

А.А. Каменских, Н.А. Труфанов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОПОРНОЙ ЧАСТИ И КОНТАКТНОГО УЗЛА

Рассмотрено осесимметричное контактное напряженно-деформированное состояние конструкции опорных частей с шаровым сегментом пролетных строений мостов в сборе и отдельно ее контактного узла. Произведено сравнение деформационного поведения двух моделей и уточнение граничных условий для контактного узла. Изучен характер распределения нормальных и касательных напряжений на контактных поверхностях конструкции для моделей опорной части в сборе и контактного узла. Численные исследования позволили установить влияние геометрии конструкции на распределение участков с разным типом взаимодействия в зоне контакта (сцепление, проскальзывание и отлипание), величину и характер контактного давления и контактного касательного напряжения.

Ключевые слова: контактное взаимодействие, метод конечных элементов, трение, сферический контактный узел, антифрикционная полимерная прослойка.

A.A. Kamenskikh, N.A. Trufanov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia

THE NUMERICAL ANALYSIS STRESS-STRAIN STATE OF SPHERICAL BEARINGS AND CONTACT SYSTEM

The axisymmetric contact tension of a design of bearings with a spherical segment of flying structures of bridges in assessment and separately its contact system is considered. Comparison of deformation behavior of two models and specification of boundary conditions for contact system is made. The distribution character of normal and tangents stresses on contact interaction surfaces of a design is investigated for models of bridges in assessment and its contact system. The effect of a design geometry on distribution of contact zones (adhesion, slipping and detachment), size and behavior of the contact pressure and contact tangential stress is established as a result of computational investigations.

Keywords: contact interaction, finite element method, friction, spherical contact system, antifrictional polymeric interlayer.

Многие узлы и конструкции, применяемые в машиностроении, строительстве, медицине и других областях, работают в условиях контактного взаимодействия. В реальных механизмах части конструкции взаимодействуют друг с другом и с окружающими объектами.

ми. Контакт может происходить как непосредственно между телами, так и через различные прослойки и покрытия. В связи с тем, что механизмы машин и их элементы часто представляют собой конструкции с антифрикционными покрытиями и прослойками, работающие в рамках механики контактного взаимодействия, исследование их поведения и деформационных характеристик является актуальной проблемой механики деформируемого твердого тела. В качестве примеров систем с контактными прослойками и покрытиями можно отметить подшипники скольжения с прослойкой из композиционного материала [1], эндопротез бедра с антифрикционной прослойкой [2], соединение кости и суставного хряща [3], автодорожное покрытие [4], поршни [5] и т.д. Часто в конструкциях присутствуют более двух поверхностей контакта, сложная пространственная геометрия, сложные в своем механическом поведении материалы и условия нагружения. В связи с этим аналитическое решение получить практически невозможно для многих практически важных контактных задач, поэтому требуются эффективные методы решения, в том числе и численные.

К конструкциям с антифрикционными покрытиями и прослойками относятся опорные части с шаровым сегментом. Сферические опорные части рассматриваются с точки зрения контакта [6–9]. В [8] исследовано поведение опорных частей с многократными связанными поверхностями скольжения (одна горизонтальная и две наклоненных поверхности). Исследования направлены на оптимизацию работы опоры относительно трех главных свойств, которые определяют устройство: длины зазора, угла наклона и коэффициента трения. В [9] рассмотрена работа сферической опорной части. В работе исследована опорная часть с шаровым сегментом из новой экономической стали, позволяющей улучшить использование контактной поверхности, а также произведено сравнение ее работы с классическим вариантом опорной части.

В данной работе исследуется напряженно-деформированное состояние конструкции сферической опорной части мостового пролета, изготовленной ООО «АльфаТех» (г. Пермь). Производится численный анализ работы опорной части в сборе и контактного узла, включающего верхнюю стальную плиту с шаровым полированным сегментом 1, нижнюю стальную плиту со сферическим вырезом 2 и разделяющую их сферическую полимерную антифрикционную прослойку 3 (рис. 1), спроектирован под рабочую нагрузку 2,5 МН.

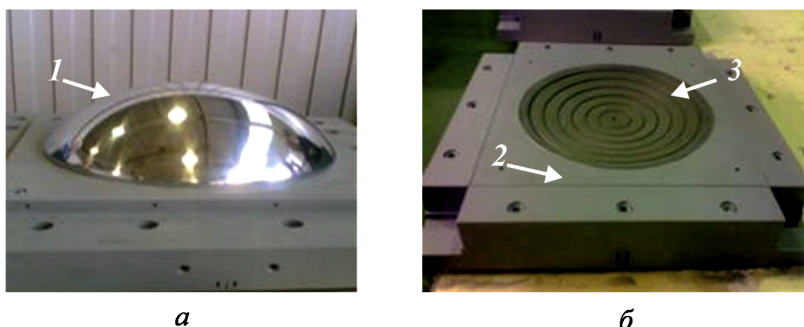


Рис. 1. Опорная часть с шаровым сегментом: *а* – нижняя плита с прослойкой; *б* – верхняя плита с шаровым сегментом

Конструкция сферической опорной части работает в рамках механики контактного взаимодействия с трением по сопрягаемым поверхностям. Антифрикционная прослойка выполнена из модифицированного фторопласта. Верификация выбранной модели поведения материала прослойки приведено в [10].

1. Математическая постановка

Общая математическая постановка контактного взаимодействия упругих тел *1* и *2* с упругопластической прослойкой *3* (рис. 2) включает в себя:

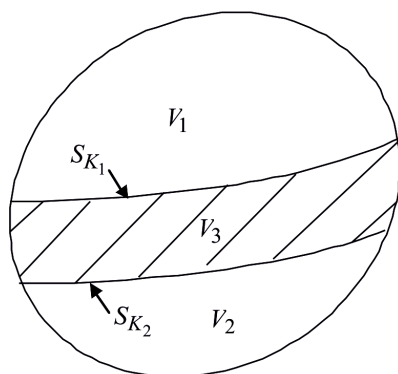


Рис. 2. Контакт через прослойку

– уравнения равновесия [11]

$$\operatorname{div} \hat{\sigma} = 0, \quad \vec{x} \in V; \quad (1)$$

– геометрические соотношения

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T), \quad \vec{x} \in V; \quad (2)$$

– физические соотношения

$$\hat{\sigma} = \lambda I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} + 2\mu \hat{\varepsilon}, \quad \vec{x} \in V_1 \cup V_2, \quad (3)$$

где λ и μ – параметры Ламе; $\hat{\sigma}$ – тензор напряжений; $\hat{\varepsilon}$ – тензор деформаций; $\vec{u}$ – вектор перемещений; $\vec{x}$ – радиус-вектор произвольной точки; $I_1(\hat{\varepsilon})$ – первый инвариант тензора деформаций; $\hat{I}$ – единичный тензор; V_1 – область, занятая плитой с шаровым сегментом; V_2 – область, занятая плитой со сферическим вырезом; V_3 – область, занятая полимерной прослойкой, $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3$.

Для описания поведения материала прослойки выбрана деформационная теория упругопластичности, физические соотношения которой имеют вид [12]

$$\hat{\sigma} = \frac{2\sigma_u}{2\varepsilon_u} \left(\hat{\varepsilon} - \frac{1}{3} I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I} \right) + K I_1(\hat{\varepsilon}) \hat{I}, \quad x \in V_3, \quad (4)$$

где σ_u – интенсивность тензора напряжений $\sigma_u = \sqrt{3 I_2(D_{\hat{\sigma}})}$; $I_2(D_{\hat{\sigma}})$ – второй инвариант девиатора тензора напряжений $D_{\hat{\sigma}}$; ε_u – интенсивность тензора деформаций, $\varepsilon_u = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{I_2(D_{\hat{\varepsilon}})}$; $I_2(D_{\hat{\varepsilon}})$ – второй инвариант девиатора тензора деформаций $D_{\hat{\varepsilon}}$; K – объемный модуль упругости; σ_u – функциональная зависимость, определяемая диаграммой деформирования материала прослойки при одноосном напряженном состоянии, $\sigma_u = \Phi(\varepsilon_u)$.

Система уравнений (1)–(4) дополнена условиями взаимодействия на поверхности контакта S_K (в самом простом случае $S_K = S_{K_1} \cup S_{K_2}$), при этом на S_K контактируют два тела, условные номера которых 1 и 2. Рассмотрены следующие типы контактного взаимодействия:

– проскальзывание с трением: *для трения покоя*

$$\vec{u}^1 \neq \vec{u}^2, \quad \sigma_n^1 = \sigma_n^2, \quad \sigma_{n\tau_1}^1 = \sigma_{n\tau_1}^2, \quad \sigma_{n\tau_2}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad (5)$$

при этом $\sigma_n < 0$, $|\sigma_{n\tau}| < q|\sigma_n|$, для трения скольжения

$$u_n^1 = u_n^2, \quad u_{\tau_1}^1 \neq u_{\tau_1}^2, \quad u_{\tau_2}^1 \neq u_{\tau_2}^2, \quad \sigma_n^1 = \sigma_n^2, \quad \sigma_{n\tau_1}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad (6)$$

при этом $\sigma_n < 0$, $|\sigma_{n\tau}| = q|\sigma_n|$;

– отлипание

$$|u_n^1 - u_n^2| > 0, \quad \sigma_{n\tau_1} = \sigma_{n\tau_2} = \sigma_n = 0; \quad (7)$$

– полное сцепление

$$\vec{u}^1 = \vec{u}^2, \quad \sigma_n^1 = \sigma_n^2, \quad \sigma_{n\tau_1}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad \sigma_{n\tau_2}^1 = \sigma_{n\tau_2}^2, \quad (8)$$

где q – коэффициент трения; τ_1, τ_2 – условные обозначения координатных осей, лежащих в плоскости, касательной к поверхности контакта; u_n – перемещения по нормали к соответствующей контактной границе; u_{τ_1}, u_{τ_2} – перемещения в касательной плоскости; σ_n – напряжение по нормали к контактной границе; $\sigma_{n\tau_1}, \sigma_{n\tau_2}$ – касательные напряжения на контактной границе; $\sigma_{n\tau}$ – величина вектора касательных контактных напряжений.

В общем случае контактные условия (5) и (6) должны отражать упругопластический характер деформирования материала прослойки (см., например, [13, 14 и др.]), однако в данной работе рассматривается антифрикционная прослойка с относительно низким коэффициентом трения, поэтому предполагается, что проскальзывание контактных поверхностей начинается при величинах касательных напряжений, значительно меньших, чем предел пластичности на сдвиг. Данное предположение подтверждается непосредственной проверкой значений контактных касательных напряжений, полученных из решения задач для каждого конкретного случая.

2. Реализация решения и полученные результаты

Реализовано решение осесимметричной контактной задачи, описанной в [1], для двух моделей: сферической опорной части в

сборе и ее контактного узла. При помощи программного комплекса ANSYS построены конечно-элементные модели с использованием деформационной теории упругопластичности. Используется осесимметричный 8-узловой элемент, обладающий аппроксимацией 2-го порядка и двумя неизвестными перемещениями в каждом узле. По толщине прослойка разбита на 16 элементов. Количество элементов по толщине прослойки выбрано в результате исследования сходимости решения в зависимости от данного параметра [15, 16]. На поверхностях соприкосновения верхней и нижней плит с прослойкой нанесена контактная конечно-элементная пара, позволяющая учесть трение. На модели наложены статические и кинематические граничные условия, соответствующие реальной максимальной нагрузке при эксплуатации опорной части с шаровым сегментом в пролетных строениях мостов: к верхней плите прикладывается распределенная вертикальная нагрузка $P = 54$ МПа.

В результате решения задачи были найдены зоны контактного взаимодействия, контактные давления и контактные касательные напряжения. Наибольший интерес представляют данные величины на контактной поверхности прослойки, обладающей большей свободой S_{K1} .

Математическая постановка задачи анализа контактного напряженно-деформированного состояния опорной части с шаровым сегментом в сборе (рис. 3) включает уравнения (1)–(4), контактные условия (5)–(8) на поверхностях контакта плит контактного узла со сферической прослойкой ($S_{K_{\text{сnc}}} = S_{K1} \cup S_{K2} \cup S_{K3}$), контакта плит с плоской поверхностью скольжения ($S_{K_{\text{ппс}}} = S_2 \cup S_{K7} \cup S_{K8}$), а также контакта между различными стальными деталями опорной части ($S_{K_{\text{ст}}} = S_{K4} \cup S_{K5} \cup S_{K6} \cup S_1$). Уравнения (1)–(8) приведены при описании общей математической постановки задачи контакта. Полная поверхность контакта $S_K = S_{K_{\text{сnc}}} \cup S_{K_{\text{ппс}}} \cup S_{K_{\text{ст}}}$. Постановка дополняется кинематическими граничными условиями на поверхности S_4 :

$$u_z = 0, \sigma_{rz} = 0, r \in S_4.$$

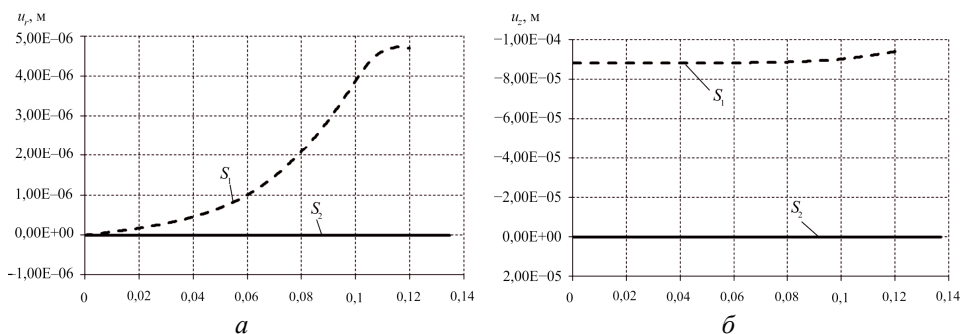


Рис. 4. Перемещение по r (а) и z (б) поверхностей S_1 и S_2

Перемещения на поверхности S_2 практически нулевые, следовательно, при исследовании ответственных частей конструкции опорной части с шаровым сегментом можно считать, что на поверхности S_2 $u_r = 0$ и $u_z = 0$, таким образом, плоскую поверхность скольжения можно не учитывать в модели контактного узла. При этом у поверхности S_1 перемещения u_z практически одинаковы по радиусу. Следовательно, для упрощения можно принять, что поверхность S_1 в конструкции в сборе остается в процессе деформирования плоской.

Рассмотрим распределение давления на поверхности S_1 в сравнении с давлением в контактном узле, полученном при исследовании конструкции (рис. 5) [16].

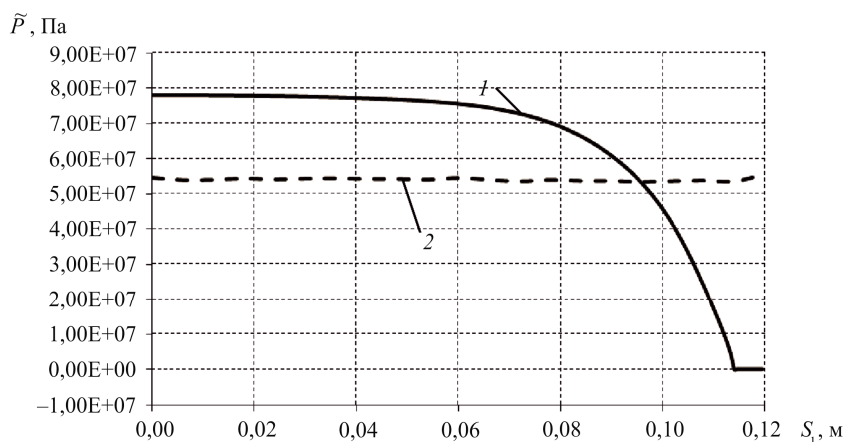


Рис. 5. Контактное давление на поверхности S_1 :

1 – конструкция в сборе; 2 – контактный узел

Для конструкции в сборе распределение давления на поверхности S_1 неравномерное: максимум в центре с дальнейшим падением к краю прослойки, у края поверхности значения давления нулевые, что связано с трением при контактном взаимодействии. Распределение давления на поверхности S_1 в контактном узле при граничных условиях, выбранных в [16], равномерное.

Рассмотрим относительное контактное давление и относительное контактное касательное напряжение (отнесено к прикладываемой нагрузке P) на S_{K_1} (рис. 6) для конструкции в сборе в сравнении с результатами для контактного узла 1–3.

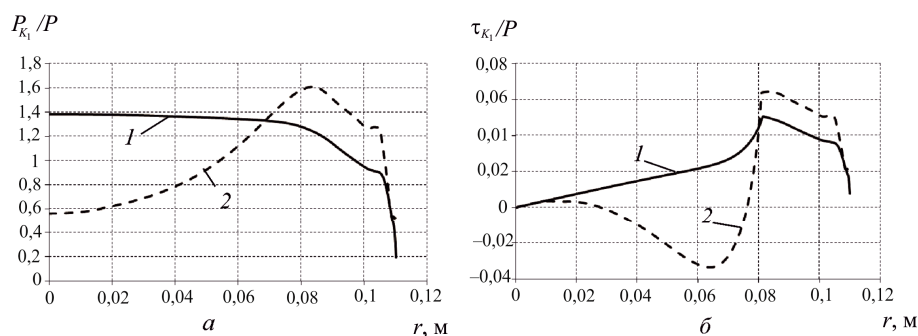


Рис. 6. Относительные контактные давление (а) и касательное напряжение (б) на S_{K_1} : 1 – конструкция в сборе; 2 – контактный узел

Контактные давление и касательное напряжение в опорной части в сборе и в контактном узле не совпадают. Для конструкции в сборе максимальное контактное давление наблюдается в зоне сцепления с дальнейшим понижением в зоне перехода контактных состояний сцепление-проскальзывание, к краю прослойки контактное давление продолжает падать. В контактном узле распределение относительного контактного напряжения неоднородно, с ярко выраженными зонами максимума и минимума, при этом в зоне сцепления у конструкции в сборе оно меньше, чем у контактного узла. Относительное контактное давление в конструкции в сборе также отличается от случая контактного узла.

Данные отличия могут быть связаны с деформацией верхней плиты с шаровым сегментом, поэтому рассмотрим характер ее деформирования (рис. 7).

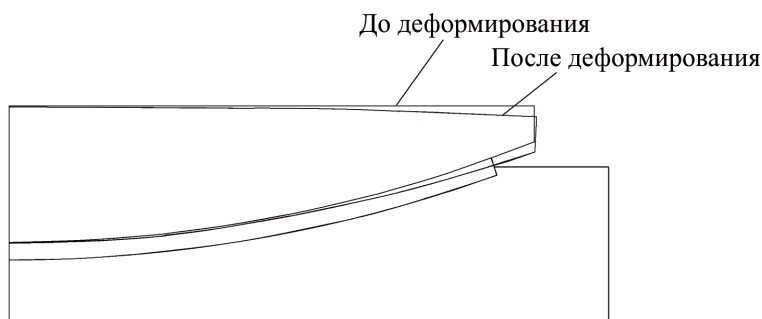


Рис. 7. Характер деформирования верхней плиты в контактном узле

Максимальные перемещения на S_1 по координате z составляют $u_z = -4,04 \cdot 10^{-4}$ м, минимальные – $u_z = -3,57 \cdot 10^{-5}$. Следовательно, причиной столь неоднородного распределения относительных контактных давления и касательного напряжения на поверхности S_1 является осесимметричный изгиб относительно тонкой верхней стальной плиты, поверхность S_1 становится выпуклой вверх [16]. В сборе контактный узел не имеет возможности осесимметричного изгиба, и поверхность S_1 остается плоской. Таким образом, граничные условия требуют уточнения.

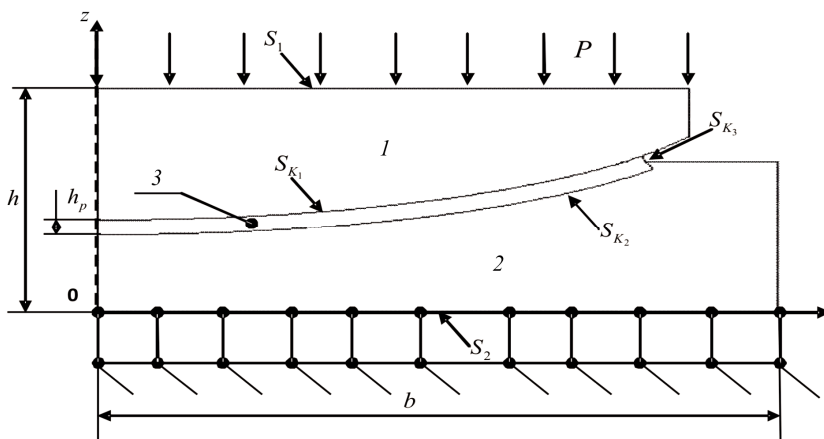


Рис. 8. Контактный узел опорной части с шаровым сегментом

Для модели контактного узла (рис. 8) граничные условия включают:

– кинематические граничные условия на поверхности S_2

$$u_z = 0, \sigma_{rz} = 0, r \in S_2,$$

– статические и кинематические граничные условия на поверхности S_1

$$\int_{S_1} p_z dS_1 = -Q_z, u_z(r, h) = U = \text{const}, \sigma_{rz} = 0, r \in S_1,$$

где Q_z – вертикальная сила, приложенная к S_1 ; U – неизвестная величина; остальные наружные поверхности являются свободными от нагрузки.

Рассмотрим распределение давления на поверхности S_1 с новыми граничными условиями в контактном узле. На рис. 9 приведено распределение давления на S_1 для контактного узла в сравнении с конструкцией в сборе.

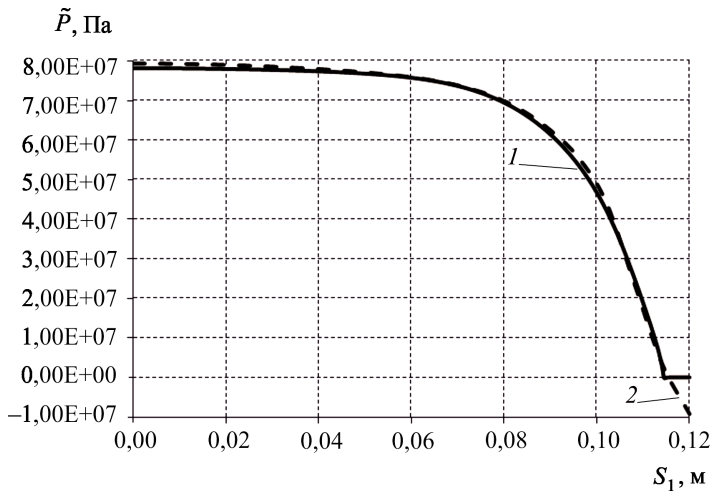


Рис. 9. Давление на поверхности S_1 :
1 – конструкция в сборе; 2 – контактный узел

На большей части поверхности S_1 давление имеет хорошее количественное совпадение для модели конструкции опорной части с шаровым сегментом в сборе и для модели контактного узла. У края поверхности значения давления разные, что связано с трением при контактном взаимодействии, учтенном в конструкции в сборе.

Рассмотрим относительные контактное давление и контактное касательное напряжение на S_{K_1} (рис. 10) для конструкции в сборе в сравнении с результатами для контактного узла, полученными при новых граничных условиях.

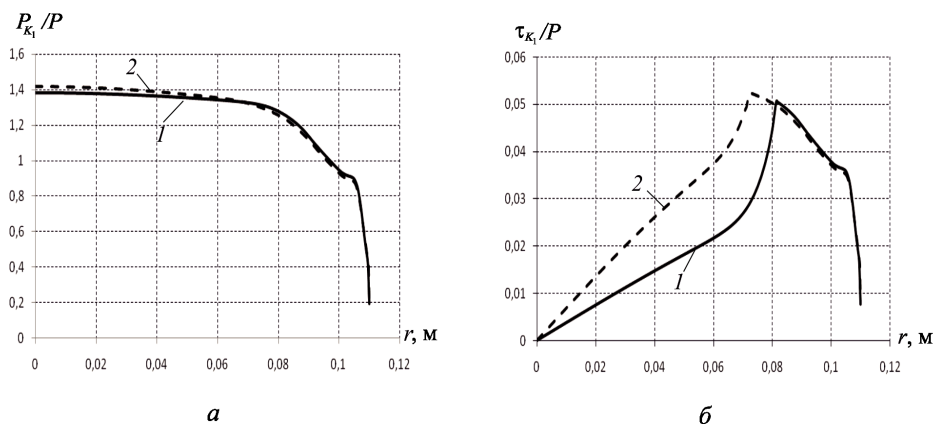


Рис. 10. Относительные контактные давление (а) и касательное напряжение (б) на S_{K_1} : 1 – конструкция в сборе; 2 – контактный узел

Контактное давление для двух вариантов конструкции опорной части с шаровым сегментом имеет хорошее качественное и количественное совпадение. Наблюдается (рис. 10, б), что контактное касательное напряжение в зоне сцепления у конструкции в сборе меньше, чем у контактного узла, при этом протяженность зоны сцепления у конструкции в сборе больше. Данный эффект может быть связан с ужесточением контактного узла в сборке: плита 5 и фартук 6 на рис. 3 ограничивают движение сферического сегмента. В зоне проскальзывания до края прослойки относительное контактное касательное напряжение имеет хорошее количественное и качественное совпадение для обоих вариантов решения. В целом контактное касательное напряжение меньше контактного давления и вносит малый вклад в полное контактное напряженное состояние.

Перемещение поверхности S_1 по координате z составляет $u_z = -9,62 \cdot 10^{-5}$, при этом поверхность остается плоской.

В результате исследования конструкции в сборе произведено уточнение граничных условий на поверхности S_1 , что привело к ма-

лому количественному и качественному отличию результатов решения для контактного узла и для опорной части в сборе. Из ранее сказанного можно сделать вывод о возможности неучета в расчетной схеме части конструкции опоры с шаровым сегментом и исследовании только контактного узла, без учета плоской поверхности скольжения нижней плиты.

Библиографический список

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings // *Composites: Part B engineering*. – 2006. – Vol. 37. – P. 81–88.
2. Tribology and biophysics of artificial joints / L.S. Pnchuk, V.I. Nikolaev, E.A. Tsvetkova, V.A. Goldade. – Elsevier, 2006. – 350 p.
3. Argatov I. A general solution of the axisymmetric contact problem for biphasic cartilage layers // *Mechanics Research Communications*. – 2011. – № 38. – P. 29–33.
4. Тукашев Ж.Б., Адилханова Л.А. Исследование напряженно-деформированного состояния дорожного покрытия // *Геология, география и глобальная энергия*. – 2010. – № 2. – С. 163–166.
5. Веретельник О.В., Ткачук Н.А., Белик С.Ю. Контактное взаимодействие поршня с гальвано-плазменной обработкой боковой поверхности со стенками цилиндра ДВС // *Вестник национального технического университета «ХПИ». Машиноведение и САПР*. – 2012. – № 22. – С. 32–39.
6. Mutobea R.M., Cooper T.R. Nonlinear analysis of a large bridge with isolation bearings // *Computers and Structures*. – 1999. – Vol. 72. – P. 279–292.
7. Ates S., Dumanoglu A.A., Bayraktar A. Stochastic response of seismically isolated highway bridges with friction pendulum systems to spatially varying earthquake ground motions // *Engineering Structures*. – 2005. – Vol. 27. – P. 1843–1858.
8. Fakhouri M.Y., Igarashi A. Dynamic response control of multi-story structures by isolators with multiple plane sliding surfaces: A parametric study // *Engineering Structures*. – 2012. – Vol. 34. – P. 81–94.
9. Xing J., Diao H. Design for Pin Steel Bearings with Huge Horizontal Carrying Capability // *Procedia Earth and Planetary Science*. – 2012. – Vol. 5. – P. 358–363.

10. Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ напряженного состояния сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного материала // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013. – Т. 6, № 1. – С. 54–61.
11. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
12. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
13. Арутюнян Н.Х., Манжиров А.В. Контактные задачи теории – ползучести. – Ер.: Изд-во Академии наук АрмССР, 1990. – 320 с.
14. Rogovoy A., Ivanov B. Displacement formulation of the friction conditions on the contact surface // Computers & Structures. – 1997. – Vol. 62, № 1. – P. 133–139.
15. Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ контактного напряженного состояния опорных частей с шаровым сегментом // Изв. Самар. науч. центра РАН. – 2011. – Т. 13, № 4(4). – С. 960–965.
16. Каменских А.А. Напряженное состояние в контактной прослойке опорной части с шаровым сегментом // Вестник Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. – 2012. – № 1. – С. 31–42.

References

1. Rakowski W.A., Zimowski S. Polyesterimide composites as a sensor material for sliding bearings. *Composites: Part B engineering*, 2006, vol. 37, pp. 81–88.
2. Pnchuk L.S., Nikolaev V.I., Tsvetkova E.A., Goldade V.A. Tribology and biophysics of artificial joints. Elsevier, 2006, 350 p.
3. Argatov I. A general solution of the axisymmetric contact problem for biphasic cartilage layers. *Mechanics Research Communications*, 2011, no. 38, pp. 29–33.
4. Tukashev Zh.B., Adilhanova L.A. Issledovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija dorozhnogo pokrytija [The research stress-strain state of pavement]. *Geologija, geografija i global'naja jenergija*, 2010, no. 2, pp. 163–166.
5. Veretel'nik O.V., Tkachuk N.A., Belik S.Ju. Kontaktnoe vzaimodejstvie porshnja s gal'vano-plazmennoj obrabotkoj bokovoj poverhnosti so stenkami cilindra DVS [Contact interaction of the piston with

galvano-plasma processing of a lateral surface with DVS cylinder walls]. *Vestnik nacional'nogo tehničeskogo universiteta "HPI". Mashinovedenie i SAPR*, 2012, no. 22, pp. 32–39.

6. Mutobea R.M., Cooper T.R. Nonlinear analysis of a large bridge with isolation bearings. *Computers and Structures*, 1999, vol. 72, pp. 279–292.

7. Ates S., Dumanoglu A.A., Bayraktar A. Stochastic response of seismically isolated highway bridges with friction pendulum systems to spatially varying earthquake ground motions. *Engineering Structures*, 2005, vol. 27, pp. 1843–1858.

8. Fakhouri M.Y., Igarashi A. Dynamic response control of multi-story structures by isolators with multiple plane sliding surfaces: A parametric study. *Engineering Structures*, 2012, vol. 34, pp. 81–94.

9. Xing J., Diao H. Design for Pin Steel Bearings with Huge Horizontal Carrying Capability. *Procedia Earth and Planetary Science*, 2012, vol. 5, pp. 358–363.

10. Kamenskikh A.A., Trufanov N.A. Chislennyj analiz naprjazhennogo sostojanija sferičeskogo kontaktnogo uzla s proslojkoy iz antifrikcionnogo materiala [The numerical analysis of the stressed state spherical contact system with an interlayer of an antifrictional material]. *Vychislitel'naja mekhanika sploshnyh sred*, 2013, vol. 6, no. 1, pp. 54–61.

11. Timoshenko S.P., Goodier J. Teoriya uprugosti [Theory of Elasticity]. Moscow: Nauka, 1979, 560 p.

12. Malinin N.N. Prikladnaja teoriya plastichnosti i polzuchesti [The applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie, 1975, 400 p.

13. Arutjunjan N.H., Manzhinov A.V. Kontaktnye zadachi teorii polzuchesti [Contact problems of the creep theory]. Erevan: Izdatel'stvo Akademii nayk Armyanskoi SSR, 1990, 320 p.

14. Rogovoy A., Ivanov B. Displacement formulation of the friction conditions on the contact surface. *Computers & Structures*, 1997, vol. 62, no. 1, pp. 133–139.

15. Kamenskikh A.A., Trufanov N.A. Chislennyj analiz kontaktnogo naprjazhennogo sostojanija opornykh chastej s sharovym segmentom [The numerical analysis of the contact tension of basic parts with spherical segment]. *Izvestija Samarskogo nauchnogo tsentra Rossijskoj akademii nauk*, 2011, vol. 13, no. 4(4), pp. 960–965.

16. Kamenskikh A.A. Naprjazhennoe sostojanie v kontaktnoj proslojke opornoj chasti s sharovym segmentom [The numerical analysis of the contact tension of basic parts axisymmetric case]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2012, no. 1, pp. 31–42.

Получено 26.09.2013

Об авторах

Каменских Анна Александровна (Пермь, Россия) – инженер кафедры вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: anna_kamenskikh@mail.ru).

Труфанов Николай Александрович (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: nat@pstu.ru).

About the authors

Kamenskikh Anna Aleksandrovna (Perm, Russia) – Engineer, Department of Computational Mathematics and Mechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russia, e-mail: anna_kamenskikh@mail.ru).

Trufanov Nikolay Aleksandrovich (Perm, Russia) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Computational Mathematics and Mechanics, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky av., Perm, 614990, Russia, e-mail: nat@pstu.ru).