

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ДОРОЖНОГО ПОЛОТНА

Г.Л. Колмогоров, И.А. Есипенко

Пермский государственный технический университет

Рассматривается напряженно-деформированное состояние пластинки на упругом основании, моделирующей двухполосное автомобильное движение. При решении использован энергетический подход к определению упругих деформаций и напряжений, показано влияние коэффициента упругого основания.

Одной из основных причин дорожно-транспортных происшествий являются не соответствующие нормативным требованиям дорожные условия, такие как деформации поверхности покрытия проезжей части дороги [1]. Деформации дорожной одежды возникают в результате воздействия транспортных средств, от которых на дорожное покрытие передаются вертикальные и горизонтальные усилия. Основную роль при этом играют вертикальные нагрузки.

На прямолинейных участках автомобильная дорога представляет собой прямоугольную пластину бесконечной длины на упругом основании, свободно опертую по краям. В условиях интенсивного движения транспорта можно принять нагрузку постоянной по длине и в качестве расчетной схемы принять полосу единичного размера (1 м) по длине дороги (рис. 1). Размер b при этом соответствует ширине проезжей части дороги с двухсторонним движением. Приложенные силы P соответствуют вертикальной нагрузке от колес транспортных средств при двухполосном движении.

Для решения задачи о напряженно-деформированном состоянии полосы дорожного полотна использован математический аппарат механики пластин, в частности энергетический (вариационный) метод для пластин, предложенный С.П. Тимошенко, в соответствии с которым рассматривается полная энергия системы [2].

$$\mathcal{E} = U_1 + U_2 + V ,$$

где U_1 – потенциальная энергия деформации пластины; U_2 – потенциальная энергия деформации упругого основания; V – потенциал нагрузки, равный работе внешних сил с обратным знаком ($V = -A_n$).

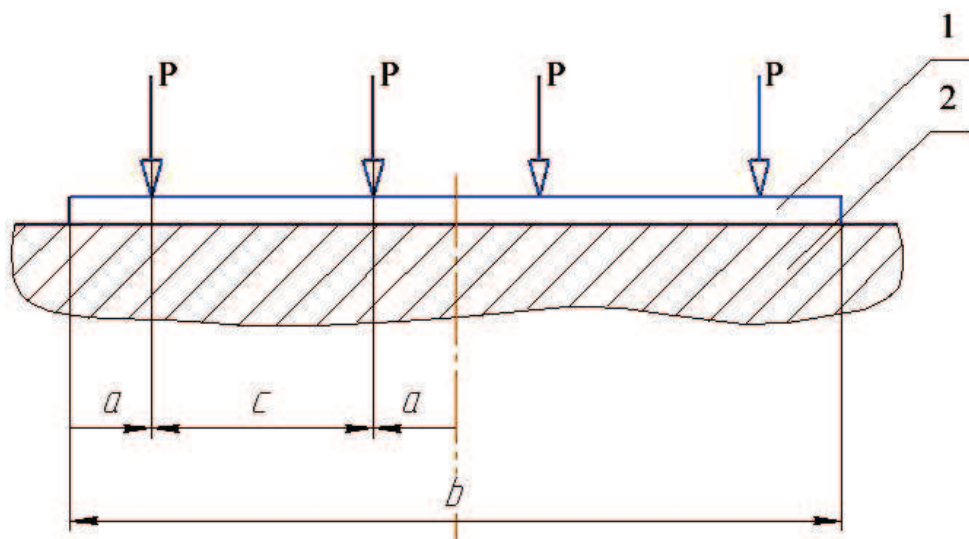


Рис. 1. Расчетная схема

Потенциальная энергия изгиба пластины равна

$$U_1 = \frac{D}{2} \iint_F \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right] dx dy, \quad (1)$$

где w – функция прогиба; $D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость

пластины; h – толщина пластинки; E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона.

Для принятой расчетной схемы (рис. 1) соотношение (1) упрощается и принимает вид

$$U_1 = \frac{D}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx,$$

где b – ширина пластинки.

Энергия упругого основания запишется в следующем виде:

$$U_2 = \frac{k}{2} \int_0^b w^2 \cdot dx;$$

где k – коэффициент упругого основания (коэффициент постели).

Суммарная работа сосредоточенных сил

$$A_H = \sum_{i=1}^4 P_i w_i(x_i);$$

где $w_i(x_i)$ – перемещения в точках приложения сосредоточенных сил.

В соответствии с методом Ритца–Тимошенко зададимся функцией прогибов в виде ряда,

$$w = \sum_i a_i \sin \frac{(2i-1)\pi x}{b}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где a_i – неизвестные варьируемые коэффициенты.

Ряд (2) удовлетворяет статическим и кинематическим граничным условиям свободного опирания пластины по концам.

В соответствии с методом Ритца – Тимошенко неизвестные коэффициенты a_i ряда (2) определяются из условия минимума полной энергии

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_i} = 0.$$

На рис. 2 приведено распределение прогибов по ширине дорожного полотна. При расчете использовали следующие значения параметров: $E = 1,8 \cdot 10^3$ МПа; $\mu = 0,35$ м; $h = 0,2$ м; $b = 6$ м (дорога IV категории); $a = 0,8$ м; $c = 1,4$ м; $k = 2 \cdot 10^8$ Н/м³; $P = 3500$ Н.

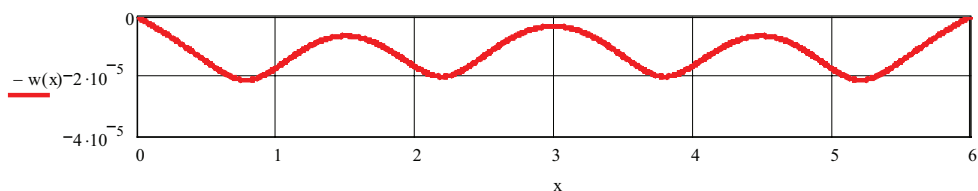


Рис. 2. Характер изменения прогибов по ширине полосы дороги

Из рис. 2 следует, что максимальные прогибы соответствуют точкам приложения нагрузки.

На рис. 3 представлены зависимости максимальных прогибов от толщины асфальтобетонного покрытия для различных значений коэффициента упругого основания. Из рис. 3 следует, что увеличение толщины покрытия приводит к снижению максимальных прогибов. Увеличение коэффициента постели также способствует снижению прогибов.

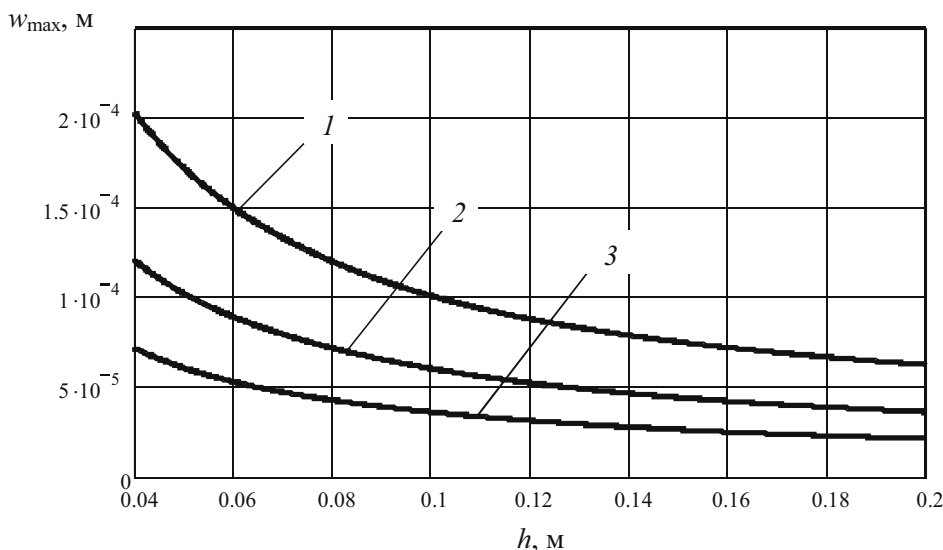


Рис. 3. Зависимость максимальных прогибов от толщины дорожного покрытия: 1 – $k = 0.5 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$; 2 – $k = 10^8 \text{ Н/м}^3$; 3 – $k = 2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^3$

При известной функции прогибов определяются действующие изгибающие моменты:

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad M_y = \mu \cdot M_x$$

и соответствующие максимальные напряжения:

$$\sigma_x^{\max} = \pm \frac{6 \cdot M_x^{\max}}{h^2}; \quad \sigma_y^{\max} = \pm \frac{6 \cdot M_y^{\max}}{h^2}.$$

На рис. 4 показаны зависимости максимальных напряжений от толщины асфальтобетонного покрытия для различных значений коэффициента постели. Из рис. 4 следует, что с увеличением толщины и коэффициента упругого основания максимальные напряжения снижаются.

ся. Знание максимальных напряжений позволяет оценить прочность асфальтобетонного покрытия.

Таким образом, применение аппарата механики пластин позволяет решить вопросы деформированного и напряженного состояний, обеспечить необходимую жесткость и прочность асфальтобетонного дорожного покрытия.

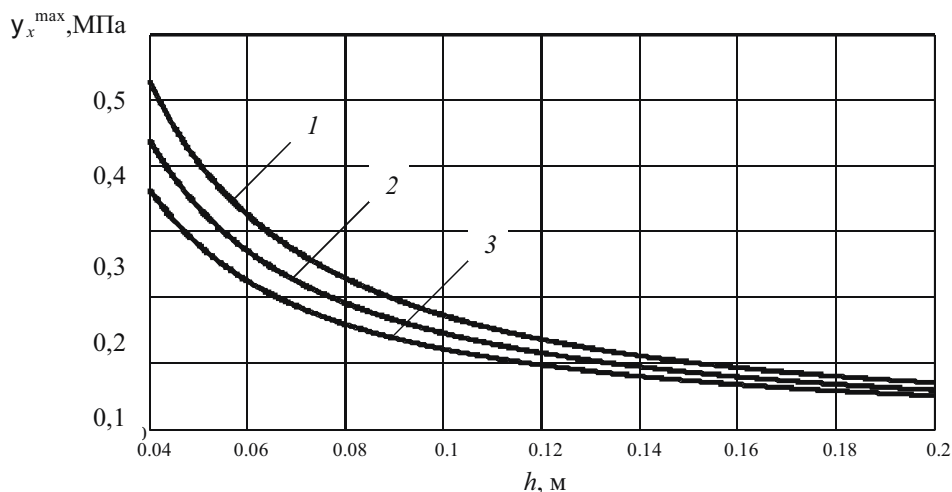


Рис. 4. Зависимость максимальных напряжений от толщины дорожного покрытия: 1 – $k = 0,5 \cdot 10^8$ Н/м³; 2 – $k = 10^8$ Н/м³; 3 – $k = 2 \cdot 10^8$ Н/м³

Список литературы

1. Андреев О.В., Бабков В.Ф. Проектирование автомобильных дорог: учебник для вузов – М.: Транспорт, 1987. – 368 с.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 635 с.

Получено 2.08.2010