого по общепринятой методике. Показано влияние каждого параметра кровеносной системы на изменение артериального давления. На основании полученного выражения для временной зависимости артериального давления на участке систолы при неизменной скорости кровотока рассчитана временная зависимость артериального давления при переменной скорости кровотока.

Ключевые слова: большой круг кровообращения, артериальное давление, систола, диастола.

Модели

Во многих работах, посвященных исследованию состояния кровеносного русла, например, [3–5, 9], значение давления на входе в русло является независимой величиной, при этом влияние основных параметров системы, определяющих величину давления при его формировании, не рассматривается.

Для этих целей обычно используют электрическую эквивалентную схему, представленную на рис. 1 [10, 12], так как в гидродинамике широкое применение находят электрические модели гидравлических систем в силу разработанности теории электрических цепей и возможности использовать решения, полученные для них, в гидродинамических расчетах.

С помощью этой схемы удается получить выражение, описывающее изменение давления на участке диастолы [12],

$$U_d(t) = U_{sm} e^{-\frac{t}{RC}},$$

где $U_d(t)$ – напряжение в период диастолы; U_{sm} – напряжение в конце систолы.

Однако решения, приведенные на основе этой схемы, не позволяют рассчитать временную зависимость давления на участке систолы и вычислить значение систолического артериального давления (P_c) и диастолического артериального давления (P_d) по параметрам системы кровообращения, таким как ударный объем, гидродинамическое сопротивление, период работы сердца, жесткость артерий, длительность фазы систолы.

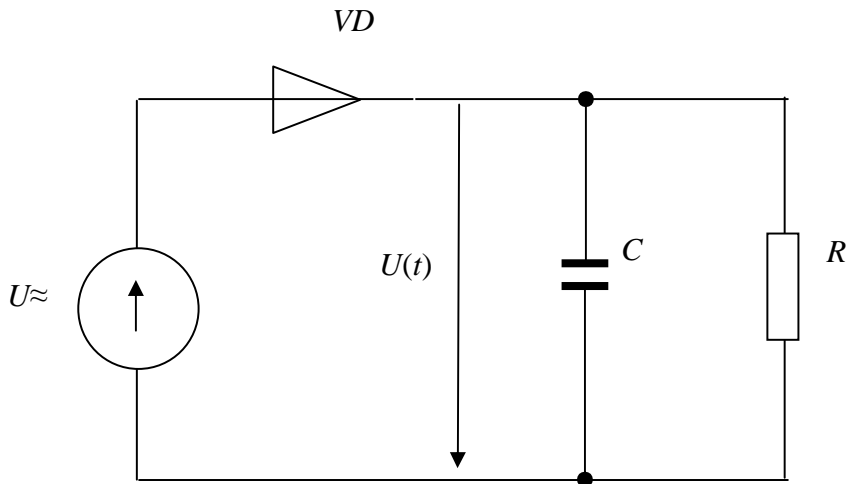


Рис. 1. Эквивалентная схема циркуляции крови в системе кровообращения с генератором напряжения: $U \approx$ – генератор переменного напряжения (аналог сердца, генерирует импульсы напряжения); C – конденсатор, является аналогом сосудистой системы, способной накапливать определенный объем крови; R – резистор, является аналогом общего гидродинамического сопротивления кровеносных сосудов (артерий, артериол и капилляров), определяющих его величину, и называется общим периферическим сопротивлением системы; VD – диод, являющийся аналогом клапанов сердца, который допускает разряд конденсатора только через резистор R ; $U(t)$ – напряжение на конденсаторе и резисторе – аналог артериального давления крови

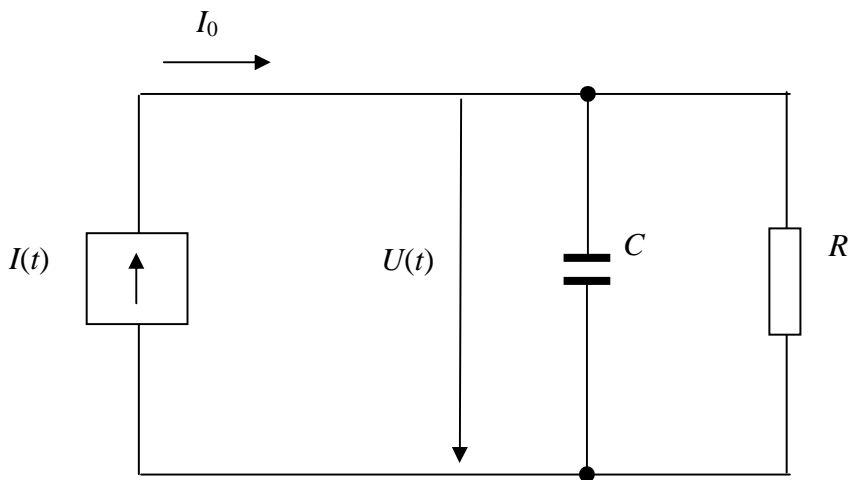


Рис. 2. Эквивалентная электрическая схема циркуляции крови в системе кровообращения с генератором тока

Поэтому для анализа была выбрана эквивалентная электрическая схема кровеносной системы большого круга, представленная на рис. 2.

Эта схема по характеру нагрузки (резистор и конденсатор) аналогична схеме, изображенной на рис. 1, но вместо генератора напряжения выбран импульсный генератор тока, который более соответствует физическим процессам при работе сердца. Дело в том, что сердце является не генератором давления (в эквивалентной схеме генератором напряжения) (хотя благодаря работе сердца поддерживается артериальное давление), а является генератором ударного объема крови, который выбрасывается независимо от величины артериального давления в кровеносную систему во время систолы. Электрический заряд, отдаваемый генератором тока в нагрузку за время систолы, является эквивалентом ударного объема сердца.

Диод VD (см. рис. 1) не является обязательным элементом, так как ток от генератора тока протекает только в одном направлении, указанном стрелкой, а внутреннее сопротивление генератора тока, по определению, очень велико, и разряд конденсатора C осуществляется только через резистор R .

Для электрической схемы, изображённой на рис. 2, можно рассчитать значения для максимального ($U_{\text{макс}}$) и минимального ($U_{\text{мин}}$) значения напряжения на резисторе и конденсаторе.

Можно отметить [1], что справедливы следующие соотношения:

$$U_{\text{макс}} = I_0 \cdot R \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right), \quad (1)$$

$$U_{\text{мин}} = U_{\text{макс}} \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}}, \quad (2)$$

где I_0 – амплитуда тока, в первом приближении считаем ее постоянной за время систолы; t_1 – время протекания электрического тока от генератора тока – время систолы; t_2 – время свободного разряда конденсатора – время диастолы; τ – постоянная времени цепи ($\tau = R \cdot C$), T – период работы сердца ($T = t_1 + t_2$).

Заменив электрические величины схемы (см. рис. 2) на соответствующие им гидродинамические величины согласно табл. 1, получим из (1) и (2) следующие выражения для расчета P_c и P_d :

$$P_c = \frac{V_0 \cdot R^*}{t_1} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right), \quad (3)$$

$$P_d = P_c \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}}. \quad (4)$$

Определим среднее значение растяжимости C^* кровеносной системы и ударного объема сердца V_0 при следующих типовых значениях параметров артериального русла: $P_c = 120$ мм рт. ст., $P_d = 80$ мм рт. ст., $T = 1$ с, $t_1 = 0,28$ с, гидродинамическое сопротивление $R^* = 140$ Па·с/мл [6] или 1,05 мм рт. ст.·с/мл.

Из выражения (4) получим

$$\tau = \frac{t_2}{\ln\left(\frac{P_c}{P_d}\right)} = \frac{0,72}{\ln\left(\frac{120}{80}\right)} = 1,77 \text{ с}, \quad C^* = \frac{\tau}{R^*} = \frac{1,77}{1,05} = 1,69 \frac{\text{мл}}{\text{мм рт. ст.}}$$

Из формулы (3) получим

$$V_0 = \frac{P_c \cdot t_1}{R^*} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}} \right) = \frac{120 \cdot 0,28}{1,05} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{1}{1,77}}}{1 - e^{-\frac{0,28}{1,77}}} \right) = 94,4 \text{ мл},$$

что согласуется с данными об ударном объеме $V_0 = 95$ мл [6].

При нулевой эластичности сосудов, т.е. при $C^* = 0$, следует, что $\tau = 0$. Из (3) определим предельное значение давления, которое может создаваться сердцем

$$P_{\text{пред}} = \frac{V_0 \cdot R^*}{t_1}.$$

Таблица 1

Таблица перевода электрических параметров в гидродинамические

Электрический параметр			Гидродинамический параметр		
Наименование	Обозначение	Единица измерения	Наименование	Обозначение	Единица измерения
Электрический заряд	q	Кулон, К	Ударный объем сердца	V_0	мл
Средняя амплитуда электрического тока	$I_0 = q/t_1$	Кулон/с, А	Средняя объемная скорость кровотока во время систолы	$Q_v = V_0/t_1$	мл/с
Электрическое сопротивление	R	Ом	Гидродинамическое сопротивление кровеносной системы	R^*	Па·с /мл или мм рт. ст.·с/мл
Электрическая емкость	C	Ф	Коэффициент растяжимости	C^*	мл/мм рт. ст.
Максимальное напряжение на конденсаторе и резисторе	U_{\max}	В	Систолическое давление	P_c	мм рт. ст.
Минимальное напряжение на конденсаторе и резисторе	U_{\min}	В	Диастолическое давление	P_d	мм рт. ст.
Постоянная времени	$\tau = R \cdot C$	с	Постоянная времени	$\tau = R^* \cdot C^*$	с

Примечание: C^* – коэффициент растяжимости [6], или податливости [7] сосудов ($C^* = dV/dP$, мл/мм рт. ст., где dV – приращение объема крови в сосуде, dP – приращение давления в сосуде при изменении объема крови в сосуде на dV). C^* является величиной, обратной коэффициенту упругости $E = dP/dV = 1/C^*$, отражающему упругие свойства полого образования или изолированного отрезка сосуда, мм рт. ст./мл.

$$P_{\text{пред}} = \frac{V_0 \cdot R^*}{t_1} = 356,25 \text{ мм рт. ст.}$$

при $V_0 = 95$ мл, $R^* = 1,05$ мм рт. ст./мл, $t_1 = 0,28$ с.

Таблица 2

Таблица расчета P_c и P_d для различных значений R^* , C^* , ЧСС

№ п/п	ЧСС, уд/мин	t_1 , с	R^* , мм рт. ст.·с/мл	C^* , мл/мм рт. ст.	$\tau = R^* \cdot C^*$, с	V_0 , мл	P_c/P_d	P_d , мм рт. ст.
1	60	0,28	1,05	1,69	1,77	95	120,7	80,4
2	60	0,28	1,05	1,00	1,05	95	135,8	68,4
3	60	0,28	1,05	2,0	2,10	95	117,4	83,3
4	60	0,28	0,90	1,69	1,52	95	105,6	66,4
5	60	0,28	1,35	1,69	2,28	95	149,1	108,7
6	70	0,28	1,05	1,69	1,77	95	135,7	98,1
7	50	0,28	1,05	1,69	1,77	95	105,8	63,8
8	60	0,28	1,20	1,00	1,20	95	149,9	82,3

В табл. 2 приведены расчеты P_c и P_d при различных значениях среднего коэффициента растяжимости C^* , общего гидродинамического сопротивления кровеносной системы R^* , частоте сердечных сокращений при типовых значениях V_0 и t_1 .

Из таблицы видно, что при стабильном пульсе увеличение R^* ведет к увеличению P_c и P_d (табл. 2, строка 5). При уменьшении растяжимости сосудов снижается C^* , что ведет к увеличению P_c и уменьшению P_d (табл. 2, строка 2). Такая зависимость от C^* подтверждается наблюдениями за изменением давления у пожилых людей. С возрастом коэффициент упругости стенок аорты возрастает (т.е. C^* уменьшается), что приводит к росту P_c и снижению P_d [7, 8].

Увеличение или уменьшение ЧСС увеличивает или уменьшает P_c и P_d соответственно.

Одновременное уменьшение C^* и увеличение R^* (см. табл. 2, строка 8) значительно увеличивает P_c и незначительно увеличивает P_d , что может соответствовать изолированной систолической артериальной гипертензии. Улучшение же эластических свойств аорты и ее ветвей снижает систолическое артериальное давление в большей степени, чем диастолическое артериальное давление [13].

Можно показать, что зависимость артериального давления на участке систолы при постоянной объемной скорости кровотока определяется выражением

$$P(t) = P_d \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_0 \cdot R^*}{t_1} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad \text{для} \quad 0 \leq t \leq t_1, \quad (5)$$

а зависимость артериального давления на участке диастолы определяется выражением

$$P(t) = P_c \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{для} \quad 0 \leq t \leq t_2. \quad (6)$$

График зависимости $P(t)$ для типовых значений $V_0 = 95$ мл, $R^* = 1,05$ мм рт. ст./мл, $C^* = 1,69$ мл/мм рт. ст., $T = 1$ с, $t_1 = 0,28$ с, $P_c = 120,7$ мм рт. ст., $P_d = 80,4$ мм рт. ст. приведен на рис. 3.

Среднее значение артериального давления на участке от 0 до T определяется на основании формул (5) и (6) интегрированием на интервале $0 \leq t \leq t_1$ выражения (5), а на интервале $0 \leq t \leq t_2$ – выражения (6) и деления суммы интегралов на период сердечного цикла T

$$P_{cp} = \frac{V_0 \cdot R^*}{t_1 + t_2}. \quad (7)$$

Так, при $V_0 = 95$ мл; $R^* = 1,05$ мм рт. ст. с/мл; $T = (t_1 + t_2) = 1$ с; $P_c = 120,7$ мм рт. ст.; $P_d = 80,4$ мм рт. ст. (см. табл. 2, строку 1); $P_{cp} = 95 \cdot 1,05 / 1 = 99,7$ мм рт. ст., что практически совпадает с рекомендациями [7] по вычислению среднего артериального давления для артерий, которое рассчитывается как среднее арифметическое P_c и P_d , в нашем случае $(120,7 + 80,4) / 2 = 100,5$ мм рт. ст.

Приведенное выражение (5) для $P(t)$ на участке систолы при постоянной скорости объёмного кровотока позволяет получить зависимость $P(t)$ при переменной скорости объёмного кровотока.

По данным [2, 6], линейная скорость кровотока во время систолы имеет переменный характер. После открытия аортальных клапанов она резко возрастает, достигая максимума примерно к концу первой трети периода изгнания, затем к моменту окончания этого периода она падает до нуля. Представим относительное изменение линейной скорости кровотока с помощью кусочно-линейной аппроксимации, как показано на рис. 4.

Средняя скорость кровотока (V_{cp}) за время систолы для зависимости $V(t)$, представленной на рис. 4, равна $0,5 V_m$.

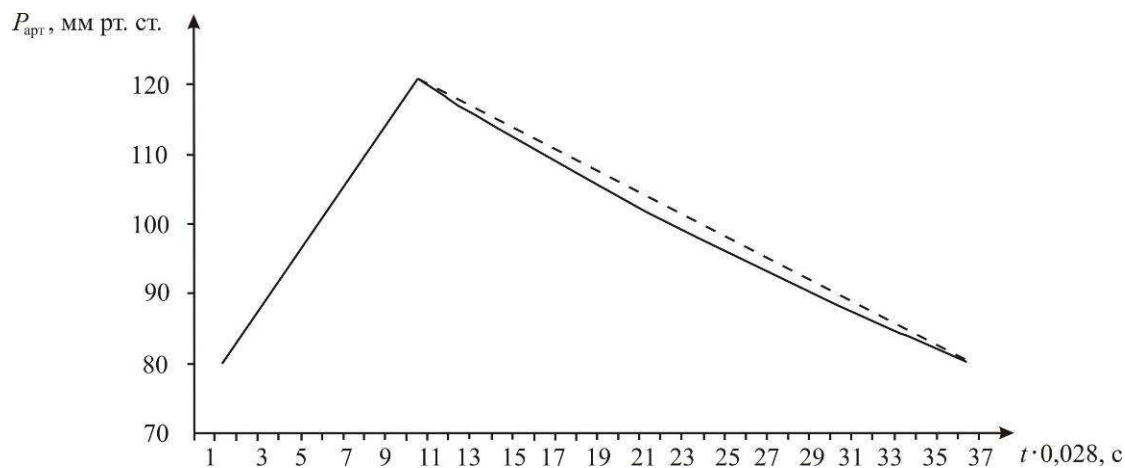


Рис. 3. Зависимость $P_{арт}$ от времени. Расчет для стандартных параметров (см. табл. 2, строку 1). Пунктирная линия – прямая, соединяющая значения P_c и P_d

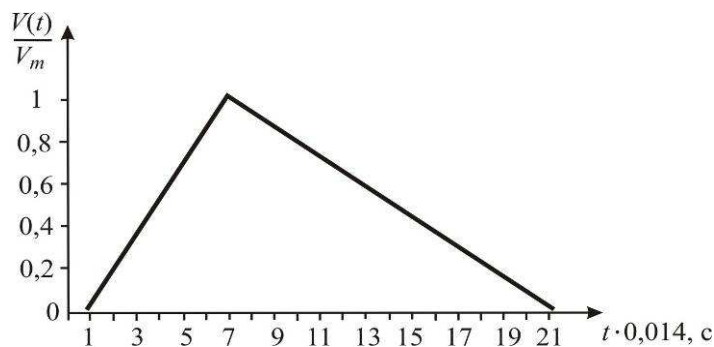


Рис. 4. Скорость кровотока из сердца, представленная с помощью кусочно-линейной аппроксимации, где V_m – максимальная скорость кровотока, $V(t)$ – временная зависимость линейной скорости кровотока

Характер зависимости $P(t)$ на участке систолы проще определить, решая задачу численным методом. Для этого необходимо разбить интервал t_1 на N равных интервалов Δ_t , считая при этом значение скорости кровотока на каждом интервале постоянным и равным среднему значению скорости кровотока.

Можно утверждать, что в этом случае выражение для зависимости $P(t)$ будет иметь следующий вид:

$$P(n) = P_d \cdot e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}} + R^* \cdot S \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}}) \cdot \sum_{i=1}^n V_i \cdot e^{-\frac{\Delta_t \cdot (n-i)}{\tau}}, \quad (8)$$

где R^* – гидродинамическое сопротивление; S – сечение аорты, в которую изгоняется кровь из сердца; n – номер интервала разбиения, $1 \leq n \leq N$; i – номер интервала суммирования отклика, $1 \leq i \leq n$; V_i – значение линейной скорости кровотока на i -м интервале; Δ_t – ширина интервала разбиения.

Подставляя V_{cp} вместо V_i в выражение (8) и учитывая, что $S \cdot V_{cp} = V_0/t_1$, получим выражение зависимости $P(t)$, аналогичное выражению (5), но для дискретных значений времени.

Выражение (8) удобно представить в следующем виде:

$$P(n) = P_d \cdot e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}} + R^* \cdot S \cdot V_{cp} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}}) \cdot \alpha_n,$$

где

$$\alpha_n = (1 - e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}}) \cdot \sum_{i=1}^n \frac{V_i \cdot e^{-\frac{\Delta_t \cdot (n-i)}{\tau}}}{V_{cp} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta_t \cdot n}{\tau}})}. \quad (9)$$

Значение α_n определяет отличие давления при постоянной средней скорости кровотока за время систолы от значения давления при переменной скорости кровотока на каждом интервале разбиения. При $V_i = V_{cp}$ во всем диапазоне t_1 значение $\alpha_n = 1$.

На рис. 5 приведены графики зависимости давления на участке систолы при постоянной и переменной скорости кровотока. Число интервалов разбиения $N = 20$; $V_0 = 95$ мл; $R^* = 1,05$ мм рт. ст.·с/мл; $t_1 = 0,28$ с; $T = (t_1 + t_2) = 1$ с; $P_c = 120,7$ мм рт. ст.; $P_d = 80,4$ мм рт. ст. (см. табл. 2, строку 1), зависимость линейной скорости кровотока во время систолы показана на рис. 4.

Из рис. 5 видно, что в начальной фазе систолы давление даже уменьшается и нарастает медленнее, чем при постоянной скорости кровотока, а максимум давления возникает раньше, чем заканчивается фаза сердечного выброса.

Используя вышеприведенную методику, можно исследовать изменение давления при различных способах аппроксимации скорости кровотока. На рис. 6 представлен вид аппроксимации с плоской вершиной. На рис. 7 представлены зависимости изменения давления во время систолы, соответствующие скорости изменения (как на рис. 4 и рис. 6).

Из сравнения зависимостей видно, что изменение давления имеет небольшие различия на начальном участке нарастания.

В заключение несколько слов о корректности применения эквивалентной схемы с сосредоточенными параметрами.

Несмотря на то что система кровообращения является системой с распределенными параметрами, для ее описания можно использовать схему с сосредоточенными параметрами по следующим причинам. Представим трубку с податливыми стенками, имеющую длину, например, 1,5 м, наполненную жидкостью

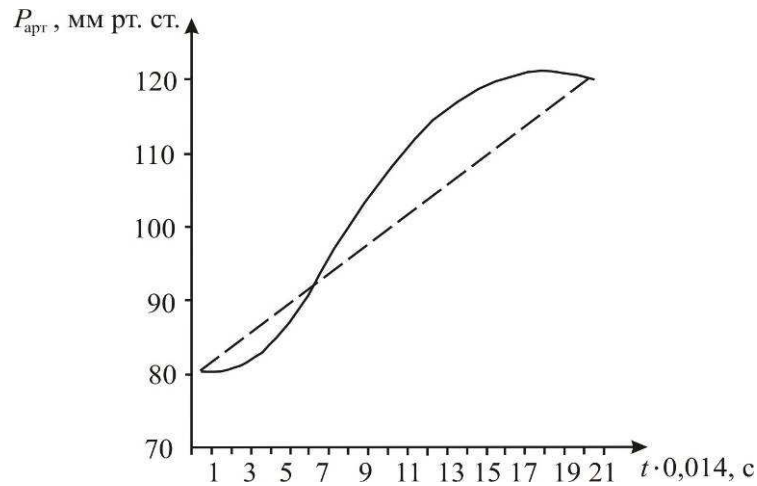


Рис. 5. Временная зависимость артериального давления во время систолы при кусочно-линейной аппроксимации линейной скорости кровотока из сердца, как показано на рис. 4. Пунктирная линия соответствует изменению давления при постоянной линейной

$$\text{скорости кровотока, равной } V_{\text{ср}} = \frac{V_0}{t_1 \cdot S}$$

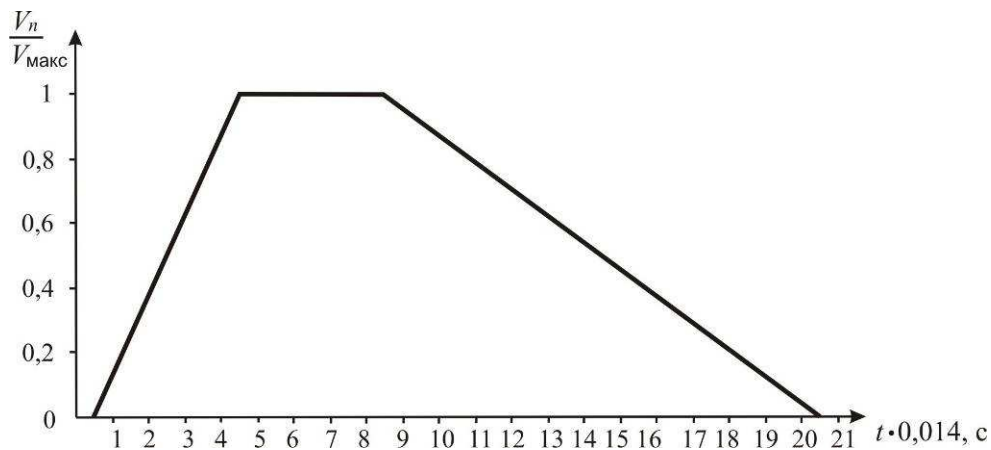


Рис. 6. Скорость кровотока из сердца, представленная с помощью кусочно-линейной аппроксимации с плоской вершиной

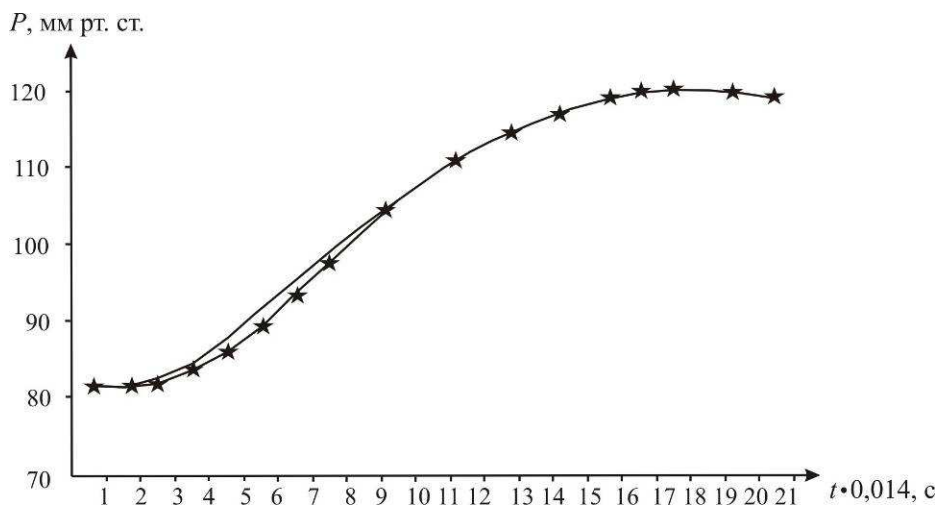


Рис. 7. Временная зависимость артериального давления во время систолы при кусочно-линейной аппроксимации линейной скорости кровотока из сердца, как показано на рис. 4 (линия со звездочками) и на рис. 6 (гладкая линия)

с коэффициентом податливости стенок ($C^* = dV/dP$), заканчивающуюся капиллярным руслом, как в экспериментах, описанных у Н.Н. Савицкого [11]. Капиллярное русло должно быть согласовано с трубкой, чтобы не было отражения волн. В начало трубки будем инжектировать объем жидкости dV за время dt меньшее, чем время распространения волны до капиллярной части трубки Δt_p . По мере распространения волны давления по трубке будет наблюдаться распределение dV по длине всей трубки и постепенное снижение давления в начале трубки. Когда фронт волны давления достигнет капиллярной части трубки, весь инжектированный объем жидкости равномерно распределится по длине трубки, и в конце трубки мы зафиксируем скачок давления $dP = dV/C^*$. Результирующее давление будет выше первоначального давления (давления перед инжектированием объема dV) на величину dP [13], т.е. давление в начале и конце трубки станет как на сосредоточенном элементе только через интервал времени Δt_p . Таким образом, в конце трубки мы будем фиксировать временную зависимость давления, как и в схеме с сосредоточенными элементами, но только со сдвигом на время распространения пульсовой волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. С помощью уточненной эквивалентной электрической схемы получены выражения для определения временной зависимости артериального давления на участке как диастолы, так и систолы.

2. Получены выражения для вычисления P_c и P_d по параметрам кровеносной системы.

3. Определено значение для средней податливости сосудов артериального русла кровеносной системы.

4. Показано, что учет изменения скорости кровотока во время систолы приводит к тому, что максимум артериального давления опережает окончание фазы систолы, а минимум давления отстает от начала фазы систолы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
2. Волынский Ю.Д., Кейлин Б.Б., Мацеевский Д.Д. Определение скорости сердечного выброса у человека с помощью ультразвукового датчика // Физиология сердечного выброса: сб. материалов Всесоюз. симп. – 1968.
3. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. – М.: Мир, 1981. – 624 с.
4. Кизилова Н.Н. Исследование зависимостей давление-расход и параметров падающей и отраженной волн давления в артериальных руслах // Акустичний вестник. – 2004. – Т. 7, № 1. – С. 50–61.
5. Кизилова Н.Н. Распространение волн давления в заполненных жидкостью трубках из вязкоупругого материала // Механика жидкости и газа. – 2006. – Т. 52, № 3. – С. 125–139.
6. Костюк П.Г. Физиология человека. – М.: Мир, 2005.
7. Кочкина М.С., Затейщиков Д.А., Сидоренко Б.А. Измерение жесткости артерий и ее клиническое значение // Кардиология. – 2005. – № 1. – С. 14–19.
8. Кушаковский М.С. О систолической артериальной гипертензии // Кардиология. – 1997. – № 7. – С. 32–45.
9. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. – М.: Мир, 1983. – 400 с.
10. Ремизов А.Н., Максина А.Г., Потапенко А.Я. Медицинская и биологическая физика. – М.: Дрофа, 2004. – С. 153.
11. Савицкий Н.Н. Биофизические основы кровообращения и клинические методы изучения гемодинамики. – Л.: Медицина, 1974. – 311 с.
12. Эман А.А. Биофизические основы измерения артериального давления. – Л.: Медицина, 1983. – 128 с.
13. Govers R., Rabelink T.G. Cellular regulation of endothelial nitric oxide synthesis // Am. J. Physiol. – 2001. – Vol. 280. – P. 193–206.

ON AN EQUIVALENCE OF ELECTRICAL CIRCUIT TO THE GREATER CIRCULATION

A.S. Orlov (Yekaterinburg, Russia)

The specified electrical equivalent circuit of the greater circulation is considered. It is shown that the magnitudes of systolic and diastolic arterial pressure can be calculated by the parameters of the vascular system. It is shown that the average pressure obtained by the suggested model practically does not differ from average pressure calculated by means of a conventional technique for the arterial pressure. An influence of each parameter of the vascular system on the change of the arterial pressure is shown. On the basis of obtained expression for temporal dependence of the arterial pressure at a systolic period at constant speed of the blood motion, the temporal dependence of the arterial pressure is calculated at variable speed of the blood motion.

Key words: greater circulation, arterial pressure, systole, diastole.

Получено 4 июля 2010