

УДК 531/534: [57+61]

ОСОБЕННОСТИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРТЕРИИ ПРИ НАЛИЧИИ ПАТОЛОГИЧЕСКОЙ ИЗВИТОСТИ (ПЕТЛИ)

С.Г. Суханов¹, В.Н. Аптуков², Л.Ю. Осоргина²

¹ Пермский институт сердца, филиал Научного центра сердечно-сосудистой хирургии им. А.Н. Бакулева Российской академии медицинских наук, Россия, 614000, Пермь, ул. Луначарского, 95б, e-mail: heartperm@mail.ru

² Кафедра математического анализа Пермского государственного университета, Россия, 614990, Пермь, ул. Букирева, 15, e-mail: aptukov@psu.ru

Аннотация. На основе экспериментальных данных по нагружению образцов артерий внутренним давлением определены параметры нелинейного потенциала *Arruda-Boyce* сосудистой стенки артерии. В рамках пространственной модели патологической извитости (петли) артерии с помощью вычислительного комплекса ANSYS 11.0 выявлены особенности напряженного состояния в зависимости от относительного радиуса петли.

Ключевые слова: артерия, патологическая извитость, нелинейный потенциал, напряженно-деформированное состояние, численное моделирование.

ВВЕДЕНИЕ

Нарушение кровообращения ишемического характера головного мозга чаще обусловлено атеросклерозом, аортоартериитом и патологическими извитостями артерий. Например, треть летальных случаев при инсульте сопровождается аномальным развитием сонных и позвоночных артерий [3]. Патологическая извитость может быть устранена хирургическим путем, однако остается открытым вопрос о целесообразности операции для тех или иных значений параметров геометрии. Существует три вида извитости: изгиб (*C*-образная и *S*-образная элонгация), перегиб и петля, последние патологии считаются наиболее опасными. В работе [6] выдвинута гипотеза развития *C*-образной извитости, постепенно переходящей к *S*-образной извитости, а далее к простому и ангулярному перегибу.

Большинство исследований касается изучения особенностей потока крови (распределение давлений и скоростей) при наличии патологической извитости. Некоторые из этих моделей также учитывают деформацию сосудистой стенки в рамках линейной теории упругости, например [5]. Повышенный интерес к гемодинамике объясняется установлением зон образования вихрей и обратных течений, а также развиваемой в последнее время теорией повреждения сосудистой стенки [4], которая говорит о повышенной вероятности развития атеросклеротического процесса на участках интимы, где наблюдаются пониженное значение касательных напряжений в потоке крови, десквамация (шелушение) эндотелия, развитие фиброза и аневризм сосудистой стенки.

Однако опасные участки артерии с точки зрения развития склеротического процесса могут быть связаны и с особенностями напряженно-деформированного состояния сосудистой стенки. Для детального изучения механического поведения кровеносных сосудов в местах патологической извитости необходимо применять уже более сложные нелинейные физические модели.

В данной статье на основе проведенного эксперимента по нагружению артерий внутренним давлением определены параметры нелинейного потенциала *Arruda-Boyce* материала сосудистой стенки. В вычислительной среде *ANSYS 11.0* исследована пространственная модель двухслойного сосуда с патологической извитостью в виде петли. Выявлены особенности напряженно-деформированного состояния сосуда в области петли в зависимости от отношения диаметра петли к диаметру сосуда. Получены значения параметров патологической извитости (петли), при которых механическое состояние сосуда значительно отличается от состояния сосуда без патологии.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Замкнутые цилиндрические образцы артерий, заполненные рентгеноконтрастным веществом, нагружались внутренним давлением 40, 80, 120 и 160 мм рт.ст., при каждом из которых производилась рентгенография сосуда в двух проекциях. На полученных рентгеновских снимках измерялись изменения длины, диаметра и толщины стенки артерии, подробно методика эксперимента изложена в статье [2].

Линейные размеры образцов, нагруженных давлением 40 мм рт.ст., были приняты за начальное (недеформированное) состояние артерии. Изменение геометрии артерии при внутреннем давлении 80, 120 и 160 мм рт.ст. оценивалось по отношению к этому начальному состоянию. Всего было исследовано девять образцов несклерозированных артерий, результаты измерений двух из девяти образцов были отброшены как вызывающие сомнения в достоверности. Данные статистической обработки по оставшимся семи образцам представлены в табл. 1, где используются следующие обозначения: l_0 , l – длина образца (начальная и текущая); h_0 , h – толщина стенки образца; R_0 , R – наружный радиус образца.

Для начального состояния (40 мм рт.ст.) средняя длина образца составляла 51,3 мм, среднеквадратичное отклонение 8,0 мм, коэффициент вариации 15,6%; средняя толщина стенки 1,0 мм, среднеквадратичное отклонение 0,1 мм; коэффициент вариации 10,0%; средний наружный радиус образца составлял 3,5 мм, среднеквадратичное отклонение 0,4 мм, коэффициент вариации 11,4%.

Полученные величины использовались при определении параметров нескольких нелинейных потенциалов в среде *ANSYS*. Отметим, что удовлетворительное описание экспериментальных данных в рамках модели однородной артерии невозможно – деформация наружного радиуса (6–13%) значительно меньше деформации толщины стенки (15–33%). Это подтверждается фактом наличия сжимаемости стенки артерии, обсуждаемым ранее [1].

Таблица 1

Главные относительные удлинения образцов артерии

Давление, мм рт.ст.	$\delta_l = \frac{l}{l_0}$	$\delta_h = \frac{h}{h_0}$	$\delta_R = \frac{R}{R_0}$
80	1,17	0,85	1,06
120	1,26	0,75	1,09
160	1,34	0,67	1,13

ВЫБОР И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОГО ПОТЕНЦИАЛА

В программном комплексе ANSYS была построена двухслойная осесимметричная модель артерии с нелинейно-упругими свойствами. Соотношение толщины внешнего и внутреннего слоев взято на основе рентгенограмм испытанных артерий и составляет 1:10. Механические свойства внешнего слоя описывались линейно-упругими соотношениями с модулем Юнга $E = 9$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,25$, а внутреннего слоя – различными нелинейными гиперупругими потенциалами: *Arruda-Boyce*, *Blatz-Ko* и *Mooney-Rivlin* [7].

Для каждого потенциала численным перебором определялись его параметры, при которых достигалась минимальная, по возможности, погрешность между расчетными и экспериментальными данными (табл. 2) для трех значений внутреннего давления 80, 120 и 160 мм рт.ст.

Ниже представлены выражения нелинейных потенциалов и найденные параметры.

Потенциал *Arruda-Boyce*:

$$W = \mu \left[\frac{1}{2}(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{20\lambda^2}(\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{11}{1050\lambda^4}(\bar{I}_1^3 - 27) + \frac{19}{7000\lambda^6}(\bar{I}_1^4 - 81) + \frac{519}{673750\lambda^8}(\bar{I}_1^5 - 243) \right] + \frac{1}{d} \left(\frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right). \quad (1)$$

Найденные коэффициенты: $\mu = 0,004$ МПа, $\lambda = 1$, $d = 50$ МПа⁻¹.

Потенциал *Blatz-Ko*:

$$W = \frac{\mu}{2} \left(\frac{I_2}{I_3} + 2\sqrt{I_3} - 5 \right). \quad (2)$$

Найденный коэффициент: $\mu = 0,008$ МПа.

Таблица 2

Относительная погрешность описания экспериментальных данных для различных потенциалов

Потенциал	Погрешность, %	Внутреннее давление, мм рт.ст.		
		80	120	160
<i>Arruda-Boyce</i>	$ \delta_R - \delta_R^3 / \delta_R^3$	2,5	4,5	6,1
	$ \delta_h - \delta_h^3 / \delta_h^3$	1,2	3,0	7,0
<i>Blatz-Ko</i>	$ \delta_R - \delta_R^3 / \delta_R^3$	2,8	4,7	6,4
	$ \delta_h - \delta_h^3 / \delta_h^3$	9,6	4,8	0,4
<i>Mooney-Rivlin</i>	$ \delta_R - \delta_R^3 / \delta_R^3$	2,8	6,0	14,3
	$ \delta_h - \delta_h^3 / \delta_h^3$	8,8	15,7	15,3

Потенциал Mooney-Rivlin:

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{d}(J - 1)^2,$$

$$\mu = 2(C_{01} + C_{10}), \quad d = \frac{1 - 2\nu}{(C_{01} + C_{10})}. \quad (3)$$

Найденные коэффициенты: $C_{10} = 0,04$ МПа, $C_{01} = 0,01$ МПа, $\nu = 0,35$.

В выражениях (1)–(3) используются следующие обозначения: $I_1 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ – первый инвариант тензора деформаций; $I_2 = \delta_1\delta_2 + \delta_2\delta_3 + \delta_3\delta_1$ – второй инвариант тензора деформаций; $I_3 = \delta_1\delta_2\delta_3$ – третий инвариант тензора деформаций; d – коэффициент сжимаемости; μ – начальный модуль сдвига; J – детерминант градиента упругой деформации; λ – коэффициент сходимости; C_{10}, C_{01} – параметры потенциала.

Анализ таблицы показывает, что для моделирования механических свойств артерий человека при внутреннем давлении в диапазоне от 80 до 160 мм рт.ст. наиболее применим потенциал *Arruda-Boyce* (погрешность не более 7%). Потенциал *Blatz-Ko* неудовлетворительно описывает поведение материала стенки артерий при низких давлениях, тогда как потенциал *Mooney-Rivlin* дает наиболее высокую погрешность при высоких давлениях. Найденные коэффициенты потенциала *Arruda-Boyce* позволяют проводить адекватный численный анализ механического поведения пространственных моделей артерии.

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПАТОЛОГИЧЕСКОЙ ИЗВИТОСТИ (ПЕТЛИ) АРТЕРИИ В СРЕДЕ ANSYS

В пакете ANSYS 11.0 была построена пространственная модель петли с двухслойной стенкой: линейно-упругим внешним слоем и нелинейным внутренним слоем со свойствами, заданными потенциалом *Arruda-Boyce* (рис. 1). Геометрию модели условно можно разделить на две части: собственно петля со срединным радиусом R_i и расстоянием между центрами концов H_z ; удлиненные концы артерии, параллельные друг другу и проходящие по касательной к центральной части петли.

Параллельные концы артерии были взяты достаточно длинными для того, чтобы граничные условия на их торцах (жесткое закрепление) не оказывали влияния на напряженно-деформированное состояние в самой петле. Нагружение модели проводилось последовательно внутренней равномерно распределенной нагрузкой, возрастающей ступенчато: 80, 120 и 160 мм рт.ст.

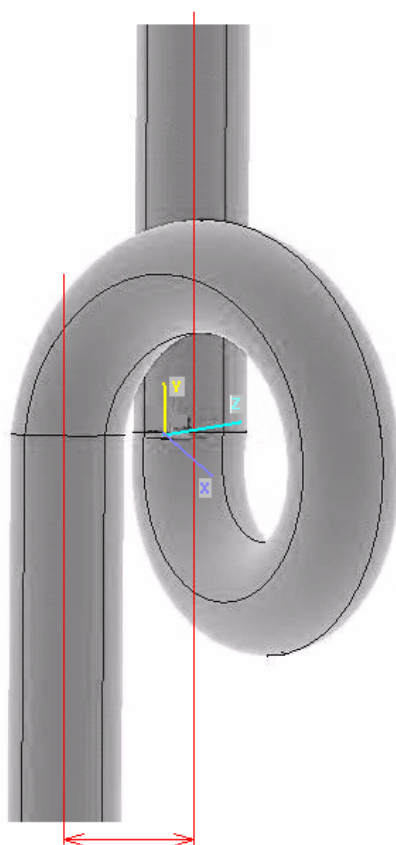
Расчеты показали, что под действием внутреннего давления петля деформируется как в своей плоскости (в направлении оси X), так и перпендикулярно ей (в направлении оси Z), как показано на рис. 2. Кроме того, происходит увеличение зазора H_z между концами петли (начальное значение $H_z = 1$ см) и увеличение радиуса петли.

В табл. 3 приведены значения относительного изменения расстояния шага петли ΔH_z при различных давлениях.

Таблица 3

Относительное изменение расстояния между центрами концов петли

Внутреннее давление, мм рт.ст.	80	120	160
$\Delta H_z / H_z, \%$	2,3	3,0	3,5



H_z – шаг «завитка»

Рис. 1. Пространственная модель патологической извитости (петли) артерии

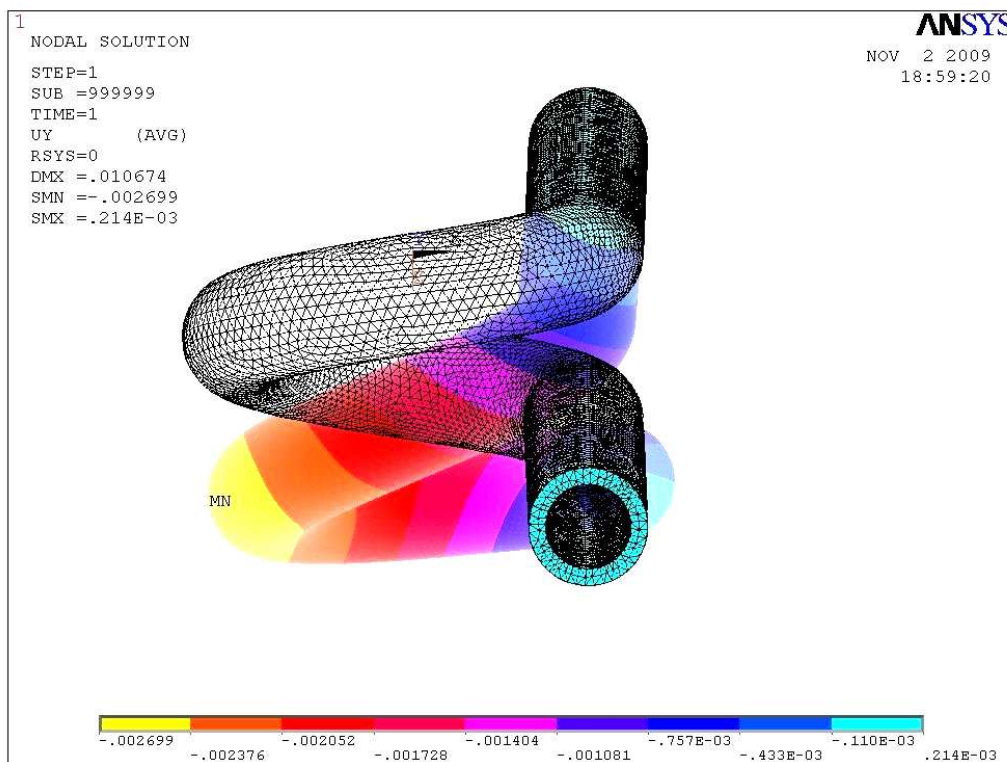


Рис. 2. Поле перемещений u_y при внутрисосудистом давлении 80 мм рт.ст.

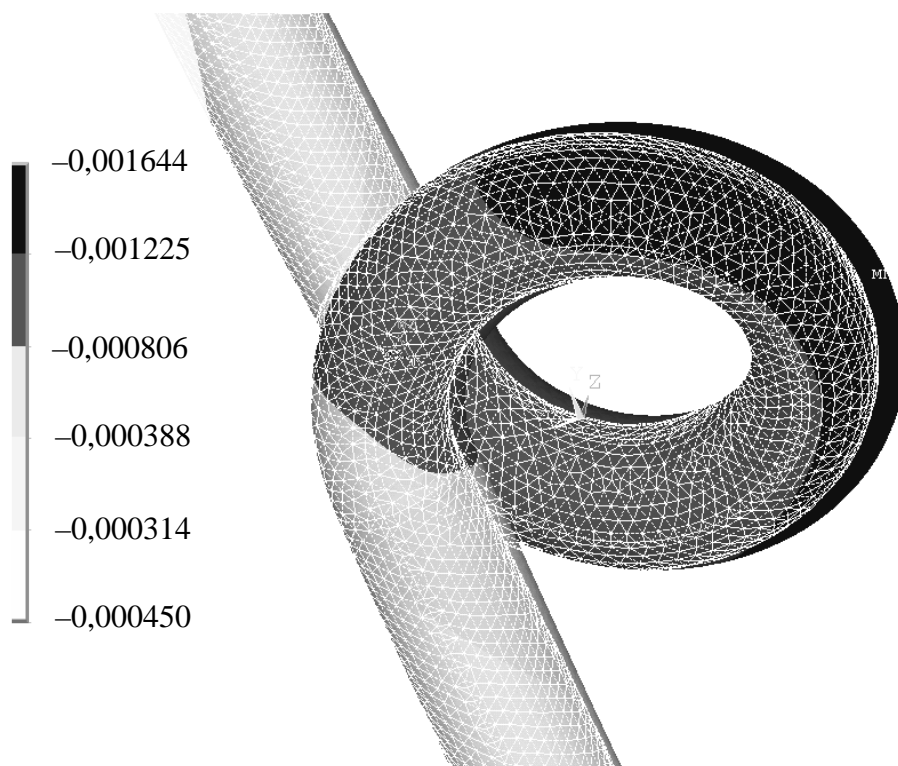


Рис. 3. Поле перемещений u_x при давлении 160 мм рт.ст.

На рис. 3 изображены перемещения вдоль оси X , лежащей в «плоскости» петли и направленной перпендикулярно к прямолинейным цилиндрическим частям артерии, при давлении 160 мм рт.ст. Конечно-элементная сетка изображена в начальном состоянии до приложения нагрузки.

Максимальные перемещения u_x наблюдаются в области, наиболее удаленной от основного ствола артерии (концов петли).

Внешний слой артерии испытывает растягивающие напряжения, в то время как внутренний слой сжимается – изменяется толщина стенки артерии. Это происходит за счет различия упругих свойств внешнего и внутреннего слоев: внутренний более мягкий слой «раздавливается» о внешний слой, обладающий большей жесткостью.

Проведение численного эксперимента в описанной выше постановке требует значительных вычислительных ресурсов, поэтому для упрощения расчетной области и уменьшения количества элементов было сделано предположение о возможности замены объемной модели петли на объемную модель тора. Очевидно, что эти модели эквивалентны за исключением области сопряжения собственно петли с прямолинейной частью артерии. Кроме того, использование модели тора позволяет проводить расчеты только для его части («восьмушки»), учитывая наличие трех плоскостей симметрии (рис. 4).

На рис. 4 отмечены контрольные точки, в которых анализировались перемещения и напряжения при численном эксперименте.

Было построено шесть моделей тора с различными срединными радиусами R_t , кратными внешнему радиусу артерии R_a , произведен анализ влияния относительного радиуса тора $\bar{R}_t = R_t / R_a$ на особенности напряженно-деформированного состояния.

Для тора с относительным радиусом $\bar{R}_t = 3$ проведены тестовые расчеты на пяти различных сетках, содержащих от 31 583 до 148 760 элементов. Анализ результатов показал, что получаемые во всех пяти вариантах расчета напряженно-деформированные состояния идентичны.

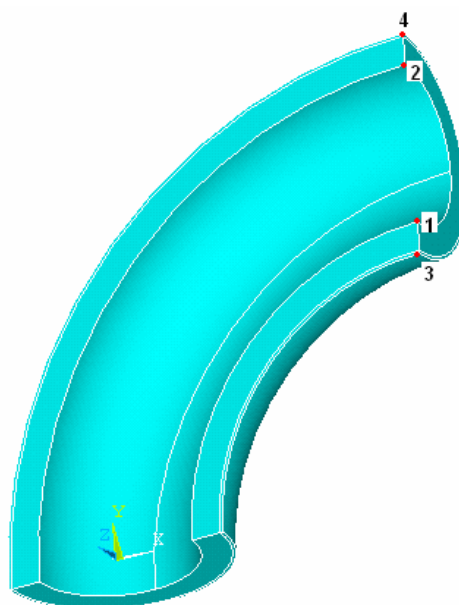


Рис. 4. Модель «восьмушки» тороидальной части петли артерии с контрольными точками

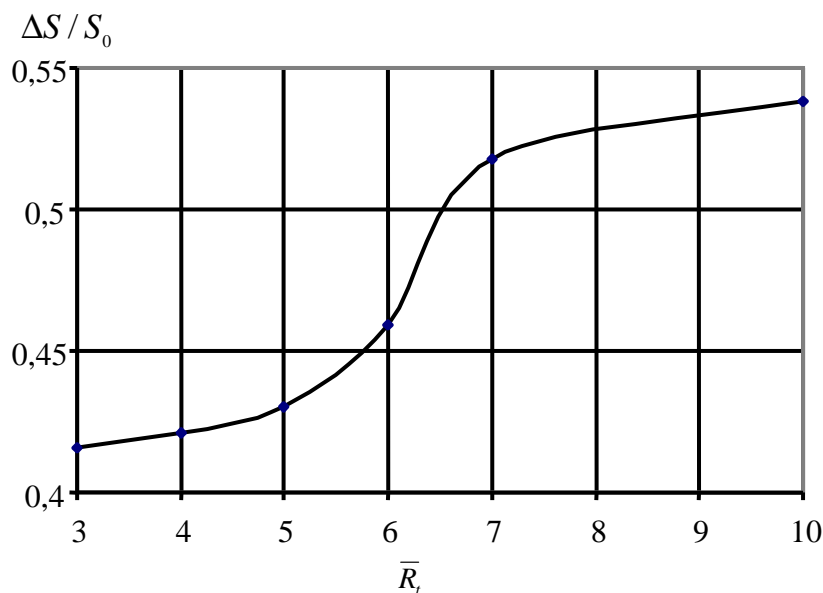


Рис. 5. Зависимость изменения относительной площади $\Delta S / S_0$ внутреннего сечения артерии от относительного радиуса петли \bar{R}_l для давления 160 мм рт.ст.

Результаты численного эксперимента показывают, что с уменьшением радиуса петли артерии увеличивается ее жесткость относительно воздействия внутреннего давления – это обусловлено чисто геометрическими причинами. В петле площадь внутреннего сечения сосуда под действием кровяного давления изменяется: она на 25–30% меньше, чем у прямолинейной части сосуда. Этот эффект аналогичен росту жесткости сосудистой стенки для прямолинейных участков артерий, пораженных атеросклерозом. Уменьшение внутреннего сечения отрицательно сказывается на объемном кровотоке, увеличивает внутреннее давление.

На рис. 5 показана зависимость изменения относительной площади внутреннего сечения артерии от относительного радиуса петли, где очевидно, что наиболее сильное отличие от прямолинейного сосуда проявляется при значениях $\bar{R}_l < 6$.

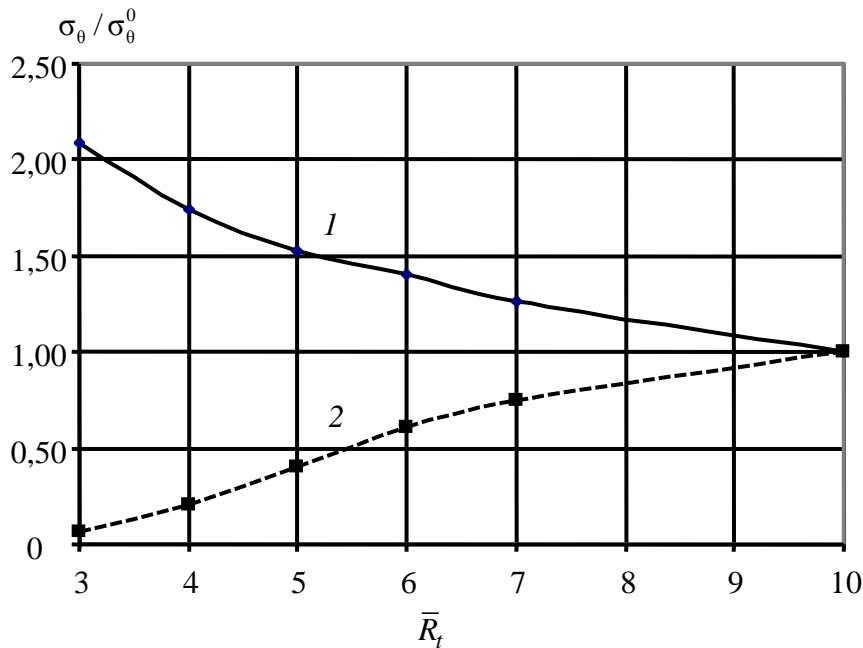


Рис. 6. Зависимость изменения относительного окружного напряжения $\sigma_\theta / \sigma_\theta^0$ интимы в точках 1 и 2 артерии от относительного радиуса петли \bar{R}_t для давления 160 мм рт.ст.

Увеличение жесткости сосудистой стенки в петле (уменьшение деформационных свойств, что характерно для длительно существующей аномалии) ведет к росту окружных напряжений на участках интимы, расположенных ближе к центру петли. Если внешняя сторона интимы разгружена, то напряжения на внутренней стороне для относительного радиуса петли $\bar{R}_t < 6$ в 1,5–2 раза превышают соответствующие напряжения в прямолинейной части артерии (рис. 6).

Для внешней стенки (адвентиции) превышение окружных напряжений на внутренней части тора по сравнению с прямолинейной артерией незначительно, оно равно 1,16–1,24.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках пространственной модели нелинейно-упругого двухслойного артериального сосуда в вычислительной среде ANSYS 11.0 проведено численное моделирование процесса деформирования патологической извитости (петли) артерии при действии внутреннего давления.

Показано, что при нагружении петли происходит ее «развертывание»: увеличение радиуса петли одновременно с увеличением расстояния между концами петли. Наибольшие деформации испытывает сторона стенки артерии, располагающаяся ближе к центру петли. При увеличении радиуса петли снижается влияние патологической извитости на напряженно-деформированное состояние. Существует некоторое предельное значение относительного радиуса петли $\bar{R}_t = 5 \div 6$, ниже которого отрицательные геометрические эффекты проявляются достаточно сильно. При этих значениях \bar{R}_t площадь внутреннего сечения сосуда под действием кровяного давления изменяется, она на 25–30% меньше, чем у прямолинейной части сосуда. Кроме того, напряжения на внутренней стороне интимы в 1,5–2 раза превышают соответствующие напряжения в прямолинейной части артерии. Найденное предельное значение \bar{R}_t является одним из критериев для показаний к хирургической коррекции данной патологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аптуков В.Н., Осоргина Л.Ю. Определение параметров потенциала нелинейного сжимаемого материала сонной артерии человека при различных стадиях атеросклероза // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т. 12, № 3(41). – С. 23–31.
2. Вагнер Е.А., Суханов С.Г., Аптуков В.Н. Механическое поведение сосудистого анастомоза на склерозированных артериях и его моделирование // Механика композитных материалов. – 1982. – № 2. – С. 336–342.
3. Казанчян П.О., Попов В.А., Гапонова Е.Н., Рудакова Т.В. Диагностика и лечение патологической извитости сонных артерий // Ангиология и сосудистая хирургия. – 2001. – № 2. – С. 93–103.
4. Красавин В.А., Дружинин С.О., Суслов И.И., Морозов К.М., Кузьмин В.А. Концепция системных нарушений иммунитета в генезе аномалий ветвей дуги аорты // Региональное кровообращение и микроциркуляция. – 2007. – № 1(21). – С. 81–83.
5. Павлова О.Е., Иванов Д.В., Грамакова А.А., Морозов К.М., Суслов И.И. Гемодинамика и механическое поведение бифуркации сонной артерии с патологической извитостью // Известия Саратовского университета. Новая серия. – 2010. – Т. 10. – Серия: Математика. Механика. Информатика. – Вып. 2. – С. 66–73.
6. Родин Ю.В. Исследование потоков крови при патологической S-образной извитости сонных артерий // Международный неврологический журнал. – 2006. – № 4(8). – С. 57–61.
7. ANSYS Basic Analysis Procedures Guide. ANSYS Release 5.6. ANSYS Inc. – 1988.

CHARACTERISTICS OF STRESS-STRAIN STATE OF ARTERY WITH PATHOLOGICAL TORTUOSITY (KINK)

S.G. Sukhanov, V.N. Aptukov, L.Yu. Osorgina (Perm, Russia)

On the basis of experimental data on the loading of arteries samples by internal pressure, parameters of the Arruda-Boyce nonlinear potential of the vascular wall were determined. Within the 3D model of pathologic tortuosity (kink) of arteries with using computing environment ANSYS 11.0, the features of stress state depending on the relative radius of the kink were identified.

Key words: artery, pathological tortuosity, nonlinear potential, stress-strain state, numerical simulation.

Получено 20 октября 2010