

УДК 531/534:57+612.7

**М.Е. Бондаренко, Н.Н. Кизилова**

Кафедра теоретической механики, Харьковский национальный университет, пл. Свободы, 4, Харьков, Украина, e-mail: knn@kizilov.nord.net.ua

## **ОТРАЖЕНИЕ ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН В АСИММЕТРИЧНЫХ ВЕТВЯЩИХСЯ АРТЕРИАЛЬНЫХ РУСЛАХ**

**Аннотация.** Распространение и отражение волн в модели асимметрично ветвящегося дерева, состоящего из упругих трубок, заполненных невязкой жидкостью, рассматривается в применении к отражению пульсовых волн в артериальных руслах. Исследовано влияние геометрических и механических свойств русла и сосудистой стенки на распространение пульсовых волн и спектральные свойства полной проводимости русла.

Показано, что проводимость дерева имеет набор резонансных гармоник. Любые изменения параметров микроциркуляторного русла вызывают заметные изменения амплитуд резонансных частот и пренебрежимо малые изменения остальных гармоник. Набор резонансных гармоник не зависит от некоторых индивидуальных вариаций в геометрии дерева. Полученные результаты обосновывают возможность пульсовой диагностики состояния внутренних органов путем исследования амплитуд только резонансных гармоник без предварительной информации об индивидуальной структуре реального сосудистого русла внутреннего органа пациента.

**Ключевые слова:** отражение пульсовых волн, сердечно-сосудистая система, ветвящиеся транспортные русла, пульсовая диагностика.

### **Введение**

Пульсирующее течение крови в сердечно-сосудистой системе поддерживается за счет сокращений сердца и определяется целым рядом параметров системы [1]. При гидродинамическом анализе течения следует принимать во внимание такие факторы, как геометрия артериального русла, свойства стенок сосудов и артериальных ветвлений, реология крови. Упругость сосудистой стенки обеспечивает преобразование пульсирующего потока на выходе из сердца в практически стационарное течение в периферических сосудах. Любые неоднородности геометрических или механических свойств сосудов приводят к возникновению отраженных пульсовых волн.

Волны давления и потока изменяют форму и амплитуду по мере продвижения по руслу за счет наложения проходящей и отраженных волн. Диаметр сосудов меняется в течение сердечного цикла. Эти изменения могут прощупываться на некоторых поверхностных артериях при наличии (глубокий пульс) и при отсутствии (поверхностный пульс) внешнего поджатия. Искусство оценки состояния внутренних

органов и регуляторных систем организма путем исследования пульса лучевой артерии лежит в основе пульсовой диагностики восточной медицины. Недавние экспериментальные исследования позволили предложить другую диагностическую методику, основанную на наличии у сосудистых русел внутренних органов так называемых резонансных частот [2]. Многочисленные экспериментальные исследования и клинические наблюдения выявили уникальные наборы резонансных частот в спектре Фурье пульса ряда органов (почек [3], печени [4], селезенки [5] и желчного пузыря [6]). Амплитуды резонансных частот зависят от состояния органа (нормального или патологического), а их изменение позволяет определить состояние органа в терминах избыток–недостаток, традиционных для восточной медицины. При этом параметры пульсовой волны могут быть измерены с помощью сфигмоманометра на любой периферической артерии без предварительных специальных ее поджатий. Природа резонансных гармоник до сих пор остается неясной, хотя сама методика успешно используется в клинике [3–6]. Экспериментальные измерения и теоретические исследования на основе электромеханических аналоговых моделей показали, что основная резонансная частота связана с длиной самой крупной (питающей) артерии в русле органа [7].

Основные особенности кровотока описываются на основе модели стационарного течения в жесткой цилиндрической трубке (течение Пуазейля). Свойства пульсирующего течения, влияние свойств артериальной стенки на движение исследуются на модели упругой камеры (модель Франка) [1]. Эта модель, даже в модифицированной форме, не принимает во внимание структуру артериального русла и не может объяснить особенности распространения и отражения пульсовых волн в различных органах руслах и в аорте. Модель, основанная на законах классической механики, была предложена Л. Эйлером (1755 г.) и развита в последующих работах Громеки (1883 г.), Витцига (1914 г.), Уомерсли (1957 г.). В этой модели движение крови в отдельной цилиндрической трубке описывается исходя из законов сохранения массы и импульса. Сосудистое русло может быть представлено как ветвящаяся система таких трубок с разными длинами и диаметрами. Величина входной или эффективной проводимости  $Y_{in}$  сосудистого русла ( $Y_{in} = Q/P$ ,  $P$  - давление,  $Q$  - объемная скорость течения в продольном направлении в начальном сечении питающей артерии) может быть рассчитана как функция геометрических и механических характеристик трубок. Относительно полные результаты были получены для некоторых дихотомически ветвящихся деревьев [8]. Более реалистичные результаты получены на базе модели ветвящегося русла с использованием точных морфометрических данных о строении артериальной сети сердца [9]. В данной работе исследовано влияние геометрии артериального дерева и механических свойств стенок артерий на распространение пульсовой волны и на спектр проводимости сосудистого русла.

### Одиночная трубка с терминальным элементом

Рассматривается одномерное движение однородной невязкой несжимаемой жидкости в тонкостенной упругой цилиндрической трубке. Трубка оканчивается терминальным элементом с входной проводимостью  $Y_1 = Y_1 + iY_2$ , где  $Y_{1,2}$  - резистивная и емкостная части соответственно. Вязкостью жидкости пренебрегаем в связи с практически плоскими профилями скорости по сечению артерий [1]. Скорость

пульсовой волны достигает по меньшей мере величины  $c = 5$  м/с в артериях эластического типа, а длина пульсовой волны удовлетворяет соотношению  $\lambda \gg d$ , где  $d$  - диаметр сосуда. Таким образом, можно считать, что профили остаются плоскими в течение сердечного цикла. Законы сохранения массы и импульса в квазиодномерной форме имеют вид [10]:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(AU) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2)$$

$$A = A(p),$$

где  $A$  - площадь сечения трубки,  $U(t, x) = Q/A$  - средняя по сечению скорость,  $\rho$  - плотность жидкости. Граничные условия суть:

$$P(t, 0) = P_0(t), \quad U(t, 0) = P_0(t)Y', \quad (3)$$

$$P(t, L) = P_t(t, 0), \quad Q(t, L) = Q_t(t, 0) = Y_t P(t, L), \quad (4)$$

где  $P_t$ ,  $Q_t$  - давление и объемная скорость течения в терминальном элементе,  $Y'$  - входная проводимость системы  $(Y + Y_t)$ ,  $Y = A/(\rho c)$  - характеристическая проводимость трубки,  $L$  - длина трубки. Соотношения (4) представляют условия непрерывности давления и потока в месте соединения трубки и терминального элемента. Из (1)–(2) можно получить волновое уравнение для давления:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2},$$

где  $c = \left( \frac{A}{\rho} \frac{dP}{dA} \right)^{1/2}$  - скорость проходящей и отраженной пульсовых волн. Для

однородной тонкостенной упругой трубки  $c = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$ , где  $E$  - модуль Юнга материала стенки,  $h$  - толщина стенки [1].

Отраженная волна образуется на конце трубки и накладывается на проходящую. Отражения волн изменяют поток в трубке путем изменения распределения давления в сосуде, модифицируя таким образом эффективную проводимость системы. В то время как характеристическая проводимость  $Y$  зависит только от свойств сосуда, эффективная проводимость  $Y'$  зависит от соотношения между давлением и потоком и, следовательно, изменяется при наличии отражения волн [9].

Решение (1)–(3) может быть получено как суперпозиция проходящей и отраженной волн:

$$P(t, x) = P_f e^{i\omega t} (e^{-i\omega x/c} + \Gamma e^{i\omega(x-2L)/c}), \quad (5)$$

$$Q(t, x) = Y P_f e^{i\omega t} (e^{-i\omega x/c} - \Gamma e^{i\omega(x-2L)/c}), \quad (6)$$

где  $Y = A \sqrt{\frac{d}{\rho E h}}$  - характеристическая проводимость трубки,  $\Gamma$  - коэффициент отражения на терминальном элементе,  $\omega = 2\pi f$  - частота волны. Из (3)–(6) окончательно получим выражение для эффективной проводимости системы:

$$Y' = Y \frac{1 - \Gamma \exp(z)}{1 + \Gamma \exp(z)}, \quad (7)$$

где  $\Gamma = (Y - Y_t)/(Y + Y_t)$ ,  $z = -2i\omega L/c$ . Таким образом,  $Y + Y_t$  может быть представлена как одиночная трубка с комплексной проводимостью  $Y'$ .

### Асимметричное дихотомически ветвящееся артериальное дерево

Рассмотрим дихотомически ветвящуюся систему, состоящую из тонкостенных упругих трубок (рис. 1). Номер порядка ветвления трубки определяется по следующим правилам:

1. Питающая артерия имеет порядок ветвления  $i = 0$ .
2. Две трубки с порядками  $i_1$  и  $i_2$  после соединения образуют трубку с порядком

$$i = \begin{cases} i_1, & i_1 = i_2, \\ \max\{i_1, i_2\}, & i_1 \neq i_2. \end{cases}$$

Каждая трубка с максимальным порядком ветвления  $i = n$  оканчивается терминальным элементом с проводимостью  $Y_t$ . Влияние углов ветвления на отражение волн считается пренебрежимо малым [1]. Таким образом, отражение пульсовых волн в системе полностью определяется набором  $J = \{d_j, L_j, h_j, E_j\}_{j=1}^N$ , задающим механические и геометрические свойства отдельных сосудов разных порядков ветвления  $j = 1 \div N$ , где  $N$  – полное число сосудов в системе.

В общем случае набор  $J$  должен быть задан на основе морфометрических данных. В организации сосудистых русел различных органов существуют определенные закономерности [11], которые могут быть представлены как отношения между средними значениями диаметров и длин последовательных сосудов  $L_j / L_{j+1} = b_L = \text{const}$ ,  $d_j / d_{j+1} = b_d = \text{const}$  или как соотношение между диаметрами

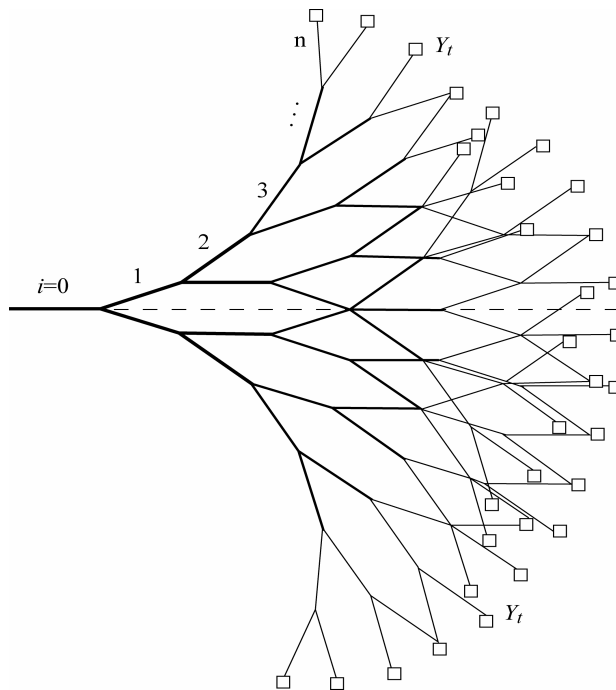


Рис. 1. Симметричное дихотомически ветвящееся артериальное дерево с  $\xi, \zeta, b_L = 1, b_R = 0,9$

$d_j^{0,1,2}$  материнского и дочерних сосудов в бифуркации в виде:

$$(d_j^0)^\gamma = (d_j^1)^\gamma + (d_j^2)^\gamma, \quad (8)$$

причем для большинства сосудистых русел в тканях животных и растений  $\gamma = 2,33 - 3,01$  [12]. При этом структура проводящих систем соответствует модели оптимального трубопровода, который обеспечивает минимум полных затрат на доставку жидкости, создание русла и поддержание жизнедеятельности клеток проводящих элементов и транспортируемой жидкости [12]. Для самоподобных оптимальных транспортных систем могут быть введены следующие соотношения:

$$\langle d_j \rangle = d_0 b_d^j, \quad \langle L_j \rangle = L_0 b_L^j, \quad (9)$$

$$\langle d_j^R \rangle = \frac{2 \langle d_j \rangle}{1 + \xi}, \quad \langle L_j^R \rangle = \frac{2 \langle L_j \rangle}{1 + \zeta}, \quad \langle d_j^L \rangle = \xi \langle d_j^R \rangle, \quad \langle L_j^L \rangle = \zeta \langle L_j^R \rangle, \quad (10)$$

где  $\xi, \zeta$  – коэффициенты асимметрии ветвления, индексы  $R, L$  обозначают правый и левый дочерние сосуды по течению соответственно,  $\langle a \rangle = (a^L + a^R)/2$  – среднее значение величины  $a$ . Для оптимальных систем  $\gamma = 3$ ,  $b_R = 2^{-1/3}$  [12]. Для остальных коэффициентов в (9)–(10) часто используются предположения  $b_L = b_R$ ,  $\xi = \zeta$ , что связано с аллометрическим масштабированием моделей сосудистых русел [9, 11, 12].

Соотношения (8)–(10) могут быть представлены в виде  $K = \frac{1 + \xi^2}{(1 + \xi^\gamma)^{1/\gamma}}$ , где

$K = ((d^L)^2 + (d^R)^2)/d_0^2$  – коэффициент ветвления. Для большинства сосудистых русел млекопитающих  $K = 1,1 - 1,3$  [11].

Каждый элемент в ветвящемся артериальном дереве обладает характеристической проводимостью  $Y_j = \pi d_j^2 \sqrt{d_j / (\rho h_j E_j)}$ . Систему  $Y_n + Y_t$  двух последних элементов в каждом ветвлении можно рассматривать как новый терминальный элемент для соответствующей трубки порядка  $j = n - 1$ , имеющий проводимость  $Y_n'$ , определяемую по (7). Таким образом, можно перейти к новому артериальному дереву с  $n - 1$  порядками ветвления и терминальными элементами  $Y_n'$  вместо  $Y_n + Y_t$ . Следует отметить, что проводимости  $Y_j'$  различны даже в случае одинаковых значений  $Y_t$  в каждом из терминальных элементов в связи с асимметрией дерева. Повторяя процедуру замены  $Y_j + Y_t \rightarrow Y_j'$ , в конечном счете получим простую систему, состоящую из начальной трубки ( $i = 0$ ), оканчивающейся терминальным элементом с эффективной проводимостью  $Y^\circ$ . Геометрические и механические свойства элементов всего артериального русла с  $j > 0$  будут таким образом отражаться в величине  $Y^\circ$ . Начальное сосудистое дерево и система  $Y_0 + Y^\circ$  будут проявлять одни и те же свойства при отражении пульсовых волн.

Наиболее простой случай симметричного ветвящегося дерева с  $K = 1/2$ ,  $\gamma = 3$  и нереалистичным соотношением для длин  $L_j = L_0 / (j + 1)$  был исследован ранее [8]. В настоящей работе численно исследовалось влияние параметров  $\xi, \zeta, b_R, b_L$  на отражение пульсовых волн и на резонансные свойства различных асимметричных сосудистых русел.

## Результаты и обсуждение

Экспериментальные данные показывают, что  $h_j = \lambda d_j$ ,  $\lambda = 0,14 - 0,2$ ,  $E = (6 - 9) \cdot 10^5$  Па и  $E = (1 - 2) \cdot 10^6$  Па для артерий эластического и мышечного типов соответственно [1]. Для геометрических параметров в (8)–(10) были использованы следующие значения, соответствующие структуре сосудистых русел внутренних органов  $\xi, \zeta = 0,2 \div 1$ ,  $K = 1,0 \div 1,3$ ,  $b_L, b_R = 0,6 \div 0,9$  [11, 13]. Рассматривались только русла, параметры  $\xi, \zeta, K, b_{L,R}$  которых не зависят от порядка ветвления  $i$ . При этом разброс расстояний от входного сечения питающей артерии до мест отражения пульсовой волны монотонно растет с уменьшением значений  $\xi, \zeta, b_{L,R}$ . Для симметричных деревьев этот разброс относительно мал и такие деревья проявляют острорезонансные свойства по причине практически равных времен продвижения волн, отраженных от разных бифуркаций одного порядка ветвления. Таким образом, результаты, полученные для асимметричных деревьев, представляются более реалистичными. В работе [8] по той же причине были введены случайные отклонения значений  $\langle L_j \rangle$  и  $\langle R_j \rangle$ .

На рис. 2 приведены зависимости между безразмерной общей эффективной проводимостью  $Y^*(f) = Y'/Y_0$  и частотой  $f = \omega/(2\pi)$  пульсовой волны при  $\xi = 0,2 \div 1$ . Эффективная проводимость  $Y'_0 = Y^*Y_0$  соответствует системе  $Y_0 + Y^\circ$ , а ее значения рассчитываются путем подстановки  $Y = Y_0$ ,  $Y_t = Y^\circ$  в (7). Первый максимум кривой  $Y^*(f)$  определяет основную резонансную частоту в терминах [2–7]. При широком варьировании значений  $\xi$  вариации основной частоты не превышают  $\pm 6$  Hz (при

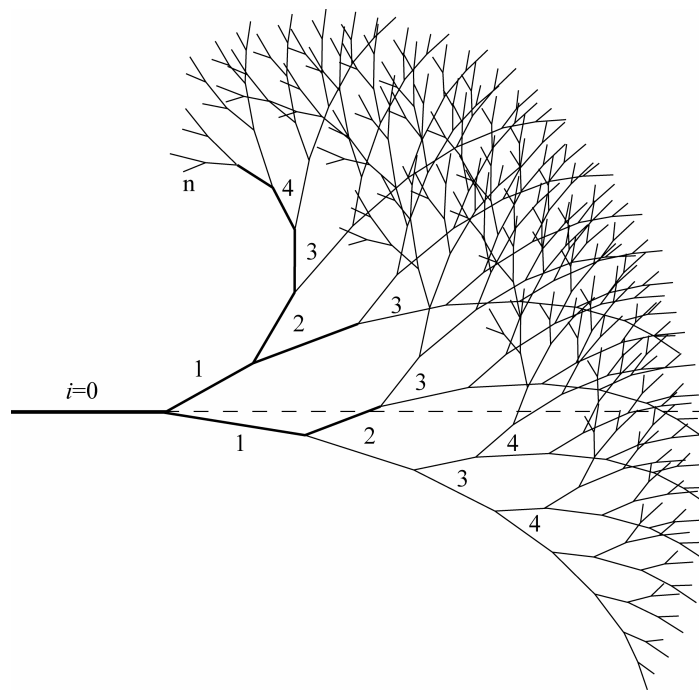


Рис. 2. Асимметричное дихотомически ветвящееся артериальное дерево с  $\xi, \zeta = 0,7$ ,  $b_L = 1$ ,  $b_R = 0,9$

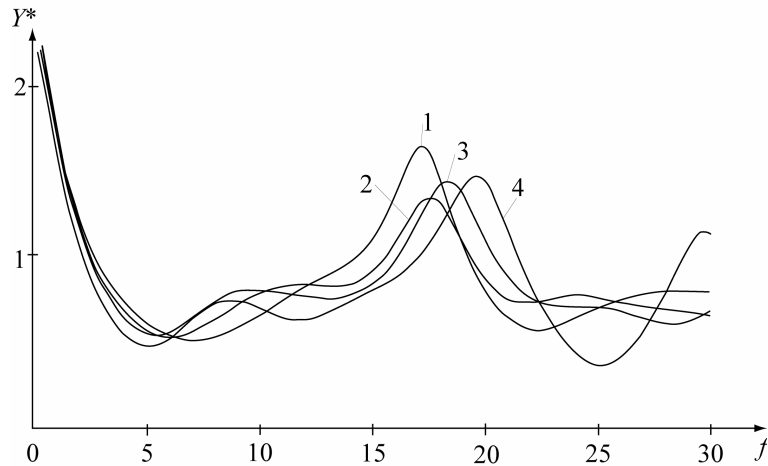


Рис. 3. Зависимость  $Y^*(f)$  при  $\zeta, b_{L,R} = 1$ ,  $L_0 = 0,2$  м,  $d_0 = 0,03$  м.  
Кривые 1–4 соответствуют значениям  $\xi = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$

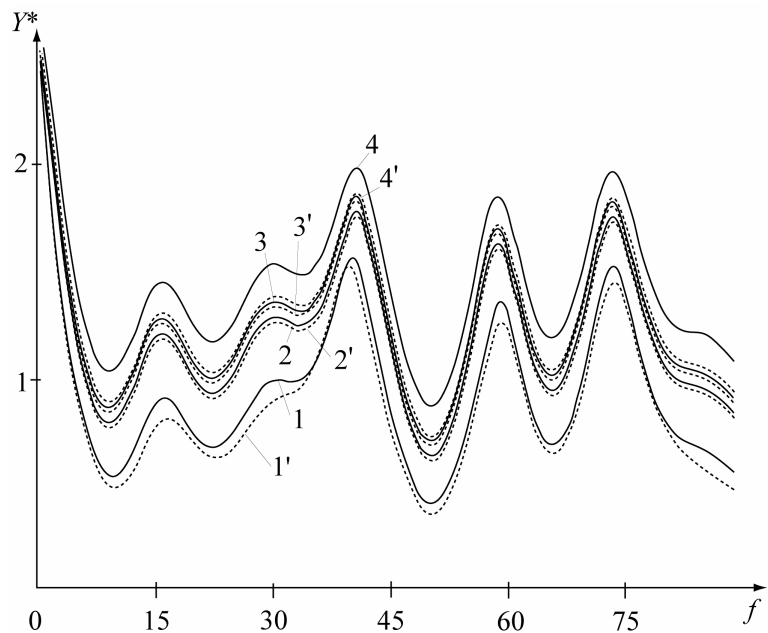


Рис. 4. Зависимость  $Y^*(f)$  при  $\zeta, b_{L,R} = 1$ ,  $L_0 = 0,2$  м,  $d_0 = 0,03$  м.  
Кривые 1–4 соответствуют значениям  $\xi = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ ,  $b_L = 0,6$ , а 1'–4' –  $b_L = 1$

$\zeta = 0,2 \div 1$ ,  $b_L, b_R = 0,6 \div 0,9$ ) и лежат в пределах одной и той же гармоники. При частоте пульса  $60-75 \text{ мин}^{-1}$  (частоте основной гармоники пульсовой волны  $f_0 = 1-1,25$ ) случай, изображенный на рис. 3, соответствует резонансу на 5-й гармонике. В этом случае модуль проводимости достигает максимума при  $m = 5$  и соответствующая компонента потока крови попадает в сосудистое русло органа. Модуль проводимости имеет минимум на 3-й гармонике ( $f = 4-7 \text{ Hz}$ ), а соответствующая компонента будет отражаться в начальном сечении русла.

Соответствующее усиление 3-й и ослабление 5-й гармоник может быть зафиксировано при регистрации пульса на любой периферической артерии вне сосудистого дерева этого органа и использовано для диагностики [3, 4].

Результаты расчетов показали, что влияние асимметрии средних длин артерий  $\zeta$  на зависимость  $Y^*(f)$  незначительно. Все наблюдаемые при этом изменения

амплитуды проводимости лежат в пределах одной гармонике, причем отклонения не превышают  $\pm 2$  Hz. Соответствующая иллюстрация приведена на рис. 4. Первый относительный максимум соответствует 5-й гармонике ( $f = 15 - 18$  Hz); первый глобальный максимум – 6-й гармонике ( $f = 39 - 42$  Hz); первый локальный минимум – 4-й гармонике ( $f = 9 - 11$  Hz). В соответствии с терминологией [2–7]  $i = 5$  есть главная, а  $i = 4, 6$  – дополнительные резонансные частоты для пульсовой диагностики. Набор гармоник в случаях, приведенных на рис. 3, 4, одинаков и зависит только от величины  $L_0$ . Этот результат соответствует экспериментальным наблюдениям [7].

Значения  $b_L$  связаны не с патологическим состоянием органа, а с особенностями конструкции артериальной сети. Вариации же  $b_R$  отражают патологию сосудистой стенки (атеросклероз, гипертрофия) и патологическое состояние органа (неоднородное распределение крови, затруднение оттока). Наши расчеты показали, что даже небольшие изменения  $\delta b_R \sim 0,1$  приводят к заметным изменениям амплитуд резонансных гармоник. Таким образом, индивидуальный разброс геометрических параметров русла сказывается незначительно, в то время как любые изменения патологического характера вызывают значительные изменения амплитуд резонансных гармоник эффективной проводимости.

Наибольшее влияние на величину  $Y^*$  оказывает коэффициент отражения  $\Gamma_n$  на терминальных элементах. Действительная и мнимая части проводимости терминального элемента  $\text{Re}(Y_t)$ ,  $\text{Im}(Y_t)$  отвечают резистивным и емкостным свойствам микроциркуляторного (капиллярного) русла. Если  $Y_n = Y_t$ , то  $\Gamma_n = 0$  и отражение пульсовой волны на терминалях отсутствует (полное согласование импедансов в конечных проводящих элементах). Если  $Y_t = 0$ , то  $\Gamma_n = 1$  (отражение от закрытого конца трубки). При этом коэффициент отражения  $\Gamma_j$  в каждой из бифуркаций есть комплексное число. В реальных сосудистых руслах значения  $\Gamma_n = 0; 1$  невозможны. При увеличении жесткости капиллярной стенки, при отеках тканей значение  $\text{Re}(Y_t)$  растет и соответственно возрастает амплитуда пульсовой волны. Увеличение податливости сосудистой стенки вызывает повышение величины  $\text{Im}(Y_t)$ . Таким образом, увеличение  $\text{Re}(Y_t)$  и уменьшение  $\text{Im}(Y_t)$  соответствует синдрому избытка в терминах восточной медицины, а уменьшение  $\text{Re}(Y_t)$  и увеличение  $\text{Im}(Y_t)$  – синдрому недостатка [3–6].

Результаты расчетов  $Y^*(m)$  для симметричного дерева с  $L_0 = 0,1$  м и асимметричного дерева с  $L_0 = 0,25$  (приведенного на рис. 1) представлены на рис. 5, 6 соответственно. Влияние изменений  $\text{Re}(Y_t)$  на  $Y^*$  проявляется на нескольких (резонансных) гармониках. Набор резонансных гармоник для русла определяется длиной наибольшего сосуда [2]. Для рассматриваемых здесь самоподобных русел это означает влияние так называемого калибра или масштаба русла [1] на набор резонансных гармоник. При широкой вариации патологически значимых параметров  $\text{Re}(Y_t)$  и  $\text{Im}(Y_t)$  амплитуда полной эффективной проводимости дерева испытывает максимальные изменения на резонансных гармониках и малозаметные вариации на остальных гармониках. Зависимость на рис. 5 хорошо согласуется с аналогичной экспериментальной зависимостью, полученной для артериального дерева почек. В общем случае артериальное дерево почек симметрично  $b_{R,L} \sim 1$ ,  $\xi, \zeta \sim 0,8$  [3, 11]. Набор



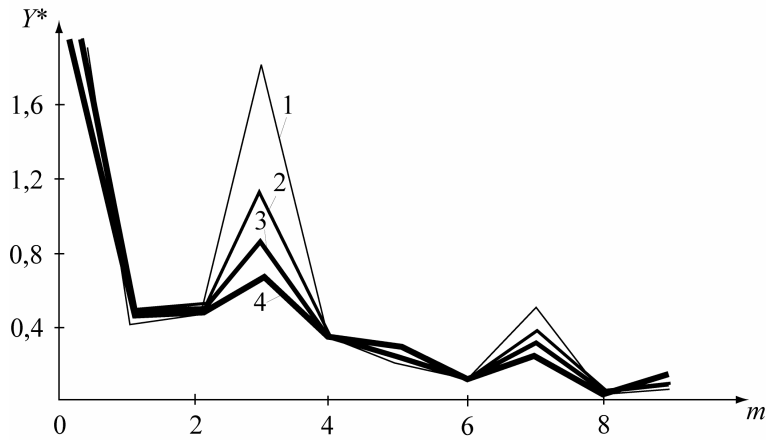


Рис. 5. Зависимость  $Y^*(m)$ , где  $m$  – номер гармоники для симметричного артериального дерева с  $\xi, \zeta, b_{L,R} = 1$ ,  $L_0 = 0,1$  м,  $d_0 = 0,02$  м. Номера 1–4 соответствуют  $\text{Re}(Y_t) = 0,2 ; 0,4; 0,6; 0,8$

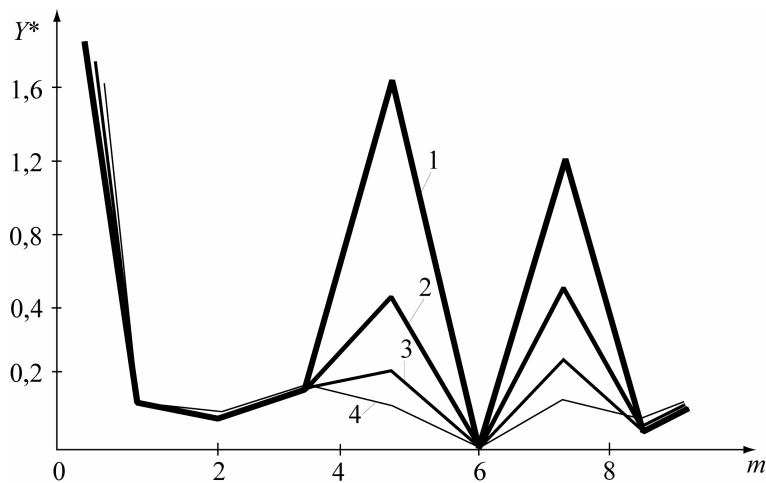


Рис. 6. Зависимость  $Y^*(m)$ , где  $m$  – номер гармоники для асимметричного артериального дерева с  $\xi = \zeta = 0,7$ ,  $b_L = 1$ ,  $b_R = 0,9$ ,  $L_0 = 0,25$  м,  $d_0 = 0,03$  м. Номера 1–4 соответствуют  $\text{Re}(Y_t) = 0,2 ; 0,4; 0,6; 0,8$

резонансных гармоник  $m = 3; 2$  один и тот же для обеих зависимостей (представленной здесь теоретической и экспериментальной, полученной в [3]) вплоть до 6-й гармоники включительно. Основные резонансные гармоники и одна дополнительная для  $L_0 = 1-30$  см, рассчитанные в соответствии в предложенной здесь моделью, представлены в таблице.

Исследованную здесь модель следует обобщить на случай вязкой жидкости и вязкоупругих трубок. В этом случае все соотношения (5)–(7) останутся справедливыми, только для скорости волны следует взять  $c(\omega) = c\sqrt{(1-F_w)/(1-\sigma^2)}$  вместо  $c$ , где  $\sigma$  – модуль Пуассона для материала сосудистой стенки,  $F_w = 2J_1(z)/(zJ_0(z))$  – функция Уомерсли,  $J_{0,1}$  – функции Бесселя первого порядка,  $z = \alpha i^{3/2}$ ,  $\alpha = R\sqrt{\omega/\mu}$  – число Уомерсли,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\mu$  – кинематическая вязкость жидкости [1].

Таблица

Номера основной и одной дополнительной резонансных частот для различных длин  $L_0$  артерии и скорости  $c$  пульсовой волны

$L_0$ (см)	>25	21–25	16–21	11–16	6–11	3–6	1–3
$m$ при $c=5$ м/с	1; 6	2; 3	3; 6	3; 7	4; 6	5; 6	6; 7
$m$ при $c=10$ м/с	2; 7	3; 6	4; 7	4; 7	5; 8	6; 7	7; 9
$m$ при $c=15$ м/с	3; 8	4; 4	4; 7	5; 8	5; 9	6; 9	7; 9
$m$ при $c=20$ м/с	3; 8	4; 5	5; 8	6; 9	6; 5	7; 9	8; 10

### Заключение

Основные закономерности распространения и отражения пульсовых волн в артериальном русле внутренних органов могут быть исследованы на модели асимметричного ветвящегося дерева, состоящего из упругих трубок. Простая итеративная процедура позволяет вычислить полную эффективную проводимость  $Y^*$  системы как функцию частоты волны  $\omega$  и параметров трубок.

Все индивидуальные вариации геометрии сосудистого русла (асимметрия длин  $\zeta$  и диаметров  $\xi$  последовательных сосудов, масштабный параметр  $b_L$ ) вызывают малые изменения в зависимости  $Y^*(\omega)$ . Этот результат позволяет пояснить возможность пульсовой диагностики патологического состояния внутренних органов без предварительной информации об индивидуальной структуре сосудистого русла пациента.

Любые изменения патологически значимых параметров (отклонения в отношениях  $b_R$  диаметров последовательных сосудов, параметры состояния микроциркуляторного русла  $\text{Re}(Y_i)$ ,  $\text{Im}(Y_i)$ ) вызывают значительные изменения амплитуд нескольких (резонансных) гармоник Фурье эффективной проводимости  $Y^*(\omega)$  и незначительные изменения амплитуд других гармоник. Резонансные гармоники соответствуют первым локальным максимуму и минимуму функции  $Y^*(\omega)$ , а также ее глобальным экстремумам.

Набор резонансных гармоник уникален для заданного артериального дерева и определяется только заданием соотношений между длинами последовательных сосудов. Для самоподобного дерева, у которого  $\langle L_j \rangle = f(L_0)$ , это означает зависимость набора гармоник от длины  $L_0$  наибольшей (питающей) артерии сосудистого русла и, следовательно, от калибра (масштаба) русла.

Полученные результаты позволяют теоретически обосновать возможности недавно предложенной новой методики пульсовой диагностики [2–7].

### Список литературы

1. Milnor W.R. Hemodynamics. Baltimore: Williams & Wilkins, 1989.

2. Wang Y.Y., Chang S.L., Wu Y.E., Hsu T.L., Wang W.K. Resonance. The missing phenomenon in hemodynamics // *Circ Res.* 1991. V. 69. P. 246-249.
3. Yu G.L., Wang Y.L., Wang W.K. Resonance in the kidney system of rats // *Am J Physiol.* 1994. V. 267. P. H1544-1548.
4. Lu W.A., Cheng C.H., Lin Wang Y.Y., Wang W.K. Pulse spectrum analysis of hospital patients with possible liver problems // *Am J Chin Med.* 1996. V. 24. P. 315-320.
5. Wang W.K., Bau J.G., Hsu T.L., Wang Y.Y. Influence of spleen meridian herbs on the harmonic spectrum of the arterial pulse // *Am J Chin Med.* 2000. V. 28. P. 279-289.
6. Wang W.K., Hsu T.L., Wang Y.Y. Liu-wei-dihuang: a study by pulse analysis // *Am J Chin Med.* 1998. V. 26. P. 73-82.
7. Wang Y.Y., Lia W.C., Hsiu H., Jan M.Y., Wang W.K. Effect of length on the fundamental resonance frequency of arterial models having radial dilatation // *IEEE Trans Biomed Eng.* 2000. V. 47. P. 313-318.
8. Taylor M.G. The input impedance of an assembly of randomly branching elastic tubes // *Biophys J.* 1966. V. 6. P. 29-51.
9. Zamir M. Mechanics of blood supply to the heart: wave reflection effects in a right coronary artery // *Proc R Soc Lond B.* 1998. V. 265. P. 439-444.
10. Моисеева И.Н., Резицер С.А. Некоторые особенности отражения пульсовых волн в артериях // *Известия РАН. МЖГ.* 1993. № 4. С. 134-139.
11. Шошенко К.А., Голубь А.С., Брод В.И. и др. Архитектоника кровеносного русла. Новосибирск: Наука, 1982.
12. Кизилова Н.Н. Принципы организации транспортных систем растений и животных // Сб. докл. конф., посвященной 90-летию со дня рождения А.А.Ляпунова. Новосибирск, 2001. С. 266-273.
13. Zamir M. Arterial branching within the confines of fractal L-system formalism // *J Gen Physiol.* 2001. V. 118. P. 267-275.

**M.Ye. Bondarenko, N.N. Kizilova (Kharkov, Ukraine)**

## **PULSE WAVE REFLECTIONS IN ASYMMETRICALLY BRANCHING ARTERIAL NETWORKS**

Wave propagation and reflection in the model of asymmetrically branching tree of elastic cylindrical tubes filled with nonviscous fluid is considered when applied to pulse wave reflection in arterial networks. Influence of the geometrical and mechanical properties of the network and vessel wall on the pulse wave propagation and spectral properties of the total admittance of the network are investigated.

It was found out that the admittance of the tree has a set of resonant harmonics. Any changes in parameters of microcirculatory bed cause noticeable alterations of the amplitudes of resonant harmonics and negligibly small alterations of other harmonics. The set of resonant harmonics is independent of some variations in the tree geometry. These results substantiate a possibility of the pulse diagnosis of inner organs state by observation the amplitudes of the resonant harmonics only without preliminary knowledge of individual structure of real vascular bed of an inner organ.

**Keywords:** pulse wave reflections, cardiovascular system, branching transport networks, pulse diagnosis.

*Получено 06 ноября 2002 года*