

УДК 531/534:57+612.7

РОЛЬ ГЛАВНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПЕРИОДОНТАЛЬНОЙ СВЯЗКЕ ЗУБА ПРИ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ИНТРУЗИИ

© 2002 г. К.Г. Проватидис

Mechanical Design and Control Systems Section, Mechanical Engineering Department, National Technical University of Athens, 9 Heron Polytechniou Ave., GR-15773 Zografos Campus, Athens, Greece, e-mail: cprovat@central.ntua.gr

Аннотация. Данная статья представляет собой предварительную теоретическую попытку вывести оригинальные количественные формулы в ортодонтии. Основываясь на ранее полученных аналитических формулах для напряжений и деформаций внутри периодонтальной связки (ПДС) для конкретного случая центрального резца в ходе интрузии, деформации были непосредственно связаны с движением поверхности раздела между альвеолярной костью и ПДС, называемой поверхностью кости. Строго показано, что нормальные и сдвиговые деформации в ПДС имеют одинаковую значимость для поверхности кости. В соответствии с этим и среднее арифметическое, и среднее геометрическое главных деформаций в ПДС играют важную роль в процессе перестройки. В целом предложенные формулы отличаются от предыдущих, которые успешно применялись для описания перестройки в длинных костях. Предложенная теория также подтверждена конечно-элементным анализом.

Ключевые слова: ортодонтия, стоматологическая биомеханика, периодонтальная связка, главные деформации, перестройка кости, конечные элементы, прикладная механика.

Введение

По крайней мере со времен Галилея было известно, что форма кости частично зависит от ее структурного назначения [1]. В 1838 году английский анатом Ворд изучал бедро человека и «распознал сходство с краном» [2]. В 1866 году Г.Х. ван Мейер прочитал лекцию о строении трубчатой кости и сопроводил ее набросками губчатой структуры различных костей. На этой лекции присутствовал математик К. Кульман, который заметил, что рисунки губчатой структуры кости сильно напоминают траектории главных напряжений [3]. В 1884 году Ю. Вольф предложил фразу «закон перестройки кости», которая была основана на «кране» Кульмана [4]. Значительная работа, представленная Ру между 1880-1881 годами, публикации Вольфа начиная с 1869 г., а также идеи Кульмана, ван Мейера и Ру были опубликованы в книге Вольфа [5] в 1892 году. В конце XX века существенные исследовательские работы представили Каммер [6], Фрост [7], Гелсвик [8], Коуэн [9], Харт [4], Картер [10], Хьюскес [11] и многие другие. Обзор результирующей перестройки в длинных костях был опубликован Хартон [12]. Если суммировать эти работы, в литературе есть предположения о том, что скорость перестройки является функцией либо напряжения, либо деформации. В общем, кость реагирует на изменение состояния напряжения/деформации стремлением изменить свою форму некоторым образом [13], но, по-видимому, деформация вносит

основной вклад в механизм перестройки [7,14]. Хотя существует множество качественных теорий, имеется лишь небольшое число количественных результатов [13]. Вкратце, в вышеупомянутой литературе предполагается, что в ортопедических теориях в общем перестройка происходит перпендикулярно поверхности кости.

Что касается длительного ортодонтического движения, в течение последнего десятилетия были представлены некоторые численные расчеты с использованием метода конечных элементов (МКЭ) [15-23]. Миддлтон с соавторами [16] детально обсуждал этот вопрос и показал, что значимость ПДС особенно важна в ортодонтии, так как скорость резорбции и нарастания кости значительно превышает скорость в других частях тела, если только нет значительной травмы [7]. А именно Миддлтон с соавторами [16] показал, что деформация в ПДС имеет порядок 0,1 (10%), т.е. примерно в пятьдесят раз больше, чем хорошо известная «минимальная эффективная деформация» $\varepsilon_{eff} = 0,002$ (0,2%) – пороговая величина, введенная Фростом [7]. Характерным отличием от длинных костей является то, что на стороне сжатия остеокласты съедают стенку лунки зуба (абсорбция кости), в то время как на стороне растяжения остеобласты добавляют костную ткань (аппозиция кости). В зубной лунке остеокласты наиболее активны на стороне сжатия, что вызывает резорбцию костной ткани в данной области [24].

Что касается вычислительных моделей в долговременной ортодонтии, т.е. с учетом перестройки кости, были получены следующие результаты:

1. Миддлтон с соавторами [15, 16] применил идеи Хейеса [25], согласно которым внутренняя переориентация трабекулярных волокон согласуется с направлением главных напряжений. Позднее Хикман с соавторами [23] обобщил их результаты, построив обоснованную трехмерную модель.
2. Танне и Сакуда [26] применили закон Вольфа только на начальной стадии.
3. Хемповиц [17] применил закона Фроста, используя анализ мертвой («ленивой») зоны.
4. Отмеченные выше работы были распространены Шнейдером с соавторами [21, 22] на трехмерный случай. При применении закона Фроста для областей растяжения и сжатия были использованы различные скорости перестройки кости.
5. Борель с соавторами [20] применил теорию Фроста внутри альвеолярной кости для управления движением зуба.
6. Проватидис применил чрезвычайно быструю конечно-элементную модель, которая рассматривает только влияние ПДС на управление движением зуба [18, 19]. Аспекты предварительной перестройки кости по отношению к нормальной и тангенциальной деформациям внутри ПДС также были опубликованы [27-29].

Несмотря на отмеченные выше работы, благодаря тому факту, что имеется лишь небольшое количество долгосрочных клинических данных (истории движения зуба и нагружения) о зубах, подвергнутых лечению, по-видимому, в ортодонтии до сих пор трудно определить общепризнанный алгоритм. Обычно предполагается конкретный закон, а затем фигурирующие в нем константы вычисляются с помощью предположения, например, что кончик зуба двигается с постоянной, известной из литературы скоростью (например, Беркович [30]), или с помощью попытки достичь горизонтального смещения в брэкете. Но даже если зуб рассматривается как твердое тело, существует шесть перемещений твердого тела, которые надо контролировать: три поступательных движения и три вращения. Ситуация еще более усложняется, если рассматривать зависящие от времени (вязкоупругие) явления или/и анизотропию из-за наличия коллагеновых волокон внутри ПДС [31, 36-37].

В этом контексте данная статья вносит свой вклад в получение новой формулы для случая осесимметричного зуба параболоидной формы в ходе интрузии при

ортодонтическом лечении. В данном случае известны аналитические выражения для полей напряжений и деформаций в ПДС [27]. Этот факт позволяет определить соотношение для движения поверхности кости (внешняя перестройка) благодаря существованию ПДС с наведенными деформациями и напряжениями. Предложенная формула основана на предположении, что форма и свойства материала ПДС не изменяются в процессе перестройки кости. Вдобавок также может быть рассмотрен обычно принимаемый случай однородного расширения.

Уравнения упругости в периодонтальной связке

По объясненным ранее причинам [31-33] на основе механических свойств задействованных тканей, приведенных Танне с соавторами [34], зуб считается твердым телом, поддерживаемым в жесткой лунке с помощью линейно-упругого основания благодаря почти несжимаемым периодонтальным связкам (ПДС). Рассматривая элементарный объем по отношению к криволинейным координатам (n, t, ϑ) , как показано на рис. 1, закон Гука в ПДС принимает вид [35]:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_n + \nu(\varepsilon_\vartheta + \varepsilon_t)], \\ \sigma_t &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_t + \nu(\varepsilon_n + \varepsilon_\vartheta)], \\ \sigma_\vartheta &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_\vartheta + \nu(\varepsilon_n + \varepsilon_t)], \\ \tau_{nt} &= \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{nt} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{\gamma_{nt}}{2}, \\ \tau_{t\vartheta} &= \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{t\vartheta} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{\gamma_{t\vartheta}}{2}, \\ \tau_{\vartheta n} &= \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{\vartheta n} = \frac{E}{(1+\nu)} \frac{\gamma_{\vartheta n}}{2}.\end{aligned}\tag{1}$$

В уравнениях (1) σ и τ обозначают нормальное напряжение и касательное напряжение соответственно, E и ν обозначают модуль упругости и коэффициент Пуассона периодонтальной связки соответственно.

Представленные выше уравнения можно упростить, сделав предположения об осесимметричности формы корня зуба и о том, что ПДС имеет однородную малую толщину δ , следующим образом:

i) вследствие симметрии корня зуба относящиеся к ϑ -направлению деформации сдвига равны нулю:

$$\gamma_{n\vartheta} = \gamma_{t\vartheta} = 0,\tag{2}$$

ii) вследствие симметрии и малой толщины ПДС средний диаметр поперечного сечения δ не изменяется, так что окружная деформация практически равна нулю:

$$\varepsilon_\vartheta = 0,\tag{3}$$

iii) вследствие того, что зуб считается твердым, если предполагается, что толщина ПДС δ чрезвычайно мала, то нормальная деформация в тангенциальном направлении равна нулю:

$$\varepsilon_t = 0.\tag{4}$$

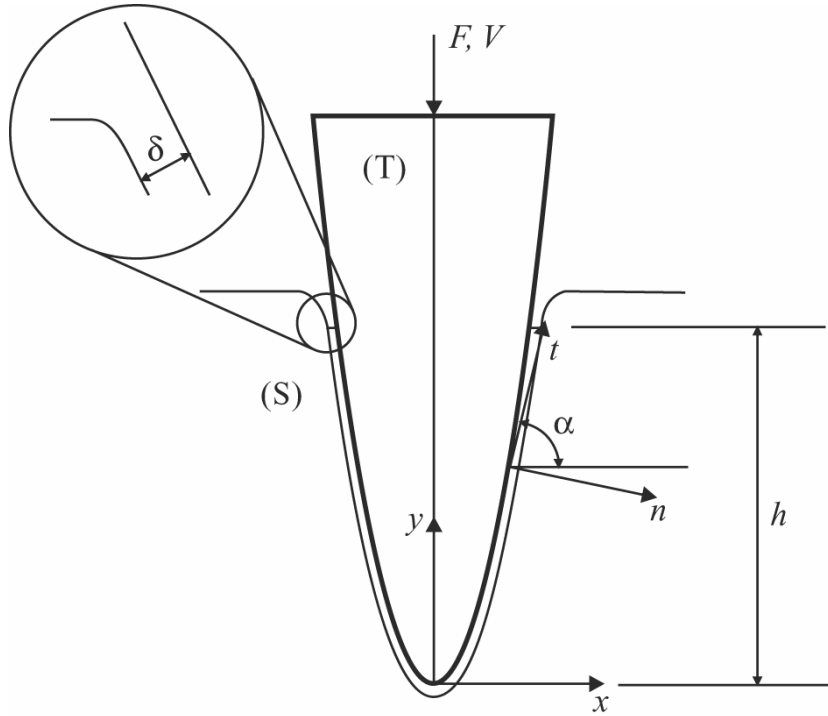


Рис. 1. Схематическое изображение зуба (Т), подвергнутого действию интрузивной силы F , вызывающей смещение V . Для каждой точки на поверхности зуба определена локальная система координат (n - нормаль, t - касательная). Корень длины h характеризуется однородной толщиной δ . Альвеолярная кость (S-лунка) считается твердой.

Все описанные выше предположения и соответствующие следствия, задаваемые уравнениями (2)-(4), были численно обоснованы с помощью детального конечно-элементного анализа [27]. Принимая во внимание упомянутые ранее соотношения, в конечном итоге получаем:

$$\begin{aligned}\sigma_n &\cong \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}(1-\nu)\varepsilon_n, \\ \sigma_t &\cong \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\nu\varepsilon_n, \\ \sigma_g &\cong \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}\nu\varepsilon_n = \sigma_t, \\ \tau_{nt} &= \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{nt}, \\ \tau_{tg} &= 0, \\ \tau_{gn} &= 0.\end{aligned}\tag{5}$$

Основываясь на конфигурации рис. 1, вертикальная компонента смещения зуба (направленного вниз) разбивается на две криволинейные компоненты:

$$V_{tooth}^n = -V \cos \alpha > 0\tag{6}$$

и

$$V_{tooth}^t = V \sin \alpha < 0,\tag{7}$$

где V – вертикальное смещение вниз (отрицательная величина), α – угол между касательной к поверхности зуба и горизонтальной осью. При этих условиях знак компонент смещения зуба принимается положительным, когда он направлен в сторону

положительного направления соответствующей криволинейной координатной оси n или t .

Рассматривая один элементарный элемент континуума вдоль толщины ПДС, учитывая предположение, адекватно обоснованное в [27], можно считать, что деформации ε_n и γ_{nt} являются единственными ненулевыми деформациями, которые аппроксимируются как:

$$\varepsilon_n = -\frac{V_{tooth}^n}{\delta} = \frac{V \cos \alpha}{\delta} < 0 \quad (8)$$

и

$$\gamma_{nt} = -\frac{V_{tooth}^t}{\delta} = -\frac{V \sin \alpha}{\delta} > 0. \quad (9)$$

Сохранение энергии деформации

На основании уравнений (5) и (8)-(9) энергия деформации вследствие нормальных и касательных напряжений задается как:

$$U_{normal} = \frac{1}{2} \int_{Vol} \sigma_n \varepsilon_n dVol = c_1^2 V^2 \quad (10)$$

и

$$U_{shear} = \frac{1}{2} \int_{Vol} \tau_{nt} \gamma_{nt} dVol = c_2^2 V^2, \quad (11)$$

где Vol - объем ПДС, вновь V - вертикальное смещение зуба, c_1 и c_2 - константы, зависящие от длины корня зуба h , диаметра корня D и однородной толщины ПДС δ , как показано на рис. 1. Для случая осесимметричного зуба параболоидной формы заинтересованный читатель может найти аналитическое выражение в замкнутой форме для вышеупомянутых констант в [27].

Применение закона сохранения энергии делает возможным определение величины вертикального смещения V . Фактически работа приложенной интрузивной (аксиальной) силы F должна быть разделена между нормальными напряжениями и напряжениями сдвига, так что:

$$\frac{1}{2} FV = U_{normal} + U_{shear} = c_1 V^2 + c_2 V^2, \quad (12)$$

откуда

$$V = \frac{1}{2(c_1 + c_2)} F. \quad (13)$$

После применения уравнения (13) деформации могут быть подсчитаны с использованием уравнений (8)-(9), а напряжения – с использованием уравнения (5).

Главные деформации

Начиная с тензора деформаций, который по сути дела соответствует двухмерной задаче

$$H = \begin{pmatrix} \varepsilon_n & \varepsilon_{nt} & 0 \\ \varepsilon_{tn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

нетрудно определить, что главные деформации задаются следующими выражениями [35]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{V}{2\delta}(\cos \alpha - 1) > 0, \\ \varepsilon_2 &= 0, \\ \varepsilon_3 &= \frac{V}{2\delta}(\cos \alpha + 1) < 0.\end{aligned}\tag{15}$$

Следует еще раз пояснить, что в уравнении (15) знак интрузивного перемещения V отрицателен, так как оно противоположно направлению оси y .

Теперь, учитывая равенство нулю компонент $\varepsilon_t, \varepsilon_\theta, \gamma_{t\theta}, \gamma_{n\theta}$, первый инвариант деформации принимает вид [35]:

$$I_1 = \varepsilon_n = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0.\tag{16}$$

Аналогично, второй инвариант деформации принимает вид [35]:

$$I_2 = -\varepsilon_{nt}^2 = -\frac{\gamma_{nt}^2}{4} = \varepsilon_1 \varepsilon_3 < 0.\tag{17}$$

Гипотеза перестройки кости

В данной статье сделаны следующие предположения относительно интрузии зуба:

1. ПДС сохраняет однородную толщину δ вокруг зуба.
2. ПДС представляет собой линейно-упругий материал, обладающий механическими свойствами, которые не изменяются в процессе перестройки. В настоящей статье не рассматриваются вязкоупругие явления.
3. Зуб считается твердым.
4. При каждом мгновенном перемещении альвеолярная кость (лунка) считается жесткой.

Согласно первому предположению мгновенная картина корня зуба остается неизменной в ходе фазы перестройки. Рассмотрим точку P_{tooth} на поверхности зуба. Рассмотрим прямую линию (ε), проходящую через P_{tooth} и параллельную оси симметрии (y). Пересечение линии (ε) с поверхностью кости определяет новую точку P_{bone} , как показано на рис. 2. Очевидно, что для сохранения отмеченного выше первого предположения (а именно однородной толщины ПДС δ), необходимо, чтобы обе вышеуказанные точки (P_{tooth} и P_{bone}) имели одинаковое смещение:

$$\vec{V}_{bone} = \vec{V}_{tooth}.\tag{18}$$

Используя нормальную (n) и тангенциальную (t) компоненты, уравнение (18) может быть записано в виде следующей эквивалентной системы двух уравнений:

$$V_{bone}^n = V_{tooth}^n\tag{19}$$

и

$$V_{bone}^t = V_{tooth}^t.\tag{20}$$

Теперь подстановка уравнений (6, 7) в правую часть уравнений (19, 20) дает:

$$V_{bone}^n = -V \cos \alpha\tag{21}$$

и

$$V_{bone}^t = V \sin \alpha.\tag{22}$$

Затем уравнения (8, 9) заменяют правую часть уравнений (21, 22):

$$V_{bone}^n = -\delta \varepsilon_n\tag{23}$$



Рис. 2. Точки на зубе и кости соединены прямой линией (ε), параллельной направлению движения зуба.

и

$$V_{bone}^t = -\delta \gamma_{nt}. \quad (24)$$

Из уравнений (23, 24) становится ясно, что и нормальная, и сдвиговая компоненты вносят свой вклад в одинаковой степени, поскольку появляется один и тот же коэффициент пропорциональности δ .

Вследствие уравнений (16)-(17) уравнения (23)-(24) могут быть записаны в терминах инвариантов деформации следующим образом:

$$V_{bone}^n = -\delta I_1 > 0 \quad (25)$$

и

$$V_{bone}^t = -2\delta \sqrt{|I_2|} < 0. \quad (26)$$

В качестве альтернативы главные деформации могут быть введены непосредственно следующим образом:

$$V_{bone}^n = -\delta (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) = -2\delta \bar{\varepsilon}_{ma} \quad (27)$$

и

$$V_{bone}^t = -2\delta \sqrt{|\varepsilon_1 \varepsilon_3|} = -2\delta \bar{\varepsilon}_{ga}, \quad (28)$$

где $\bar{\varepsilon}_{ma}$ и $\bar{\varepsilon}_{ga}$ обозначают среднее арифметическое и среднее геометрическое ненулевых главных деформаций соответственно. Теоретическая процедура, которая ведет к формулам перестройки кости (23, 24) равно как и к эквивалентным выражениям (27, 28) в терминах главных деформаций, составляет новизну данной работы.

Замечания:

1. Вышеуказанные формулы были получены в предположении, что толщина ПДС не изменяется в ходе процесса перестройки. Тем не менее, возможно принять, что ПДС увеличивается. В этом случае толщину δ в уравнениях (23, 24) следует заменить большей величиной δ' ($> \delta$), хотя деформации ε_n и γ_{nt} относятся к начальному положению (δ).

2. Подставляя уравнения (5) в (23) и (24), получаем:

$$V_{bone}^n = -\delta \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)} \sigma_n \quad (29)$$

и

$$V_{bone}^t = -\delta \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{nt}. \quad (30)$$

Другими словами, формулы перестройки кости, выраженные в терминах нормальных и касательных напряжений, характеризуются различными коэффициентами пропорциональности, в то время как в терминах деформаций соответствующие коэффициенты ($-\delta$) одинаковы.

3. Следует заметить, что уравнение (27), связанное с направлением оси n , представляет собой линейную комбинацию главных деформаций, как это обычно имеет место в кости, например, в модели Хейеса [25]. Для уравнения (28), связанного с направлением оси t , это неверно. С другой стороны, предложенные формулы перестройки кости, задаваемые уравнениями (27)-(28), описывают деформации в мягком ПДС, в то время как ранее разработанные теории для длинных костей (например, модель Хейеса) описывают деформации в кости.

Материалы и методы

С использованием описанных выше теоретических предпосылок был применен следующий алгоритм перестройки кости.

Алгоритм перестройки кости

Алгоритм состоит из следующих шагов:

Шаг 1. ПДС вокруг зуба разделяется на определенное количество конечных элементов. Его внешняя поверхность, которая связана с поверхностью кости, полностью закреплена. Записываются декартовы координаты узловых точек на поверхности кости $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_N, y_N)$.

Шаг 2. К зубу прикладывается интрузивная сила F . Смещения зуба, так же как и деформации в ПДС, рассчитываются с помощью МКЭ.

Шаг 3. Узловые точки на поверхности кости двигаются в соответствии с уравнениями (23, 24) или, что то же самое, уравнениями (27, 28), так что скорректированные декартовы координаты определяются на основе x - и y -проекций уравнениями:

$$\begin{aligned} x_i^{new} &= x_i^{old} + (V_{bone}^n)_x + (V_{bone}^t)_x, \\ y_i^{new} &= y_i^{old} + (V_{bone}^n)_y + (V_{bone}^t)_y, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (31)$$

Шаг 4. Зуб помещается в смещенное положение и внутри ПДС между зубом и смещенной поверхностью кости генерируется новая сетка согласно уравнению (31).

Шаг 5. Старые координаты заменяются новыми:

$$x_i^{old} = x_i^{new}, y_i^{old} = y_i^{new}, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

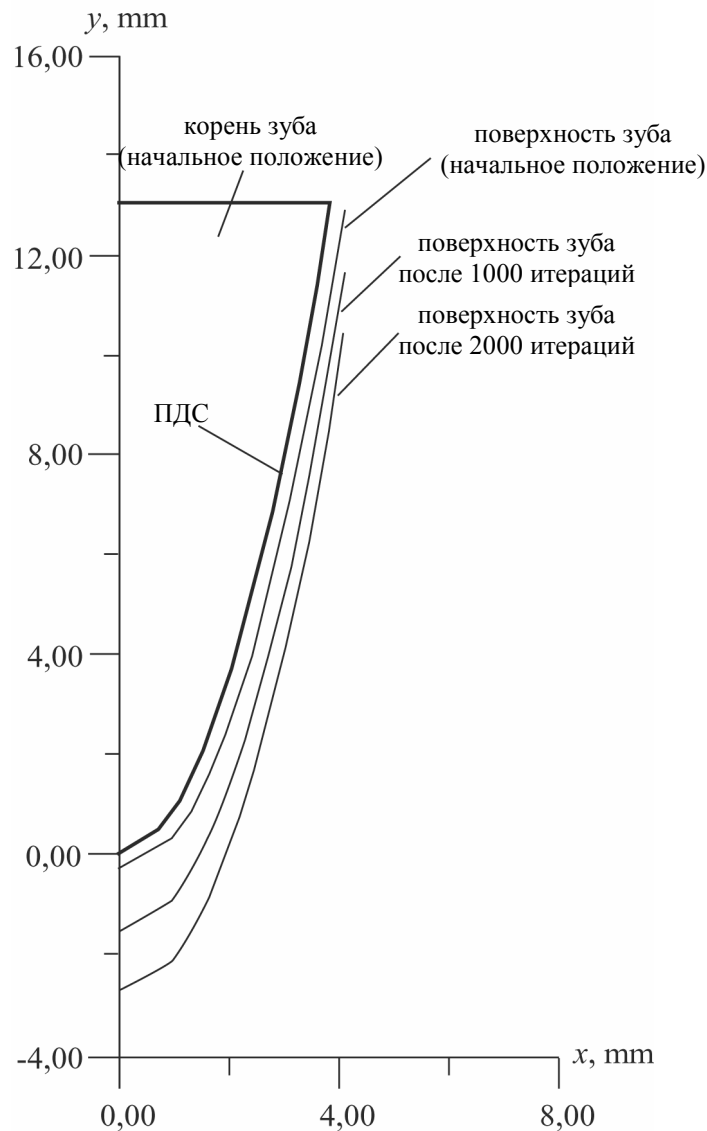


Рис. 3. Процесс перестройки. Начальное и рассчитанные положения поверхности кости показаны вокруг корня зуба.

Шаг 6. Осуществляется возврат к шагу 2 до тех пор, пока не будет совершенно установленное количество итераций.

Описанная выше процедура была применена к верхнечелюстному центральному резцу со следующими размерами:

- длина корня: $h = 13,0$ мм,
- диаметр корня: $D = 7,8$ мм,
- толщина ПДС (однородная): $\delta = 0,25$ мм.

Периодонтальная связка считалась изотропным линейно-упругим материалом со следующими материальными свойствами, взятыми из работы Танне с соавторами [34]:

- модуль упругости: $E = 0,68$ МПа,
- коэффициент Пуассона: $\nu = 0,49$.

Для решения применялась компьютерная программа МКЭ собственной разработки, использующая восьмиэлементные трехмерные конечные элементы и рассматривающая зуб как твердое тело. Эта программа является расширением предыдущей программы, подробности которой могут быть найдены в литературе [31-33], на случай перестройки кости. Здесь рассчитываются главные деформации в середине ПДС, и уравнения (27, 28) применяются для определения нового положения границы «альвеолярная кость – ПДС».

Был применен специальный препроцессор. Конечно-элементная сетка генерировалась с помощью 26 поперечных линий, перпендикулярных оси симметрии на одинаковых расстояниях (через 0,5 мм), в комбинации с 16 равноугольными подразделениями. Периодонтальная связка была разделена на два слоя, так что были использованы 832 конечных элемента.

Результаты

Продвижение кости иллюстрирует рис. 3. Здесь показаны начальные положения зуба и окружающей связки, так же как и измененная поверхность кости после 1000 и 2000 итераций. Можно заметить, что поверхность кости остается неизменной и просто перемещается вниз, параллельно направлению интрузивной силы.

Обсуждение

Построенная теория основана на некоторых предположениях, в основном касающихся механических свойств периодонтальной связки. Данная модель не рассматривает коллагеновые волокна, которые могут вести к концентрации напряжений, вместо гладкого поля напряжений, использованного в данной работе. Форма зуба считалась идеальным параболоидом, и этот факт, вероятно, может играть определенную роль. Наконец, нелинейность и явления вязкоупругости здесь также не рассматривались.

Заключение

В этой статье аналитические формулы, полученные ранее для интрузии идеального осесимметричного зуба с корнем параболической формы, были использованы для получения алгоритма внешней перестройки кости для поверхности кости. Было найдено, что нормальные и сдвиговые деформации вносят в данное явление вклад одинаковой степени важности, иначе ПДС принимала бы сильно неоднородную форму. Формула перестройки кости также была выражена в терминах главных деформаций, и было установлено, что и первый инвариант, и корень квадратный из второго инварианта вносят одинаковый вклад в процесс перестройки кости. Последний факт подтверждает существенное различие между зубами и длинными костями.

Литература

1. *Galileo G.* Discorsi e dimonstrzioni mathematiche intorna a dure nuove scieze. // Treharne R.W. Review of Wolff's law and its proposed means of operation. Orthopaedic Review. 1981. V. 10. P. 35-47.
2. *Murray P.D. F.* Bones. Cambridge University Press. 1936.
3. *Roesler H.* Some historical remarks on the theory of cancellous bone structure (Wolff's law). In: S.C. Cowin (Editor). Mechanical Properties of Bone. New York: Amer Soc Mech Eng. 1981. P. 27-42.
4. *Hart R.* Quantitative response of bone to mechanical stress. Ph.D.Thesis. Case Western Reserve University, Department of Mechanical and Aerospace Engineering. 1983.
5. *Wolff J.* Das Gesetz Transformation der Knochen. Berlin: Hirschwald. 1892.
6. *Kummer B.K.F.* Biomechanics of bone: Mechanical properties, functional structure, functional adaption. In: Y.C. Fung, N. Perrone, M. Anlinker (Editors). Biomechanics: Its foundations and objectives. Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, Inc. 1972. P. 237-271.
7. *Frost H.M.* A determinant of bone architecture: the minimum effective strain // Clin Orthop Rel Res. 1983. V. 175. P. 286-292.
8. *Gjelsvik A.* Bone remodelling and piezoelectricity // J. Biomechanics. 1973. V. 6. PP. 69-77, 187-193.
9. *Cowin S.C.* Continuum models of the adaption of bone to stress. In: Cowin S.C. (Editor). Mechanical Properties of Bone. New York: Am Soc Mech Eng. 1981. P. 193-210.

10. *Carter D.R.* Mechanical loading history and skeletal biology // *J. Biomechanics*. 1987. V. 20. № 11/12. P. 1095-1109.
11. *Huiskes R.* Adaptive bone remodeling theory applied to prosthetic design analysis // *J. Biomechanics*. 1987. V. 20. № 11/12. P. 1135-1150.
12. *Hart R.* Review and overview of net bone remodeling. In: Power H., Hart R.T. (Editors). *Computer Simulations in Biomedicine*. Southampton: Computational Mechanics Publications. 1995. P. 267-275.
13. *Roesler H.* The history of some fundamental concepts in bone biomechanics // *J. Biomechanics*. 1987. V. 20. № 11/12. P. 1025-1034.
14. *Lanyon L.E.* Functional strain in bone tissue as an objective and controlling stimulus for adaptive remodelling // *J. Biomechanics*. 1987. V. 20. № 11/12. P. 1083-1093.
15. *Wilson A.N., Jones M.L., Middleton J.* The effect of the periodontal ligament on bone remodelling // *Proceedings of Computer Methods in Biomechanics & Biomedical Engineering*. 1992. P. 150-158.
16. *Middleton J., Jones M., Wilson A.* The role of the periodontal ligament in bone modeling: The initial development of a time-dependent finite element model // *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*. 1996. V. 109. P. 155-162.
17. *Hempowitz H.* Analyse kieferorthopadischer Problemstellung mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. Dissertation der Medizinischen Fakultät der Universität Ulm. 1999.
18. *Provatidis Ch.* Bone remodelling in orthodontics. In: Middleton J., Jones M.L., Pande G.N. (Editors). *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering – 2*. The Netherlands: Gordon and Breach Science Publishers. 1998. P. 655-661.
19. *Provatidis Ch.* On the numerical determination of tooth-support flexibilities, In: Middleton J., Jones M.L., Pande G.N. (Editors). *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering – 3*. The Netherlands: Gordon and Breach Science Publishers. 2001. P. 629-634.
20. *Bourauel C., Freudenreich D., Vollmer D., Kobe D., Drescher D., Jager A.* Simulation of Orthodontic Tooth Movements // *J. Orol. Orthop/Fortschr Kieferorthop*. 1999. V. 60. № 2. P. 136-151.
21. *Schneider J., Geiger M., Sander F.G.* Effects of Bone Remodelling during Tooth Movement // *Russian Journal of Biomechanics*. 2000. V. 4. № 3. P. 57-73.
22. *Schneider J., Geiger M., Sander F.G.* Numerical experiments on long-time orthodontic tooth movement // *Am. J. Orthod. Dentofacial Orthop*. 2002. V. 121. № 3. P. 257-265.
23. *Hickman J., Jones M.L., Middleton J., Volp C., Knox J.* The development of a validated model of orthodontic tooth movement of the maxillary central incisor in the human subject // *Russian Journal of Biomechanics*. 1998. V. 2. P. 36-44.
24. *Reitan K.* Tissue behaviour during orthodontic tooth movement // *Am. J. Orthod*. 1960. V. 46. P. 881-900.
25. *Hayes W.C., Snyder B., Levine B.M., Rumasway S.* Stress morphology relationships in trabecular bone of the patella. In: Gallagher R.H., Simon B.R., Johnson P.C., Gross J.F. (Editors). *Finite Elements in Biomechanics*. Wiley. 1982. P. 223-268.
26. *Tanne K., Sakuda M.* An analytic technique to simulate bone remodeling during orthodontic tooth movement // *Jpn. J. Oral. Biol*. 1994. V. 36. P. 71-76.
27. *Provatidis Ch.* Validation of analytical formulas during the intrusion of a central incisor using the Finite Element Method. 6th FEM Workshop in Biomechanics and Biomedical Engineering. CD Proceedings. 1999. P. 144-158.
28. *Provatidis Ch.* On the FEM modelling of short- and long-term orthodontic movements. 8th FEM Workshop in Biomechanics and Biomedical Engineering. CD Proceedings. 2001. P. 20-32.
29. *Provatidis C.G.* On the relationship between bone-remodeling rate and orthodontic strains within the periodontal ligament. *Proceedings IV World Congress in Biomechanics*. Calgary. 2002
30. *Berkovitz B.K.B., Moxham B.J., Newman H.N.* The periodontal ligament in health and disease. Oxford: Pergamon Press. 1982.
31. *Provatidis C.G.* A comparative FEM-study of tooth mobility using isotropic and anisotropic models of the periodontal ligament // *Medical Engineering & Physics*. 2000. V. 22. P. 359-370.
32. *Provatidis Ch.* Numerical Estimation of the Centres of Rotation and Resistance in Orthodontic Tooth Movements // *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 1999. V. 2. P. 149-156.
33. *Provatidis C.G.* Parametric Finite Element Analysis and Closed-form Solutions in Orthodontics // *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. 2002. V. 5. № 2. P. 101-112.
34. *Tanne K., Nagataki T., Inoue Y., Sakuda M., Burstone C.J.* Patterns of initial tooth displacements associated with various root lengths and alveolar bone heights // *Am. J. Orthod. Dentofac. Orthop*. 1991. V. 100. P. 66-71.
35. *Sokolnikoff I.S.* *Mathematical Theory of Elasticity*. New York: McGraw-Hill. 1956.
36. *Nyashin M.Y., Osipov A.P., Bolotova M.Ph., Nyashin Y.I., Simanovskaya E.Y.* Periodontal ligament may be viewed as a porous material filled by free fluid: experimental proof // *Russian Journal of Biomechanics*. 1999. V. 3. № 1. P. 89-95.

37. Krstin N., Dorow Ch., Geiger M., Sander F.G., Nyashin Y.I., Nyashin M.Y. Structure and functions of the periodontal ligament // Russian Journal of Biomechanics. 2001. V. 5. № 1. P. 33-42.

THE ROLE OF PRINCIPAL STRAINS WITHIN THE PERIODONTAL LIGAMENT OF A TOOTH DURING LONG-TERM INTRUSION

C.G. Provatidis (Athens, Greece)

This paper is a preliminary theoretical attempt to derive original quantitative formulas in orthodontics. Based on previously derived analytical formulas of stress and strains within the periodontal ligament (PDL) for the particular case of a central incisor during intrusion, the strains are directly related to the motion of the interface between the alveolar bone and the PDL, called bone surface. It is rigorously shown that both normal and shear strains within the PDL are of the same importance for bone surface. In line to that, both ‘simple average’ and ‘geometrical average’ of principal strains *within the periodontal ligament* play a significant role in the bone remodelling process, as they contribute in the same degree of importance. In summary, the proposed formulas differ from previous ones that had been successfully applied to describe remodelling *within long bones*. The proposed theory is also sustained by a finite element analysis.

Key words: orthodontics, dental biomechanics, periodontal ligament, principal strain, bone remodelling, finite elements, applied mechanics.

Получено 26 августа 2002