

УДК 621.791.722

Г.Л. Пермяков, Т.В. Ольшанская, В.Я. Беленький, Д.Н. Трушников
G.L. Permyakov, T.V. Olshanskaya, V.Y. Belenkiy, D.N. Trushnikov

Пермский национальный исследовательский политехнический университет
Perm National Research Polytechnic University

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ СВАРКИ
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ
РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

**MODELING OF ELECTRON BEAM WELDING
TO DETERMINE THE PARAMETERS WELD JOINTS
OF DISSIMILAR MATERIALS**

Разработана математическая модель для ориентировочного подбора режимов электронно-лучевой сварки разнородных материалов на базе уравнения переноса энергии со смешанными граничными условиями и двумя наборами теплофизических характеристик, зависящими от координат. Решение краевой задачи получено методом функций Грина с использованием программы Mathcad 15.

Ключевые слова: математическая модель, электронно-лучевая сварка, разнородные материалы, метод функций Грина, тепловые процессы.

Developed a mathematical model for the approximate selection of modes of electron-beam welding of dissimilar materials on the basis of energy transfer equation with mixed boundary conditions and the two sets of thermophysical characteristics, which depend on the coordinates. Solution of the boundary value problem is received by the method of Green's functions using the program Mathcad 15.

Keywords: mathematical model, electron-beam welding, dissimilar materials, method of Green's functions, thermal processes.

Тепловые процессы при сварке удобно описывать с помощью уравнения в подвижной системе координат с неподвижным источником. В подвижной системе координат, перемещающейся относительно оси x со скоростью V , уравнение теплопроводности становится уравнением переноса энергии [1, 2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{q}{c\rho}$$

Дифференциальное уравнение переноса энергии является математической моделью целого класса явлений теплопроводности и имеет бесконечное множество решений. Чтобы получить из этого множества одно частное решение, характеризующее конкретный процесс, необходимо иметь дополнительные данные, не содержащиеся в исходном дифференциальном уравнении. Эти дополнительные условия, которые в совокупности с дифференциальным уравнением определяют конкретную задачу, называются условиями однозначности:

1) расчетная схема – бесконечная пластина толщиной δ :

$$-\infty < x < \infty, \quad -\infty < y < \infty, \quad 0 < z < \delta;$$

2) граничные условия смешанного типа:

– на поверхностях $z = 0$ и $z = \delta$ граничные условия второго рода равны 0:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\delta} = 0;$$

– по x и y граничные условия первого рода равны 0;

3) два набора теплофизических характеристик: $c_1, \lambda_1, \rho_1, a_1$ и $c_2, \lambda_2, \rho_2, a_2$;

4) температура в начальный момент времени равна 0.

Сварка производится по стыку двух материалов (вдоль оси $x, y = 0, z = 0$) со скоростью V , электронный луч мощностью $q = IU$, диаметром d . Время сварки t .

Решение краевой задачи производилось методом функций Грина. Интегральное решение уравнения переноса энергии имеет вид

$$T(x, y, z, \tau) = \iiint_{\tau \ z \ y \ x} G(x, x', y, y', z, z', \tau) F(x, y, z, \tau) dx' dy' dz' d\tau,$$

где $G(x, x', y, y', z, z', \tau)$ – функция Грина; $F(x, y, z, \tau)$ – функция источника. Известно, что функция Грина допускает неполное разделение переменных (она разделяется по пространственным переменным x, y, z , но не разделяется по времени τ), т.е. может быть представлена в виде произведения:

$$G(x, x', y, y', z, z', \tau) = G_x(x, x', \tau) G_y(y, y', \tau) G_z(z, z', \tau),$$

$$G_x(x, x', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \exp\left(-\frac{(x - x' + V\tau)^2}{4a\tau}\right),$$

$$G_y(y, y', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \exp\left(-\frac{(y - y')^2}{4a\tau}\right),$$

$$G_z(z, z', \tau) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi a \tau}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\exp\left(-\frac{(z - z' + 2n\delta)^2}{4a\tau}\right) + \exp\left(-\frac{(z + z' + 2n\delta)^2}{4a\tau}\right) \right).$$

Одномерные функции Грина подбираются исходя из краевых условий.

Для оценки характера распределения температурных полей при ЭЛС можно использовать математическую модель, в которой тепловое воздействие электронного луча рассматривается как воздействие непрерывно действующего комбинированного источника [1, 3, 4]. В рамках данного исследования использовались два типа комбинированных источников:

1) ЭЛС с колебаниями луча поперек стыка с амплитудой A – непрерывно действующий линейный по глубине (вдоль оси z , длиной h) и линейный вдоль оси y (длиной $2A$) нормально распределенный источник, вводимый в начале координат, действующий в течение определенного отрезка времени t :

$$F1(x, y, z, \tau) = \frac{q\eta}{c\rho} \left(\frac{k1}{2A} \delta(x') E(y') \delta(z') E(\tau) + \frac{k2}{2Ah} \delta(x') E(y') E(z') E(\tau) \right),$$

$$E(z') = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq z' \leq h, \\ 0 & \text{при } h < z' < 0; \end{cases}$$

$$E(y') = \begin{cases} 1 & \text{при } -A \leq y' \leq A, \\ 0 & \text{при } A < y' < -A; \end{cases}$$

$$E(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } t0 \leq \tau \leq t, \\ 0 & \text{при } \tau > t; \end{cases}$$

2) ЭЛС с X-образными колебаниями луча с амплитудой b – непрерывно действующий линейный по глубине (вдоль оси z , длиной h) и прямоугольный ($2b \times 2b$) на поверхности, нормально распределенный источник, вводимый в начале координат, действующий в течение определенного отрезка времени t :

$$F2(x, y, z, \tau) = \frac{q\eta}{c\rho} \left(\frac{k1}{4b^2} \cdot E(x') E(y') \delta(z') E(\tau) + \frac{k2}{4b^2 h} E(x') E(y') E(z') E(\tau) \right),$$

$$E(x') = \begin{cases} 1 & \text{при } -b \leq x' \leq b, \\ 0 & \text{при } b < x' < -b; \end{cases}$$

$$E(y') = \begin{cases} 1 & \text{при } -b \leq y' \leq b, \\ 0 & \text{при } b < y' < -b; \end{cases}$$

$$E(z') = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq z' \leq h, \\ 0 & \text{при } h < z' < 0; \end{cases}$$

$$E(\tau) = \begin{cases} 1 & \text{при } t_0 \leq \tau \leq t, \\ 0 & \text{при } \tau > t. \end{cases}$$

Распределение мощности луча q между поверхностным и линейным по глубине источником осуществляется за счет введения коэффициентов распределения энергии k_1 и k_2 соответственно. Среднее значение коэффициентов: $k_1 = 0,2 \dots 0,3$ и $k_2 = 0,7 \dots 0,8$.

Для имитации воздействия нормально-кругового источника рассчитывается время действия фиктивного источника:

$$t_0 = \frac{1}{4aK},$$

коэффициент сосредоточения для заданного диаметра электронного луча

$$K = \frac{12}{d^2}.$$

Судить о величине заглубления линейного источника можно по расчетной глубине проплавления, которая связана с параметрами ЭЛС критериальным уравнением [4]:

$$H = \frac{a^{(1-0,5k)}}{(\lambda T_{пл})^k} (\eta q)^k V^{0,5k-1} d^{-0,5k},$$

где a – температуропроводность; λ – теплопроводность; $T_{пл}$ – температура плавления; η – эффективный КПД; q – мощность теплового потока; V – скорость сварки; d – диаметр луча; $k = 0,68(\lambda T_{пл})^{0,15}$.

Таким образом, запишем интегральное решение уравнения переноса энергии относительно функции первого источника, которое описывает математическую модель ЭЛС с поперечными колебаниями луча:

$$T_1(x, y, z, \tau) = \frac{k_1 \cdot q \eta}{8A\pi\lambda} \int_{t_0}^t \frac{1}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{(x+V\tau)^2}{4a\tau}\right) \times$$

$$\times \left(\operatorname{erf}\left(\frac{y+A}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y-A}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(z+2n\delta)^2}{4a\tau}\right) d\tau +$$

$$+ \frac{k_2 \cdot q \eta}{16Ahc\rho\sqrt{\pi a}} \int_{t_0}^t \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot \exp\left(-\frac{(x+V \cdot \tau)^2}{4a\tau}\right) \times$$

$$\times \left(\operatorname{erf} \left(\frac{y+A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y-A}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{z+h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{z-h+2n\delta}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) \right) \partial\tau.$$

Аналогично запишем интегральное решение переноса энергии относительно функции второго источника, которое описывает математическую модель ЭЛС с X-образными колебаниями луча:

$$T2(x, y, z, \tau) = \frac{k1 \cdot q\eta}{16b^2 c\rho \sqrt{\pi a}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{\tau}} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{x+b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x-b+V \cdot \tau}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) \right) \times \\ \times \left(\operatorname{erf} \left(\frac{y+b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y-b}{2 \cdot \sqrt{a\tau}} \right) \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\exp \left(-\frac{(z+2n\delta)^2}{4a\tau} \right) \right) \partial\tau + \frac{k2 \cdot q\eta}{32b^2 hc\rho} \times \\ \times \int_0^t \left(\operatorname{erf} \left(\frac{x+b+V\tau}{2\sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x-b+V\tau}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right) \left(\operatorname{erf} \left(\frac{y+b}{2\sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{y-b}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right) \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\operatorname{erf} \left(\frac{z+h+2n\delta}{2\sqrt{a\tau}} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{z-h+2n\delta}{2\sqrt{a\tau}} \right) \right) \partial\tau.$$

Для моделирования сварки разнородных материалов необходимо задать зависимость теплофизических характеристик от координат. Поскольку сварка начинается в точке с координатами $y = 0$, на поверхности расчетного тела ($z = 0$), вдоль оси x , границей раздела двух материалов будет ось y . Соответственно, области, лежащей слева, т.е. при $y < 0$, присваиваются значения теплофизических характеристик первого материала ($c1, \lambda1, \rho1, a1$), области, лежащей справа, т.е. при $y > 0$ присваиваются значения теплофизических характеристик второго материала ($c2, \lambda2, \rho2, a2$). В качестве допущения присваиваем среднее значение теплофизических характеристик материалов при $y = 0$. Теплофизические характеристики свариваемых материалов представлены в таблице.

Теплофизические характеристики материалов

Параметр	Сталь 12Х21Н5Т	Бронза БрХ08
Коэффициент теплопроводности λ , Дж/(с·м·К)	25	260
Плотность ρ , кг/м ³	7650	8900
Теплоемкость c , Дж/(кг·К)	528	480
Температура плавления	~1500	~1080

Расчет температурных полей производился в программе Mathcad 15. Листинг состоит из нескольких последовательных этапов:

1) присвоение переменным значений режима сварки (ускоряющее напряжение, ток луча, диаметр луча на поверхности, скорость сварки, время сварки) и теплофизических характеристик свариваемых материалов (теплопроводность, плотность, теплоемкость);

2) предварительный расчет глубины проплавления на основе исходных данных для определения величины заглубления линейного источника. Расчет дополнительных параметров (коэффициент сосредоточения K и время действия фиктивного источника t_0);

3) расчет температурных полей по координатным плоскостям X – Y и Y – Z .

Результаты моделирования и сравнение с экспериментальными данными. Расчетные данные были сопоставлены с образцами, сваренными из стали 12Х21Н5Т (толщина 7,5 мм) с бронзой БрХ08 (толщина 5,5 мм), соединение в замок. Образцы были сварены по следующим режимам:

- режим 1: $I = 32 \dots 34$ мА, $U = 60$ кВ, $V_{св} = 5$ мм/с, поперечные колебания;
- режим 2: $I = 32 \dots 35$ мА, $U = 60$ кВ, $V_{св} = 5$ мм/с, Х-образные колебания.

Рассмотрим первый режим. Расчетные температурные поля в плоскости X – Y при $z = 0$ представлены на рис. 1.

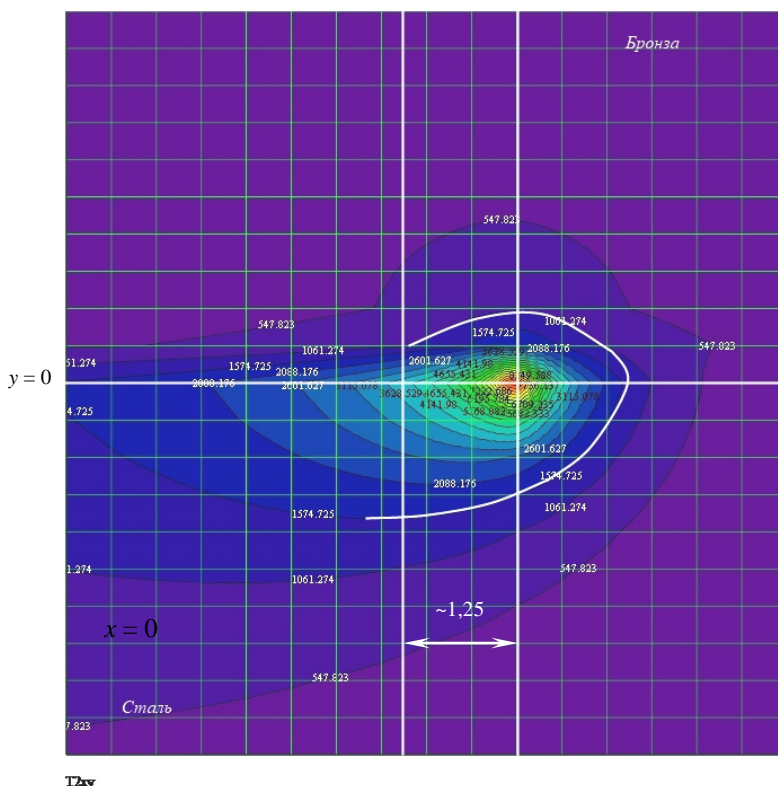
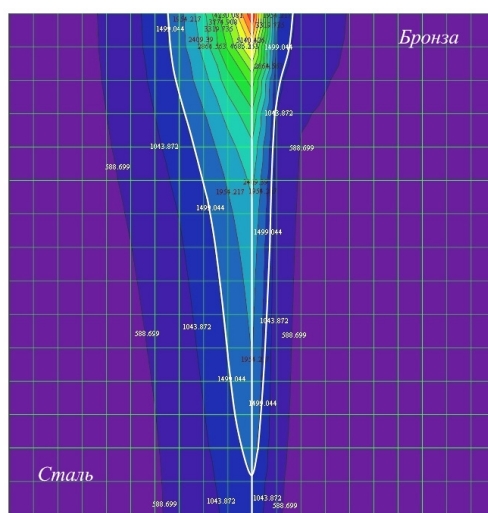


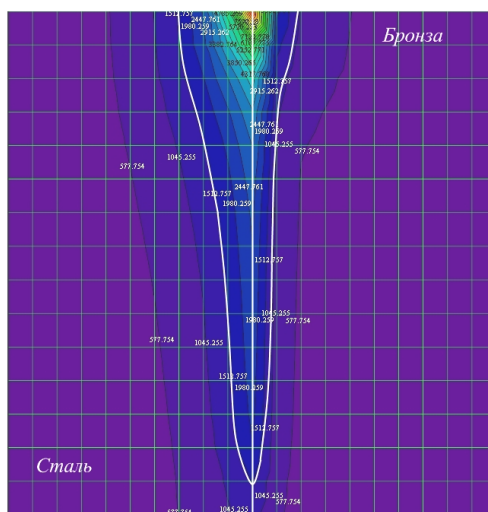
Рис. 1. Распределение температур в плоскости X – Y при $z = 0$ (деление 0,5 мм) для режима 1

Максимальная ширина зоны, нагретой до температуры плавления, в стали смещена относительно координаты $x = 0$. Это связано с большей тепловой инерцией стали по сравнению с бронзой. Для получения достоверных данных по параметрам шва необходимо производить расчет тепловых полей в плоскости $Y-Z$ при $x = 0$ (для определения ширины шва по бронзе) и при смещении на 1,25 мм (для определения ширины шва по стали). Расчетные температурные поля в плоскости $Y-Z$ представлены на рис. 2.



$y = 0$

a



$y = 0$

б

Рис. 2. Распределение температур в плоскости $Y-Z$ для режима 1: *a* – со смещением по оси x ; *б* – при $x = 0$

Совместив графики температурных полей можно получить максимально приближенную форму шва (рис. 3).

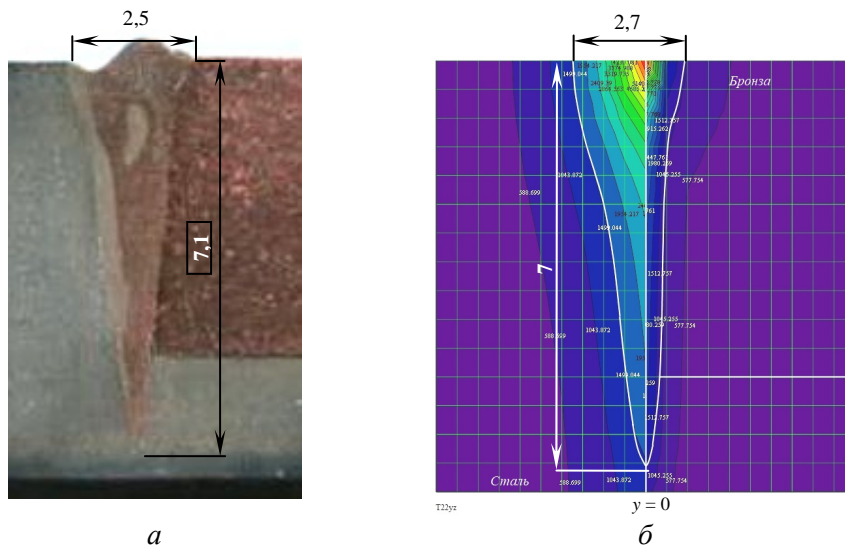


Рис. 3. Сопоставление экспериментальной (а) и расчетной (б) формы шва для режима 1

Расхождение экспериментальных и расчетных данных по ширине шва составляет 8 %, по глубине проплавления – 1,5 %.

Рассмотрим второй режим. Расчетные температурные поля в плоскости $X-Y$ при $z = 0$ представлены на рис. 4.

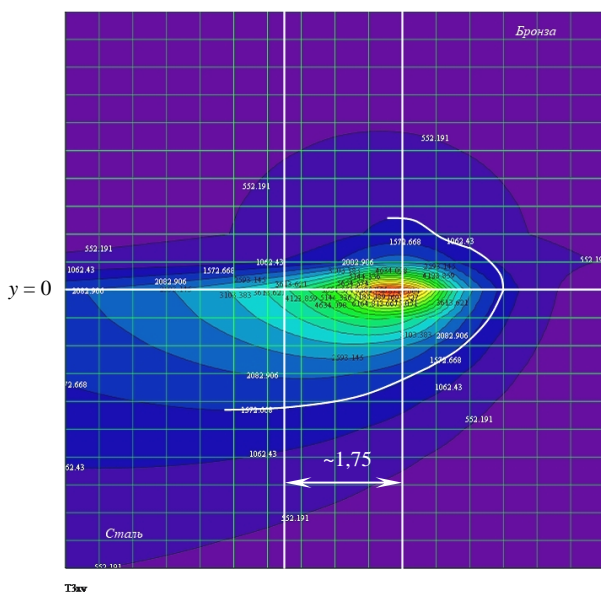


Рис. 4. Распределение температур в плоскости $X-Y$ при $z = 0$ (деление 0,5 мм) для режима 2

Для получения данных по параметрам шва необходимо произвести расчет тепловых полей в плоскости $Y-Z$ при $x = 0$ (для определения ширины шва по бронзе) и при смещении на 1,75 мм (для определения ширины шва по стали). Расчетные температурные поля в плоскости $Y-Z$ представлены на рис. 5.

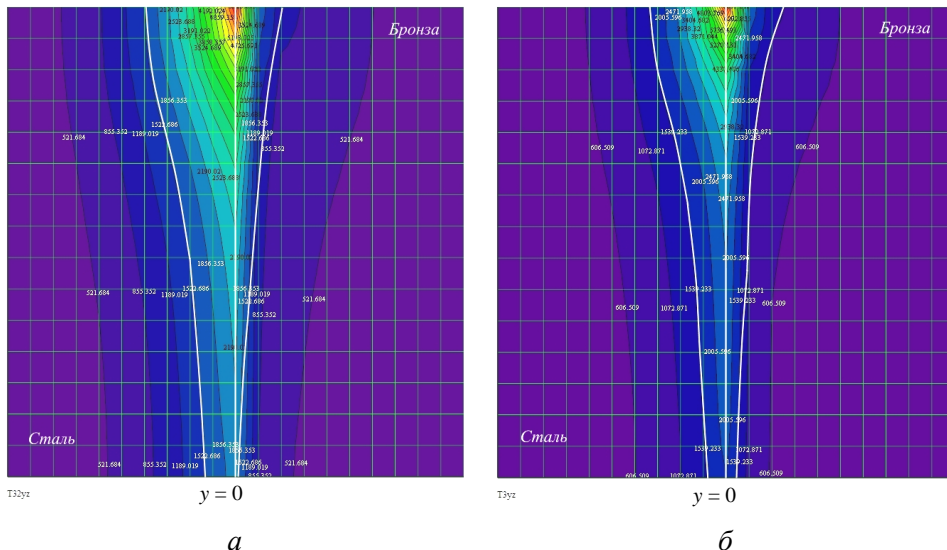


Рис. 5. Распределение температур в плоскости $Y-Z$ для режима 2: a – со смещением по оси x ; b – при $x = 0$

Совмещенные графики и результаты представлены на рис. 6.

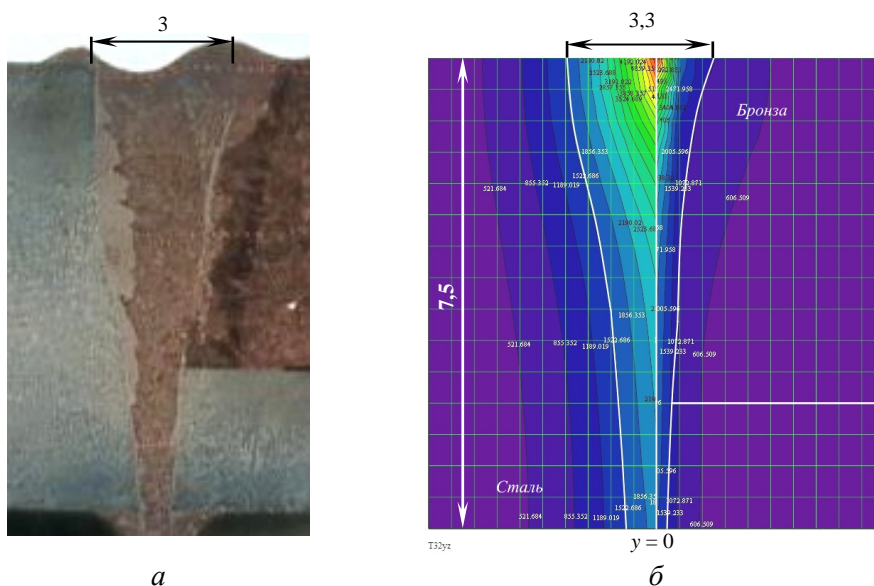


Рис. 6. Сопоставление экспериментальной (a) и расчетной (b) формы шва для режима 2

Расхождение экспериментальных и расчетных данных по ширине шва составляет 10 %.

Таким образом, нами получена математическая модель для расчетов температурных полей при электронно-лучевой сварке разнородных материалов с осцилляцией луча (поперечные и X-образные колебания). Расчетные температурные поля, полученные при помощи данной модели, позволяют судить о геометрии сварных швов с точностью, достаточной для инженерных расчетов. Данная модель может быть использована для ориентировочного подбора режимов сварки разнородных материалов.

Работа выполнялась при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований РФФИ-Урал № 11-08-96016 и 13-08-00397 и при финансовой поддержке министерства образования Пермского края.

Список литературы

1. Язовских В.М. Математическое моделирование и инженерные методы расчета в сварке: в 2 ч. Ч. 2. Тепловые процессы при сварке и моделирование в пакете Mathcad. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 119 с.
2. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. – М.: Машгиз, 1951. – 296 с.
3. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зуев И.В. Основы электронно-лучевой обработки материалов. – М.: Машиностроение, 1978. – 239 с.
4. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов: справочник / Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, И.В. Зуев, А.Н. Кокора. – М.: Машиностроение, 1985. – 496 с.

Получено 31.10.2013

Пермяков Глеб Львович – аспирант, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: gleb.permyakov@yandex.ru).

Ольшанская Татьяна Васильевна – кандидат технических наук, доцент, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: tvo66@rambler.ru).

Беленький Владимир Яковлевич – доктор технических наук, профессор, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: belenkiy@pstu.ru).

Трушников Дмитрий Николаевич – кандидат технических наук, доцент, Пермский национальный исследовательский политехнический университет (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: trdimitr@yandex.ru).

Permiakov Gleb Lvovich – Graduate Student, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: gleb.permyakov@yandex.ru).

Olshanskaya Tatiana Vasilevna – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: tvo66@rambler.ru).

Belenkiy Vladimir Jakovlevich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: Belenkiy@pstu.ru).

Trushnikov Dmitriy Nikolaevich – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, Komsomolsky av., 29, e-mail: trdimitr@yandex.ru).