УДК 624.138.5.042.5

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ТЕРМОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ГЛИНИСТЫХ ГРУНТАХ ПРИ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОМ ЗАКРЕПЛЕНИИ

А.М. Бургонутдинов, Б.С. Юшков

Пермский государственный технический университет

Существующие методы борьбы с морозобойными трещинами на автомобильных дорогах, в силу своих ограничений и трудоемкости лишь позволяют на неопределенный срок стабилизировать дорожную конструкцию. Предлагаемый метод электрохимического закрепления, подверженных морозному пучению грунтов позволяет эффективно использовать при эксплуатации и реконструкции автомобильных дорог.

Работа посвящена вопросу закрепления пучинистых глинистых грунтов, лежащих в основаниях автомобильных дорог, устраиваемых в выемках методом электрохимической обработки.

Способ электрохимической инъекции принципиально отличается от других способов инъекции в грунтах. При данном методе создается возможность передачи на закрепленный глинистый грунт высокого давления, превышающего на порядок давление которое воспринимал грунт до закрепления. Сочетание небольшой длины инъектора и высокой несущей способности закрепленного грунта, а также устойчивость против морозного выпучивания делают рекомендуемый способ эффективным в сравнении с другими методами борьбы с морозобойными трещинами на автомобильных дорогах.

Процесс расширения замкнутой полости под давлением p (рис. 1) рассматривается как результат нагружения цилиндрической и сферической полостей.Технические возможности метода инъекции позволяют в общем случае сформировать протяженную полость, на стенки которой действует внутреннее давление.

При электрохимической обработке глинистых грунтов напряжения по некоторым направлениям превышают природные $\sigma_к$, а по другим – меньше них, образуется разномодульное напряженное состояние со следующими соотношениями, соответствующими закону Гука для анизотропной среды:

$$d\varepsilon_к = d\sigma_к / E_к - \nu \sum d\sigma_j / E_j. \qquad (1)$$

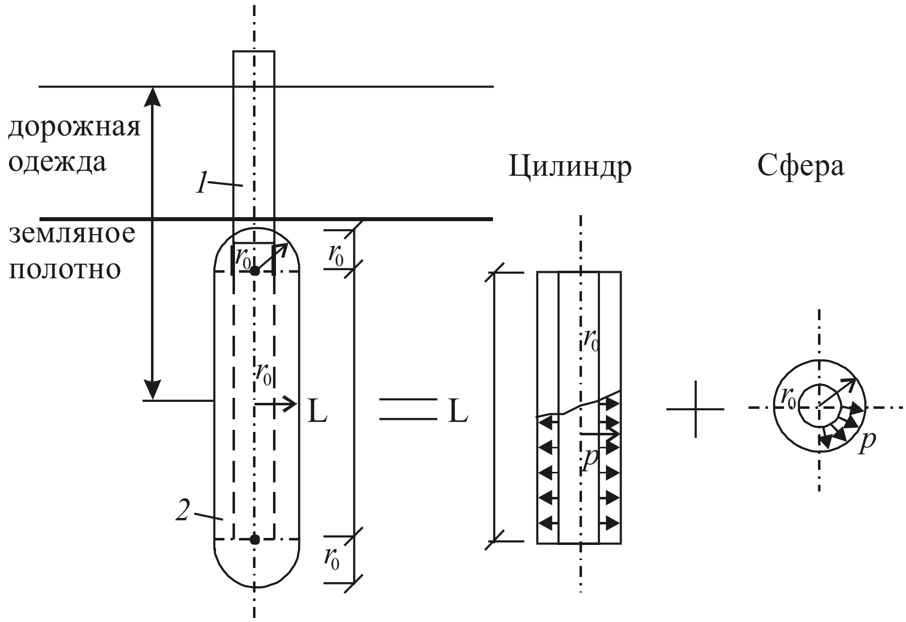

Рис. 1. Схематизация задачи об образовании инъекционной полости в грунте: *1* – ствол инъектора; *2* – инъекционное уширение

Данная запись предполагает различные модули деформации и упругости в общем случае – по трем главным направлениям. Если напряжения сжимающие и одновременно большие, чем $\sigma_к$, тогда в формировании деформаций в этом направлении участвует модуль деформации E, если же напряжения растягивающие, тогда деформации формируются с модулем деформации при растяжении $E_р$.

Отметим также, что такое разномодульное представление напряженного состояния впервые предложено В.А. Амбарцумяном; возникло даже отдельное направление механики сплошной среды – разномодульная теория упругости [1].

В рамках же модели упрочняющейся разномодульной грунтовой среды (УРС) разномодульное представление используется для учета допредельных пластических деформаций. Другими словами, учет разномодульности грунта есть, по сути, учет пластичности грунта, т.е. факта образования необратимых деформаций.

Более строгое представление модулей деформации – упругости в модели УРС осуществляется по правилам

при $\sigma_к \geq 0$ и $d\sigma_к \geq 0$ $E_к = E;$

при $\sigma_к \geq 0$ и $d\sigma_к < 0$ $E_к = E_0;$

при $\sigma_к < 0$ и $d\sigma_к < 0$ $E_к = E_р$.

Таким образом, любое решение задачи требует предварительного знания как знака напряжения (сжимающие или растягивающие), так и знаков их приращений по сравнению с ранее действовавшими напряжениями.

Наиболее простому случаю, когда начальные напряжения от собственного веса невелики, соответствует диаграмма, приведенная на рис. 2. Наклоны соответствующих ветвей графика характеризуют (рис. 2, *а*) модули деформации при сжатии E или растяжении $E_р$; наклон графика сдвига в координатах $\sigma_i - \varepsilon_i$ (рис. 2, *б*) соответствует модулю сдвига,

$$G = EE_Р/E + (I - 2\nu)E_р.$$

Соответствующие обобщенные напряжения и деформации выражаются так:

– $\sigma_i = 1/\sqrt{6}\ \sqrt{}\ [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$ – интенсивность касательных напряжений;

– $\varepsilon_i = \sqrt{2/3}\ \sqrt{}\ [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^+ (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^{2\ +} (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2\ ]$ – интенсивность деформаций сдвига.

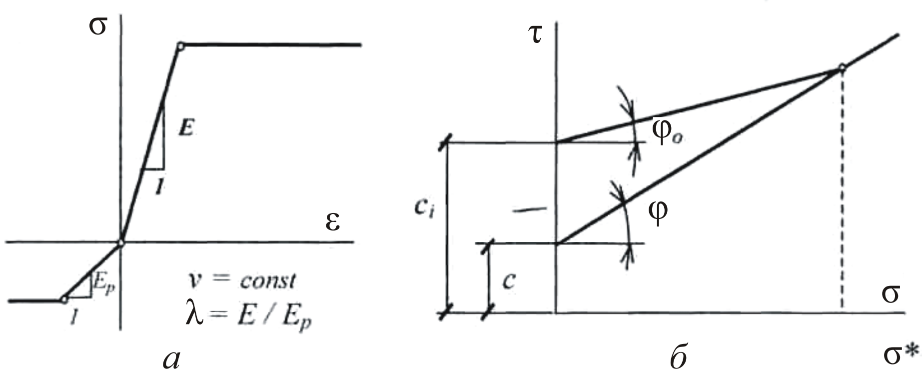

Рис. 2. Зависимости модели упрочняющейся разномодульной грунтовой среды: *а* – диаграмма деформирования $\sigma = f(\varepsilon)$; *б* – график сдвига $\tau = f(\sigma)$

При некотором значении критического напряжения $\sigma_{1кр}$, которому соответствуют различные значения осевых напряжений в области сжатия $\sigma_{1кр}$ и растяжения $\sigma_{jкр}$ образуется пластическое течение (см. рис. 2, *а*). В модели УРС принят закон пластического течения согласно закону, ассоциированному с условием прочности $F = 0$, т.е.

$$\mathrm{d}s^f = \mathrm{d}F/\mathrm{d}a_k \mathrm{d}f,$$

где de – приращение пластических деформаций течения; $\mathrm{d}F/\mathrm{d}a_k$ – частная производная условия прочности по каждому их главных напряжений, участвующих в реализуемом предельном состоянии; $\mathrm{d}f$ – параметр, определяемый в зависимости от достигнутого НДС в конкретной задаче.

Второй важнейшей особенностью модели УРС является запись условия прочности $F = 0$. Для площадки, по которой реализуется сдвиг и по которой действует нормально σ_n и касательное τ_n напряжения, предельному состоянию соответствует уравнение

$$F = \tau_n - c_i - \sigma_n \,\mathrm{tg}\varphi_0 = 0, \qquad (2)$$

где $c_t = c + \sigma_n$ $(\mathrm{tq}\varphi - \mathrm{tq}\varphi_0)$ – переменное сцепление, зависящее от стандартных параметров $c;$ φ среднего напряжения $\sigma^x = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ и угла внутреннего трения φ_0 при заданном давлении σ_n.

Графическая иллюстрация условия прочности (2) приведена на рис. 2, *б*. Принципиальное отличие этого условия от традиционно примененного условия прочности Кулона $\tau = c + \sigma\ \mathrm{tg}\varphi$ состоит в том, что состояние сдвига анализируется с переменным сцеплением с, и постоянным углом внутреннего трения φ_0.

Это обстоятельство отвечает понятию об упрочнении грунта и отражает его фундаментальное свойство как сжимаемой среды, которая увеличивает прочность при возрастании среднего напряжения в грунте σ^x и практически сохраняет ее при уменьшении σ_n. Это понятие основано на многочисленных экспериментах ВНИИГА [1], а в расчетную практику введено Н. Хворслевым в начале XX века. Соответственно закон в форме (2) называют теперь условием прочности Кулона-Хворслева. Известны многочисленные модификации этого условия [2]. В настоящей модификации новым является использование всестороннего (среднего) напряжения σ^x в качестве параметра упрочнения, который «контролирует» ситуацию в отношении не только прочности, но, как было показано выше, – и упрочнения.

То же условие прочности (2), записанное через главные напряжения (максимальное σ_1 и минимальное σ_3), т.е. в форме, подобной условию Кулона – Мора, имеет вид

$$F = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi_0 - 2\, c_{\{} \cos \varphi_0 = 0$$

и может быть названо условием прочности Кулона – Мора – Хворслева.

Таким образом, модель УРС имеет две принципиальные особенности: разномодульность и упрочнение, которые зависят как от свойств грунта, так и от конкретного НДС.

В.В. Лушниковым [1] показано, что учет этих двух факторов отражает практически все известные зависимости свойств грунтов от напряженного состояния и способов его создания, в частности:

– от траектории нагружения;

– от вида напряженного состояния;

– от поворота главных осей при нагружении.

Другими словами, модель УРС является современной расчетной нелинейной моделью, которая имеет высокую разрешающую способность.

Параметры ее следующие:

– E – модуль деформации;

– λ – коэффициент разномодульности, $\lambda = E/E_{\text{р}}$;

– v – коэффициент поперечной деформации;

– c – удельное сцепление;

– φ – угол внутреннего трения;

– as – коэффициент упрочнения, $as = \varphi / \varphi_0$.

Кроме перечисленных достоинств модели, ее положительно характеризует использование в основе общепринятых (стандартных) параметров (E, v, c, φ) и минимальное количество дополнительно привлекаемых параметров (λ, as), которые могут быть легко табулированы или вычислены косвенно, через другие известные и более просто определяемые характеристики.

Решение плоской осесимметричной задачи о расширении цилиндрической полости достаточно хорошо известно.

В настоящей работе рассматривается частный случай общего решения, относящийся к анализу НДС невесомой среды. Задача заслуживает специального рассмотрения, поскольку представляет собой не только частный, но также особый случай, когда решение механически не сводится к частному.

Рассмотри задачу в *упругой* постановке. При решении задачи используются физические соотношения (3), условия равновесия (4) и совместности деформаций (5).

Физические соотношения для частного случая невесомой среды, когда растяжение возникает с самого начала нагружения, имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1/E\ \sigma_1\ v/E_p\ \sigma_2 - v/E_p\ \sigma_3; \\ \varepsilon_2 &= v/E\ \sigma_1 + 1/E_p\ \sigma_2 - v/E_p\ \sigma_3; \\ \varepsilon_3 &= -\ v/E\ \sigma_1 - v/Ep\ \sigma_2 + \text{У}E_p\ \sigma_3. \end{aligned} \tag{3}$$

Эти соотношения вытекают из общей формы записи закона Гука; при этом индекс 1 соответствует оси r (радиальное направление), 2 – оси Θ (тангенциальное), 3 – оси z (осевое). Обозначения к задаче показаны на рис. 2.

Уравнение равновесия для данного случая, когда рассматриваемые оси являются главными, а касательные напряжения отсутствуют, имеет вид

$$\sigma_1 - \sigma_2 + r\, d\, \sigma_1/\mathrm{d}r = 0. \tag{4}$$

Уравнение совместности деформаций, вытекающие из уравнений сплошности среды, записывается как

$$\varepsilon_1 = \mathrm{d}u/\mathrm{d}r;\ \varepsilon_2 = u\,/\,\mathrm{r}, \tag{5}$$

где u – радиальные перемещения произвольной точки (см. рис. 1).

Необходимо задать условия относительно третьей (осевой) компоненты деформации ε_3. Возможные расчетные схемы – плоская деформация $\varepsilon_3 = 0$ или плоское напряженное состояние $\sigma_3 = \mathrm{const}$ и соотношения для ε_3.

Казалось бы, наличие по торцам цилиндра сферической полости, создает растягивающие напряжения в осевом направлении. Однако трещины, если они возникнут, сразу же заполнятся раствором, т.е. осевых деформаций грунта фактически не возникнет. Кроме того, различие в расчетных схемах, очевидно, не изменит принципиального характера зависимостей. По этой причине без дополнительного исследования рассматривается схема плоской деформации.

Это условие позволяет, приравняв к нулю третье выражение в (3), найти связь между ε и σ для плоской деформации, поскольку

$$\sigma_3 = (\sigma_1 + \lambda\, \sigma_2). \tag{6}$$

Заметим, что σ_3 всегда меньше нуля; в противном случае в выражениях закона Гука в третьем столбце следовало бы подставлять модуль не растяжения, а сжатия. После подстановки (10) в (7), выражения получат вид:

$$\varepsilon_1 = A_{11}\, \sigma_1 + A_{12}\, \sigma_2,$$

$$\varepsilon_2 = A_{21}\, \sigma_1, + A_{22}\, \sigma_2,$$

где $A_{11} = 1 - \nu^2/E$; $A_{12} = -\lambda\nu(1 + \nu)\,/E$;

$$A_{21} = -\nu(1 + \nu)/E;\ A_{22} = \lambda\, (1 - \nu^2)/E.$$

Решение этих уравнений приводит к дифференциальному уравнению

$$r^2 d^2 \sigma_1 /dr^2 + a_1 r \, d\sigma_1 /dr + a_2 \sigma_1, = 0,$$

где $a_1 = (A_{21} - A_{12} + 3A_{22})/A_{22}$; $a_2 = (A_{22} + A_{21} - A_{12} - A_{11}) /A_{22;}$

Решение его в общем случае имеет вид

$$\sigma_1 - C_1 r_1^{\omega} + C_2 r_2^{\omega},$$

где $\omega_{1,2} = [A_{12} - A_{21} - 2A_{22}]/2A_{22} \pm \sqrt{\{ [(A_{12} - A_{21} - 2A_{22}/2A_{22})]^2 - [A_{22} + A_{21} - - A_{12} - A_{11}]/A_{22}\}}$.

Произвольные постоянные $C_{1,2}$ находятся следующим образом: из условия равенства нулю дополнительных (к природному) радиальных напряжений (и, следовательно, – перемещений) следует, что $C_2 = 0;$ постоянная C_1 находится из условия на контуре скважины $r_0 = 1$:

$$\sigma_1 = C_1 r_0^{\omega} = (p - \sigma_2) r_0^{\omega},$$

где p – полное давление, действующее на внутреннюю поверхность полости (см. рис. 2); σ_0 – горизонтальное давление в грунте; $\omega = \omega_1$, поскольку значение ω_2 в дальнейшем анализе не участвует.

Относительно горизонтального давления в грунте существует несколько гипотез, главные из которых:

– геостатики или теории упругости: $\sigma_0 = yz \, \&_0$, где y – удельный вес; z – глубина; $\&_0 = vI(1 - v)$ – коэффициент бокового давления;

– гидростатики: $\sigma_0 = yz;$

– предельного равновесия: $\sigma_0 = \lambda_{\text{ап}} yz,$ где $\lambda_{\text{ап}} = tq^2 (45° \pm \varphi/2)$ – коэффициент бытового давления, который в зависимости от знака учета угла внутреннего трения при $\varphi/2$ может принимать значения от активного (a) до пассивного (n) равновесия.

Имея в виду, что в формировании напряженно-деформированного состояния грунта участвует давление от собственного веса сразу в двух направлениях – горизонтальном и вертикальном. Здесь целесообразно в качестве σ_0 принять среднее значение между тремя компонентами давления от собственного веса грунта – двух горизонтальных $\sigma_h = yz\&_0$ (соответственно в осях 1 и 2) и одного вертикального $\sigma_z = yz$ (по оси 3), т.е. $\sigma_0 = (2\sigma_h \, \sigma_z)/3$.

Таким образом, выражения, характеризующие НДС среды, следующие:

– для полных напряжений:

$$\sigma_1 = (p - \sigma_0) \, r^{\omega} + \sigma_0,$$
$$\sigma_2 = (1 + \omega) \, (p - \sigma_0)^{y\omega} + \sigma_0;$$

– для деформаций

$$\varepsilon_1 = A_{11}\ \sigma_1 + A_{12}\ \sigma_2 = [A_{11} + (1+\ \omega)\ A_{12}]\ (p - \sigma_0)\ r^{\ \omega};$$

$$\varepsilon_2 = F_{21}\ \sigma_1,+ A_{22}\ \sigma_2 = [A_{21} + (1+\ \omega)\ A_{22}]\ (p - \sigma_0)\ r^{\ \omega};$$

– для перемещений

$$u = [A_{21}+ (1 + \omega)\ A_{22}]\ (p - \sigma_0)\ r^{\ 1+\omega};$$

– для перемещений стенки скважины ($r = r_0 = 1$)

$$u_0 = A(p - \sigma_0)\ r,$$

где $A = A_{21} + (1+ \omega)\ A_{22}$.

Полученные теоретические и экспериментальные результаты упрочнения электрохимическим способом грунтов, расположенных в основании дорог, позволяют увеличить срок службы дорожной конструкции путем устранения морозобойных трещин на асфальтобетонном покрытии автомобильных дорог.

Список литературы

1. Лушников В.В. Развитие прессиометрического метода исследований нескальных грунтов: дис. … д-ра. техн.наук / ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева. – Л., 1991. – 393 с.

2. Оржеховская Р.Я. Анализ результатов статических испытаний грунтов оснований зданий и сооружений на основе модели упрочняющейся разномодульной среды: дис. … канд. техн. наук.– Свердловск, 1989. – 150 с.

Получено 2.08.2010