

УДК 621.396

В.И. Фрейман, А.П. ПирожковПермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия**ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ
С ПАМЯТЬЮ В РАМКАХ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА,
ПОСТРОЕННОГО НА БАЗЕ ПАКЕТА MATLAB**

Для проектирования систем передачи информации с заданными характеристиками качества необходимо построить, а затем и использовать в расчетах адекватную модель ошибок в канале связи. Исследования реальных современных каналов связи (например, в составе локальных вычислительных сетей, систем IP-телефонии, мультисервисных телекоммуникационных сетей) показали, что часто канал связи наиболее точно описывается моделью с памятью. Такая модель подразумевает нахождение канала в одном из устойчивых состояний: «хорошее» состояние (ошибки отсутствуют либо вероятность их появления незначительна, и они имеют случайный и независимый характер) и «плохое» состояние (вероятность ошибок большая, и группирование ошибок описывается понятием «пакет ошибок»). Анализ некоторых моделей каналов связи с памятью посвящена настоящая статья.

Ключевые слова: модель канала с памятью, модель ошибок, вероятность ошибки, пакет моделирования.

V.I. Freyman, A.P. Pirozhkov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**THE RESEARCH OF DISCRETE CHANNEL MODELS WITH
MEMORY WITHIN LABORATORY PRACTICAL WORK
USING THE MATLAB PACKET**

To design data transmission systems with the given quality characteristics it is necessary to construct and subsequently use in calculation an adequate error model in the communication channel. The investigation of real current communication channels (for example, as part of the local computer networks, IP-telephony systems, multiservice telecommunication networks) has shown that communication channels are most precisely defined by a model with memory. The above model implies that a channel can be found in one of two steady states, that is a «good» state (the errors are missing or their emergence probability is insignificant and the errors are of random and independent nature) and a «bad» state (error probability is great and error grouping is described by the notion «error packet»). This paper deals with the analysis of some communication channel models with memory.

Keywords: channel model with memory, error model, error probability, simulation packet.

На этапе проектирования системы передачи информации выбор и расчет модели ошибок в канале связи существенным образом влияют на обеспечиваемые системой показатели качества, достоверности и надежности. Для построения адекватной модели необходимо провести детальное тестирование канала связи, получить и обработать статистику ошибок, а затем определить (выбрать) тип и основные параметры модели.

Вопросы построения и анализа моделей подробно рассмотрены в соответствующих монографиях, а также в доступной студентам учебно-методической литературе [1]. Однако для лучшего понимания необходимо дополнить теоретический курс циклом практических и лабораторных работ, направленных на самостоятельное выполнение расчетных и исследовательских заданий по построению и исследованию моделей дискретных каналов с памятью. Это также важно, поскольку большое количество современных каналов связи описывается именно моделями указанного класса.

В данной работе рассматриваются модели дискретных каналов связи с памятью (Гильберта и Гильберта–Эллиота), а также реализация лабораторного практикума по их исследованию, выполненного с использованием пакета моделирования *MatLab* [2].

Дискретный канал с памятью, описываемый моделями Гильберта и Гильберта–Эллиота

Введем ряд понятий (сущностей), определений и обозначений [1].

Множество состояний канала с памятью (КСП) характеризует конечное множество состояний, в которых может находиться КСП. Обозначим через R мощность этого множества. Например, $R = 2$ означает, что КСП может находиться в двух состояниях: G («good – хорошее») и B («bad – плохое»). Если параметр $R = 3$, то КСП может находиться в трех состояниях: $\{G, GB, B\}$ и т.д. В общем случае обозначим состояния КСП через переменную C , которая может принимать R значений.

Введем понятие *память канала* глубины l , которое означает, что существует статистическая связь между текущим состоянием канала C_0 и l предшествующими состояниями канала.

Прежде чем описать модель Гильберта, введем понятие, характерное для симметричных двоичных дискретных каналов с памятью, – *пакет ошибок длины b* . Это вектор ошибок длины b , первая и последняя компоненты которого всегда равны единице. Число единиц и нулей внутри пакета распределяется произвольно, но при этом число

поряд идущих нулей должно быть меньше некоторого числа b_3 , называемого защитным интервалом. Таким образом, защитный интервал определяет условия начала и окончания пакета ошибок.

Пример. Пусть дан некоторый поток ошибок:

00001001011010 001001 0001000101000....

$b = 9$ $b = 4$ $b = 1$ $b = 3$

Пусть $b_3 = 3$, тогда в данном потоке ошибок можно выделить 4 пакета с длинами соответственно 9, 4, 1 и 3.

Модель Гильберта – это трехпараметрическая модель, описывающая ДСДКП (дискретный симметричный двоичный канал с памятью) с глубиной памяти $l = 1$. В основе модели – элементарная цепь Маркова, выделяющая два состояния канала ($R = 2$): «хорошее состояние» (G), в котором ошибки не возникают, и «плохое состояние» (B), в котором вероятность ошибки в одном разряде составляет p_ϵ . Граф марковской цепи показан на рис. 1.

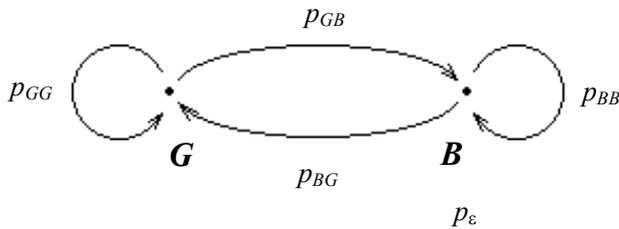


Рис. 1. Граф переходов состояний ДСДКП, описываемого моделью Гильберта

Матрица памяти (M_n) канала, которая в общем случае имеет размерность $R^l \times R$, и матрица ошибок (M_c), которая имеет место только в состоянии B , для рассматриваемой модели имеют следующий вид:

$$M_o = \begin{array}{c|cc} & 0 & 1 \\ 0 & 1 - p_\epsilon & p_\epsilon \\ 1 & p_\epsilon & 1 - p_\epsilon \end{array} \quad M_n = \begin{array}{c|cc} & G & B \\ G & p_{GG} & p_{GB} \\ B & p_{BG} & p_{BB} \end{array}$$

Размерность модели для M_n определяется как $N_n = 2$ (нужно вычислить по одной вероятности в каждой строке), а для $M_o - N_o = 1$ (нужно вычислить только вероятность ошибки p_ϵ). Поэтому размерность модели Гильберта $N_m = N_n + N_o = 2 + 1 = 3$, т.е. модель Гильберта полностью описывается тремя параметрами: p_ϵ , p_{GB} , p_{BG} , которые должны

быть определены экспериментально. Имея указанные параметры, можно аналитически вычислить вероятностные показатели, характеризующие условия передачи информации по ДСДКП с глубиной памяти $l = 1$.

Определим вероятности пребывания канала в состояниях G и B как финальные вероятности марковской цепи:

$$p(G) = p_{BG} / (p_{GB} + p_{BG}), p(B) = p_{GB} / (p_{GB} + p_{BG}). \quad (1)$$

Если p_{GG} или p_{BB} близки к 1, то наблюдается тенденция к сохранению возникшего состояния G или B , что и моделирует канал с пакетными (коррелированными) ошибками. В состоянии B возникает пакет ошибок.

Для вычисления вероятности возникновения ошибок определенной кратности в большинстве моделей с памятью, используемых на практике и описываемых простыми цепями Маркова, принимают следующее допущение. Считается, что в различных состояниях памяти канала имеет место биномиальное распределение ошибок с соответствующей вероятностью ошибки. Тогда с учетом изложенного определим вероятность ошибки на символ в канале, описываемом моделью Гильберта:

$$p_{\text{ош}} \approx p_{\epsilon} \cdot p(B) = p_{\epsilon} \cdot p_{GB} / (p_{GB} + p_{BG}). \quad (2)$$

Вероятность ошибки кратности i среди n символов, передаваемых по каналу с памятью, определяется как

$$P(i, n) = \binom{n}{i} p_{\text{ош}}^i (1 - p_{\text{ош}})^{n-i}. \quad (3)$$

Вероятность искажения кодовой серии длины n

$$P(\geq 1, n) = 1 - (1 - p_{\text{ош}})^n. \quad (4)$$

Вероятность ошибки $p_{\text{ош}}$ учитывает память канала.

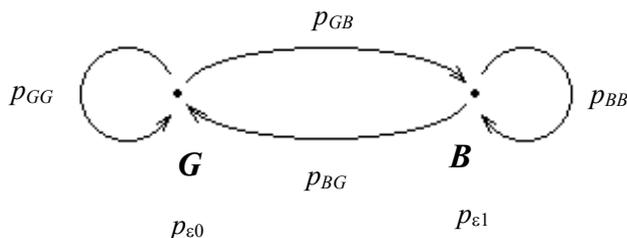


Рис. 2. Граф переходов и состояний ДСДКП модели Гильберта–Эллиота

Модель Гильберта–Эллиота – это четырехпараметрическая модель ДСДКП с глубиной памяти $l = 1$ и числом состояний канала $R = 2$. В отличие от предыдущей модели в данной модели допускается появление ошибок как в «хорошем» (G), так и в «плохом» (B) состоянии канала соответственно с вероятностями $p_{\varepsilon 0}$ и $p_{\varepsilon 1}$. Граф марковской цепи для модели Гильберта–Эллиота показан на рис. 2.

Матрица памяти данной модели аналогична предыдущей. Матрицы ошибок строятся и для состояния G , и для состояния B :

$$M_o^G = \begin{matrix} & 0 & 1 \\ 0 & \left| \begin{array}{cc} 1-p_{\varepsilon} & p_{\varepsilon} \\ p_{\varepsilon} & 1-p_{\varepsilon} \end{array} \right| \\ 1 & & \end{matrix} \quad M_o^B = \begin{matrix} & 0 & 1 \\ 0 & \left| \begin{array}{cc} 1-p_{\varepsilon 1} & p_{\varepsilon 1} \\ p_{\varepsilon 1} & 1-p_{\varepsilon 1} \end{array} \right| \\ 1 & & \end{matrix}$$

Для M_{Π} размерность модели $N_{\Pi} = 2$ (нужно вычислить по одной вероятности в каждой строке), а для двух M_o $N_o = 2$ (нужно вычислить только вероятности ошибки в каждом состоянии: $p_{\varepsilon 0}$ и $p_{\varepsilon 1}$). Поэтому размерность модели Гильберта–Эллиота $N_M = N_{\Pi} + N_o = 2 + 2 = 4$, т.е. модель Гильберта полностью описывается четырьмя параметрами: $p_{\varepsilon 0}$, $p_{\varepsilon 1}$, p_{BG} , p_{GB} , которые должны быть определены экспериментально. Имея указанные параметры, можно аналитически вычислить вероятностные показатели, характеризующие условия передачи информации по ДСДКП с глубиной памяти $l = 1$.

Вероятности $p(G)$ и $p(B)$ определяются по (1).

Вероятность ошибки на символ:

$$P_{\text{ош}} \cong p_{\varepsilon 0} p_G + p_{\varepsilon 1} p_B = \frac{p_{\varepsilon 0} p_{BG} + p_{\varepsilon 1} p_{GB}}{p_{GB} + p_{BG}}. \quad (5)$$

Вероятности $p(i, n)$ и $p(\geq 1, n)$ приближенно оцениваются выражениями, аналогичными (3) и (4), с учетом подстановки (5).

В заключение отметим, что, как показали экспериментальные исследования, большинство современных каналов связи достаточно корректно описывается моделями ДСДКП.

Разработка методического и программного обеспечения лабораторного практикума

В качестве среды для моделирования алгоритмов исследования по моделям Гильберта и Гильберта–Эллиота был выбран пакет *MatLab* как среда, широко используемая при обучении в области науки и техники [3]. Она позволяет без дополнительной графической нагрузки на студента в понятном и доступном виде представить результаты вычисления для дискретного канала с заданными характеристиками [2].

Будем рассматривать зависимость параметров модели при изменении длины защитного интервала (рис. 4, а, б, в).

Длина защитного интервала:
1

Поток ошибок при последовательности, заданной вручную:
Модель Гильберта
000100110110100010010001000101

Длина последовательности:
30

Пакета (ов):
9

Ошибка:
11

Re:
1

Mr: 0.3448 0.3103
0.2759 0.0690

Mo: 0 1
1 0

P(G): 0.4706

P(B): 0.5294

Рош: 0.5294

Длина защитного интервала:
2

Поток ошибок при последовательности, заданной вручную:
Модель Гильберта
000100110110100010010001000101

Длина последовательности:
30

Пакета (ов):
6

Ошибка:
11

Re: 0.7857

Mr: 0.3448 0.2069
0.1724 0.2759

Mo: 0.2143 0.7857
0.7857 0.2143

P(G): 0.4545

P(B): 0.5455

Рош: 0.4286

а

б

Длина защитного интервала:
3

Поток ошибок при последовательности, заданной вручную:
Модель Гильберта
000100110110100010010001000101

Длина последовательности:
30

Пакета (ов):
4

Ошибка:
11

Re: 0.6111

Mr: 0.2759 0.1379
0.1034 0.4828

Mo: 0.3889 0.6111
0.6111 0.3889

P(G): 0.4286

P(B): 0.5714

Рош: 0.3492

в

Рис. 4. Вывод данных при защитном интервале длины 1, 2 и 3

Занесем полученные результаты в таблицу. Из анализа таблицы можно сделать выводы о характере зависимости вероятностных характеристик модели от длины защитного интервала.

Зависимость вероятностных характеристик модели от длины защитного интервала

$b_{з(G)}$	$b_{з(B)}$	$N_{\text{пак}}$	$p(G)$	$p(B)$	$p_{\text{ош}}$
1	1	9	0,4706	0,5294	0,5294
2	1	6	0,4545	0,5455	0,4286
3	1	4	0,4286	0,5714	0,3492
4	1	1	0	1	0,4074

Установим зависимость между вероятностью ошибок и длиной интервала в зависимости от длины исследуемого пакета. Для этого проведем еще несколько опытов с одинаковыми последовательностями, меняя длину защитного интервала. Получим график зависимости (рис. 5).

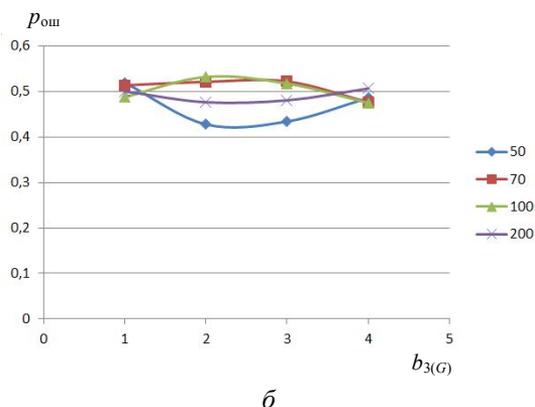
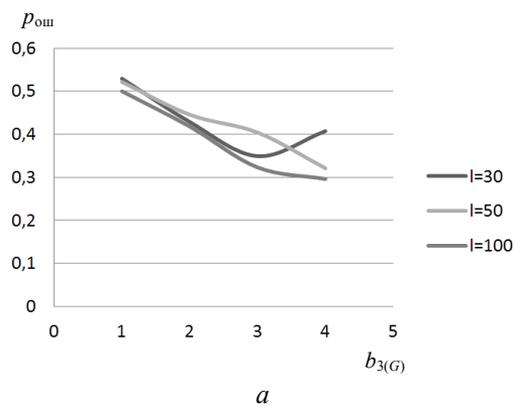


Рис. 5. График зависимости $b_з$ от $p_{\text{ош}}$ при разных длинах пакетов для моделей Гильберта (а) и Гильберта-Эллиота (б)

Как видно, при увеличении b_3 , $p_{\text{ош}}$ увеличивается. При маленьких l возможны отклонения от нормы, т.е. для более актуальных данных l должно быть относительно большим.

Задание 1: провести анализ заданной вариантом последовательности для различных b_3 , на основе моделей Гильберта и Гильберта–Эллиота, результаты записать в таблицу, как в примере, проанализировать ее. Последовательность взять из файла **var.m**, один раз запустив данный скрипт и подставив значение в переменную «a».

Сравнительный анализ моделей Гильберта и Гильберта–Эллиота.

Возьмем некоторую последовательность и используем ее для анализа двух моделей. Для модели Гильберта возьмем параметр $b_{3(G)} = 3$ (переменная dl в программе), а для модели Гильберта–Эллиота – $b_{3(B)}$ (переменная dl2) как параметр входа в «плохое» состояние (рис. 6).

<pre> Длина защитного интервала: 3 Поток ошибок при последовательности, заданной вручную: Модель Гильберта 01110100111100000111010101000011101100110000100011 ----- Длина последовательности: 50 Пакета (ов) : 5 Ошибок: 24 Re: 0.7273 Mr: 0.2449 0.1020 0.0816 0.5714 M0: 0.2727 0.7273 0.7273 0.2727 P(G) : 0.4444 P(B) : 0.5556 Реш: 0.4040 </pre>	<pre> Длина защитного интервала: 3 Поток ошибок при последовательности, заданной вручную: Модель Гильберта Эллиота 01110100111100000111010101000011101100110000100011 ----- Длина последовательности: 50 Пакета (ов) : 3 Ошибок: 24 Re1: 0.7000 Re0: 0.1500 Mr: 0.3265 0.0612 0.0612 0.5510 M00: 0.8500 0.1500 0.1500 0.8500 M01: 0.3000 0.7000 0.7000 0.3000 P(G) : 0.5000 P(B) : 0.5000 Реш: 0.4250 </pre>
--	---

Рис. 6. Вывод данных по моделям Гильберта и Гильберта–Эллиота

Задание 2: провести анализ последовательности по модели Гильберта и Гильберта–Эллиота. Результаты занести в таблицу, как в примере, используя параметры $b_{3(G)} = 3$, $b_{3(B)} = 3$.

Лабораторный практикум, который разработан на основе указанного программного обеспечения, будет идти в комплексе с практическими занятиями по теме «Исследование двоичных каналов с памятью». Для расчета студент получает индивидуальный вариант задания в виде последовательности ошибок. В результате работы ему необходимо выбрать и рассчитать параметры модели, доказав ее адекватность, и предоставить результаты преподавателю. При успешном выполнении данного задания студент допускается к лабораторной работе, в ходе которой анализируются рассчитанные данные, а также проводятся исследование и сравнение параметров моделей с памятью на наборах случайных последовательностей с заданными свойствами.

В процессе лабораторного практикума студент получает навыки как расчета модели канала с памятью, вручную расчет необходимых параметров самостоятельно на примере заданной преподавателем последовательности, так и анализа модели канала связи на основании случайно сгенерированных последовательностей. Информация представляется в текстовом, табличном и графическом виде, что позволит улучшить восприятие и понимание студентами рассматриваемых сложных теоретических и практических вопросов.

Библиографический список

1. Кон Е.Л., Фрейман В.И. Теория электрической связи. Помехоустойчивая передача данных в информационно-управляющих системах: модели, алгоритмы, структуры. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2007. – 317 с.

2. Васильев В.В., Симак Л.А., Рыбникова А.М. Математическое и компьютерное моделирование процессов и систем в среде MatLab/Simulink / НАН Украины. – Киев, 2008. – 91 с.

3. Пирожков А.П., Фрейман В.И. Исследование каналов с памятью, описываемых моделью Гильберта, с использованием среды моделирования MatLab // Инновационные технологии: теория, инструменты, практика (Innotech 2012): материалы IV Междунар. интернет-конф. молодых ученых, аспирантов, студентов (1 ноября 2012 г. – 31 декабря 2012 г.). – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2012 – С. 318–323.

Сведения об авторах

Фрейман Владимир Исаакович (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент, заместитель заведующего кафедрой автоматики и телемеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: vfrey@mail.ru).

Пирожков Александр Петрович (Пермь, Россия) – магистрант кафедры автоматики и телемеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: alexandrpirozhkov@gmail.com).

About the authors

Freyman Vladimir Isaakovich (Perm, Russian Federation), PhD, senior lecturer, deputy head of the automatics and telemecanics department of Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: vfrey@mail.ru).

Pirozhkov Alexander Petrovich (Perm, Russian Federation), master's degree student at the department of the automatics and telemecanics of Perm National Research Polytechnic University (614990, Perm, 29, Komsomolsky pr., e-mail: alexandrpirozhkov@gmail.com).

Получено 05.09.2013