

БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЫЖКА НА ЛЫЖАХ С ТРАМПЛИНА

А.Р. Подгаец, Р.Н. Рудаков

Россия, 614600, Пермь, Комсомольский проспект 29а, Пермский государственный технический университет, кафедра теоретической механики

Аннотация: Рассмотрены основные фазы прыжка на лыжах с трамплина (разгон, отталкивание, полёт и приземление) и связанные с ними задачи биомеханики. Приведен обзор экспериментальных и теоретических работ, посвященных исследованию различных аспектов прыжка на лыжах с трамплина. Подробно рассмотрены различные методы определения аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы в фазе полета. Обсуждаются задачи математического моделирования прыжка с трамплина.

Ключевые слова: прыжок на лыжах с трамплина, аэродинамические коэффициенты, оптимальная траектория

Введение

Прыжки с трамплина – один из наиболее технически сложных видов спорта. Достижения в нём связаны, в основном, с практической деятельностью тренеров и спортсменов, а строгое математическое моделирование прыжка, учитывающее индивидуальность спортсмена, находится пока на пути становления. Работы, посвящённые прыжкам с трамплина, можно разделить на две группы: экспериментальные работы по анализу различных фаз прыжка и теоретические исследования прыжка на лыжах. Среди экспериментальных работ следует выделить работу Е.А. Грозина [1] и его опытное определение коэффициентов аэродинамического сопротивления, а среди теоретических – работы Л.П. Ремизова [2-3], который исследовал оптимальные значения угла атаки лыжника. К более поздним исследованиям относятся работы авторов [4-6], в которых теоретический анализ опирается на результаты обработки видеозаписей прыжков ведущих спортсменов мира и делается попытка теоретического определения аэродинамических коэффициентов. В этих работах впервые идёт речь о безопасности приземления, вводится показатель безударности приземления.

1. Основные фазы прыжка с трамплина

Весь прыжок можно условно разделить на 4 фазы: разгон, отталкивание, полёт и приземление. Основной является фаза полёта, однако успешность прыжка готовят предыдущие фазы; не менее важно и успешное приземление. Экспериментальные и теоретические исследования посвящены рассмотрению отдельных фаз прыжка, хотя наиболее обоснованные теоретические результаты могут быть достигнуты лишь на основе комплексного решения проблемы.

На рис. 1 изображён трамплин в разрезе. Трамплины создаются на определённую максимальную дальность прыжка, которая вычисляется как длина нити, натянутой между кромкой стола отрыва и точкой приземления на склоне горы (точкой приземления считается та точка, где касается земли место лыж, к которому крепятся

ботинки). Например, в Перми есть детские трамплины, рассчитанные на максимальную дальность 10, 15, 20 и 29 метров и два трамплина для соревнований – с дальностью 48.5 и 70 метров. Для вычисления геометрических размеров трамплинов (их называют профильными характеристиками) существуют специальные уравнения и нормы, призванные предотвратить травмы лыжников из-за чрезмерной дальности прыжка.

Трамплин состоит из склона разгона и так называемого стола отрыва, с которого лыжники уходят в свободный полёт. Стол отрыва имеет небольшой отрицательный угол к горизонтали θ , обычно составляющий от 6° до 12° . Здесь собственно трамплин заканчивается и то, что дальше, строго говоря, уже является горой приземления. Склон приземления состоит из трёх участков: участка высотой H и длиной N , участка приземления и закругляющегося вверх участка торможения. Участок приземления – это плоскость с углом к горизонту от -25° до -40° . Высота стола отрыва над склоном горы приземления обозначается буквой T и обычно составляет 2-4% от максимальной дальности (см. рис. 1).

1.1. Фаза разгона

В этой фазе формируется скорость лыжника, которая обеспечивает дальность прыжка. Существует, по-видимому, оптимальная скорость, так как при очень больших скоростях вылета лыжнику трудно принять обтекаемую позу в следующей фазе прыжка.

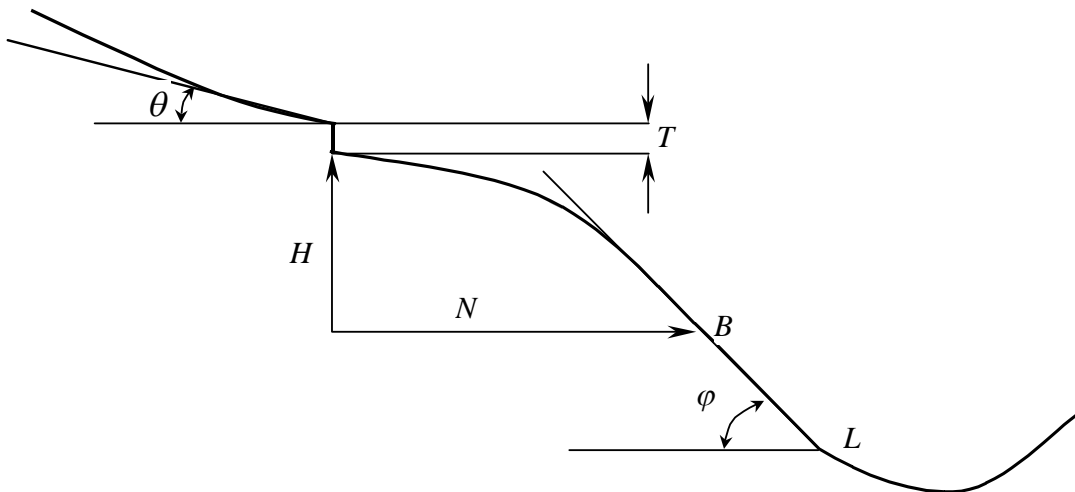


Рис. 1. Геометрические элементы трамплина.

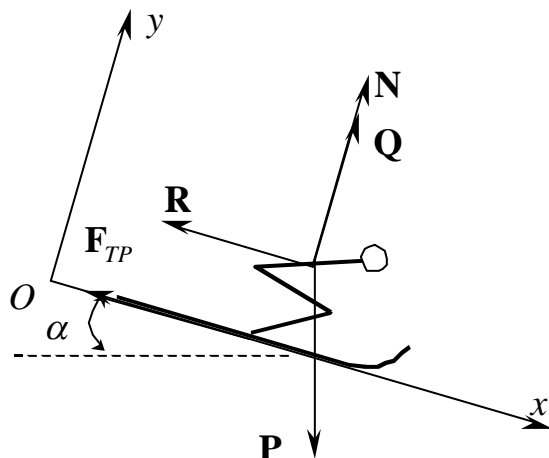


Рис.2. Силы, действующие на лыжника при спуске.

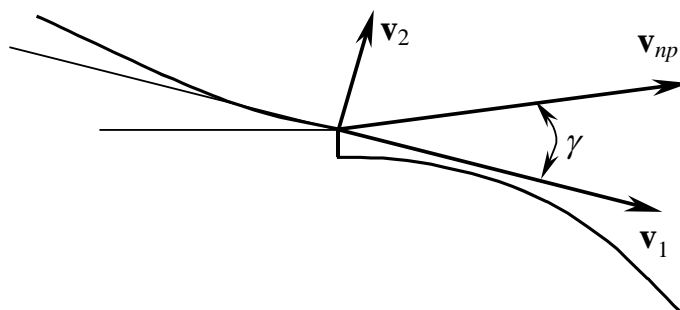


Рис. 3. Начальная скорость лыжника с учётом отталкивания.

Разгон лыжника при спуске с горы подробно рассмотрен в книге В.А. Петрова и Ю.А. Гагина [8]. На рис. 2 показаны силы, действующие на лыжника при спуске: сила тяжести $P = mg$, нормальная реакция лыжника N , сила трения $F_{TP} = \mu N$, сила лобового сопротивления $R = 0.5\rho c_x S v^2$ и подъёмная сила $Q = 0.5\rho c_y S v^2$, где m - масса лыжника, g - ускорение свободного падения, ρ - плотность воздуха, S - площадь миделя, v - скорость спуска, c_x и c_y - аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы. В [8] приводятся значения некоторых параметров при низкой стойке, характерной при прыжках с трамплина: $S = 0.34 \div 0.5 \text{ м}^2$, $c_x = 0.55 \div 0.65$, $c_y = 0.3 \div 0.4$. Коэффициент трения $\mu = 0.05$.

Лыжник рассматривается как материальная точка. На основе второго закона Ньютона составляются уравнения движения

$$m \frac{dv}{dt} = P \sin \alpha - F_{TP} - R, \quad (1)$$

$$0 = -P \cos \alpha + N + Q. \quad (2)$$

Из (2) находится нормальная реакция, которая зависит от скорости. Уравнение (1) даёт зависимость скорости от пройденного расстояния x :

$$v = a \sqrt{1 - e^{-\frac{2gK^2}{a^2}x}}, \quad (3)$$

где

$$K = mg(\sin \alpha - f \cos \alpha), \quad a = \sqrt{\frac{2mgK^2}{c_x \rho S}}.$$

Подъёмная сила в (3) не учтена.

1.2. Фаза отталкивания и формирование обтекаемой позы

В начале фазы спортсмен сообщает телу скорость \mathbf{v}_{np} , которая имеет две составляющие: \mathbf{v}_1 , параллельную столу отрыва и увеличивающую начальную скорость вылета \mathbf{v}_0 , и \mathbf{v}_2 , перпендикулярную столу отрыва и оказывающую влияние на угол вылета (см. рис. 3).

Так, при скоростях $v_0 = 25 \text{ м/с}$, $v_1 = 0$ и $v_2 = 1 \text{ м/с}$ угол, на который изменяется угол вылета, равен приблизительно 2° . Это влияет на траекторию и дальность прыжка.

Наиболее важная начальная фаза – формирование обтекаемой позы. Этому посвящены экспериментальные исследования. Ф. Ваверка (Чехия, Палацкий университет) и Б. Йост (Словения, Университет Любляны) со своими сотрудниками с 1992 года проводят видеосъёмки разгона, отрыва и полёта лыжников на

международных турнирах. Все их статьи, например, [12, 18] посвящены статистическому обобщению достигнутых спортсменами результатов. Работы М. Вирмавирты и П.В. Коми посвящены видеосъёмке и кинематическому анализу фазы отрыва [16], решению обратной задачи динамики отрыва, то есть нахождению сил, действующих на лыжника во время предполётного прыжка, по известным кинематическим параметрам движения [9] и экспериментальному измерению этих сил с помощью специального тренажёра [15]. В их работе [13] выделяются основные следствия отталкивания, исходя из динамики процесса и многочисленного экспериментального материала, и определяется их влияние на качество прыжка. Во-первых, во время отталкивания лыжник может прыгнуть вверх, вперёд или и вверх, и вперёд под некоторым углом к столу отрыва. Само по себе увеличение высоты полёта (ведь скорость отталкивания у ведущих спортсменов достигает 2.5-3 м/с) влияет на дальность всего прыжка; отталкивание вперёд прибавляет скорость отталкивания к скорости, набранной на склоне. Во-вторых, как видно на рис. 1, угол θ отрицателен; однако лыжник в полёте имеет положительный угол между лыжами и горизонталью и сам лежит почти параллельно лыжам. То есть лыжник должен одним прыжком повернуть своё тело на 10-30°. Это задание само по себе требует хорошей координации движений; кроме того, оно должно быть выполнено за минимальное время, так как во время поворота лыжник находится в аэродинамически невыгодной позе, то есть позе с большим лобовым сопротивлением, и теряет скорость, набранную на склоне разгона. Таким образом, отталкивание можно выполнить под разным углом к столу отрыва (что влияет на начальную скорость и высоту полёта), а принятие полётной позы – за большее или меньшее время (что влияет на начальную скорость полёта).

Задачу обратной динамики решали также сотрудники Б. Йоста – И. Коля и В. Стройник [17]. Японский учёный Т. Сасаки и его коллеги занимаются видеосъёмкой отталкивания [14], классифицируют способы отталкивания по кинематическому признаку и выбирают из них наилучший [11]. Авторы находят лучшее из трёх направление отталкивания, при котором достигается удачное соотношение потери скорости и высоты выпрыгивания. В статье Н.А. Масальгина и др. [10] методом наименьших квадратов установлена экспериментальная зависимость между силой мышц спортсмена и дальностью прыжка.

1.3. Фаза полёта

В работах [2-7] траектория полёта лыжника рассматривается в неподвижной системе координат $Oxuz$ с началом координат в точке отрыва (см. рис. 4).

В основной фазе полёта движение лыжника поступательно, поэтому по теореме о движении центра масс механической системы оно может быть описано как движение материальной точки под воздействием силы тяжести \mathbf{P} , лобового сопротивления \mathbf{R} и подъёмной силы \mathbf{Q} . Силы \mathbf{R} и \mathbf{Q} зависят от скорости лыжника относительно воздуха \mathbf{w} , которая равна разности скорости лыжника относительно земли \mathbf{v} и скорости ветра \mathbf{u} в той области, в которой лыжник находится в данный момент времени:

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}. \quad (4)$$

В рамках гидравлического приближения подъёмная сила и сила лобового сопротивления имеют вид:

$$|\mathbf{R}| = \frac{1}{2} c_x \rho S w^2, \quad |\mathbf{Q}| = \frac{1}{2} c_y \rho S w^2. \quad (5)$$

Сила лобового сопротивления \mathbf{R} направлена противоположно скорости \mathbf{w} :

$$\mathbf{R} = -k w \mathbf{w}, \quad (6)$$

где

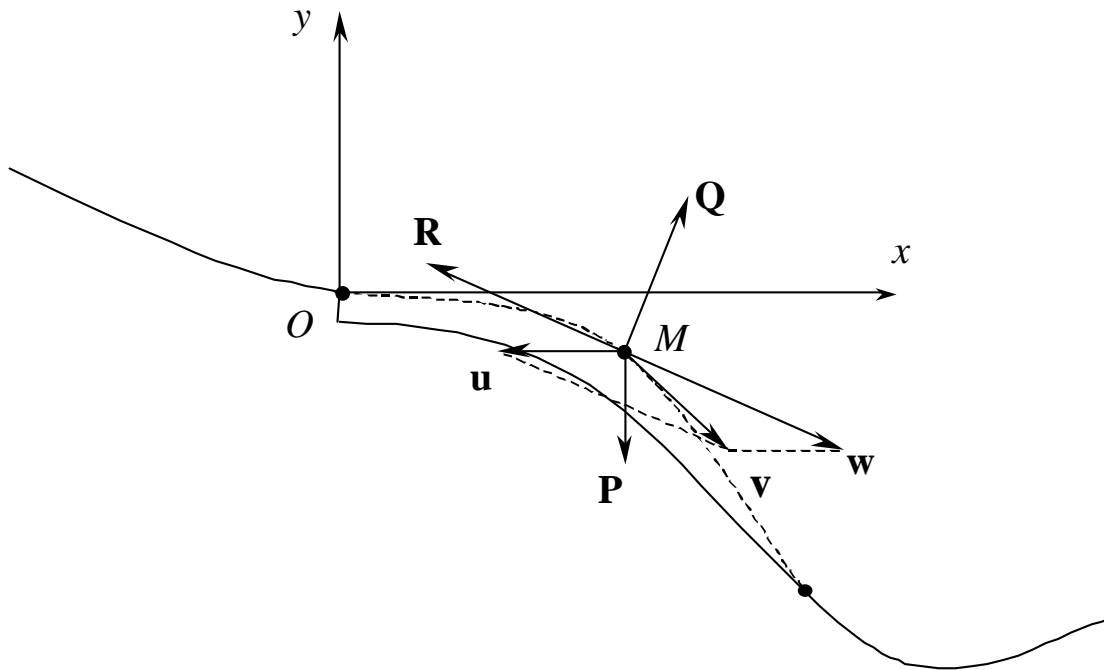


Рис. 4. Схематическое изображение полёта лыжника (пояснения в тексте).

$$k = \frac{1}{2} c_x \rho S. \quad (7)$$

Направление подъёмной силы \mathbf{Q} может быть найдено с помощью орта \mathbf{e} оси \mathbf{Oz} , направленной из плоскости рис. 1 на читателя:

$$\mathbf{Q} = f w (\mathbf{e} \times \mathbf{w}), \quad (8)$$

где

$$f = \frac{1}{2} c_y \rho S. \quad (9)$$

Второй закон Ньютона связывает массу экипированного лыжника m и его ускорение \mathbf{a} с приложенными к лыжнику силами:

$$m\mathbf{a} = \mathbf{P} - k w \mathbf{w} + f w (\mathbf{e} \times \mathbf{w}). \quad (10)$$

Разделив (33) на m и спроектировав на оси координат, мы приходим к системе дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} \ddot{x} = g - \frac{k w (\dot{x} - u_x) + f w (\dot{y} - u_y)}{m}, \\ \ddot{y} = \frac{-k w (\dot{y} - u_y) + f w (\dot{x} - u_x)}{m}, \end{cases} \quad (11)$$

где g – ускорение свободного падения, $w = |\mathbf{w}|$ – модуль скорости лыжника относительно воздуха:

$$w = \sqrt{(\dot{x} - u_x)^2 + (\dot{y} - u_y)^2}, \quad (12)$$

u_x и u_y – проекции скорости ветра на оси координат (без учёта влияния лыжника на скорость движения воздуха).

Аналогичные уравнения, но без учёта ветра, рассматриваются в работах Л.П. Ремизова [2, 3]. Аэродинамические коэффициенты для техник прыжка 60-х и 70-х годов взяты из книги Е.А. Грозина [1] и аппроксимированы квадратичными функциями. Решается задача оптимального управления по нахождению траектории полёта максимальной дальности. В работе делается вывод о том, что угол атаки

лыжника должен увеличиваться в полёте. Похожим способом воспользовались Н.А. Багин и др. [19], в работе которых выведена аналитическая формула для быстрой оценки дальности прыжка, учитывающая массу спортсмена и скорость вылета.

В работах [4, 5] уравнения (11) решаются численно, что даёт возможность учесть также влияние постоянного ветра и его порывов, колебания лыж и безопасность приземления. Результаты решения задачи оптимизации приведены на рис. 5 и 6. Рис. 5 показывает, что чем тяжелее спортсмен, тем выше он должен поднимать носки лыж. На рис. 6 изображены линии равной дальности в координатах масса лыжника - длина лыж.

Этот рисунок построен для оптимальных траекторий полёта, поэтому указанные дальности полёта максимальны для каждого лыжника. Рис. 6 показывает, что для достижения большей дальности полёта масса лыжника со снаряжением важнее, чем длина лыж: изменение массы лыжника на 1 % равносильно изменению длины лыж на 2 %.

Потеря дальности у расчётной оптимальной траектории в случае внезапного порыва ветра наводит авторов на мысль об исследовании устойчивости математически оптимальных рекомендаций для спортсменов. Поэтому в следующей работе [6] делается попытка исследовать устойчивые оптимальные траектории.

1.4. Фаза приземления

Приземлению и торможению посвящено наименьшее количество работ. Нами была найдена лишь экспериментальная статья [19] итальянских учёных, исследовавших кинематику движения и силу давления на склон приземления во время приземления и торможения спортсменов. В нашей работе [20] исследовалось влияние на скорость приземления такого фактора как аэродинамическое качество системы лыжник-лыжи в полёте (аэродинамическое качество равно отношению подъёмной силы к силе лобового сопротивления: $K = \frac{Q}{R}$). Исследование показало, что существует некоторое оптимальное значение аэродинамического качества, при котором нормальная к поверхности составляющая скорости приземления минимальна.

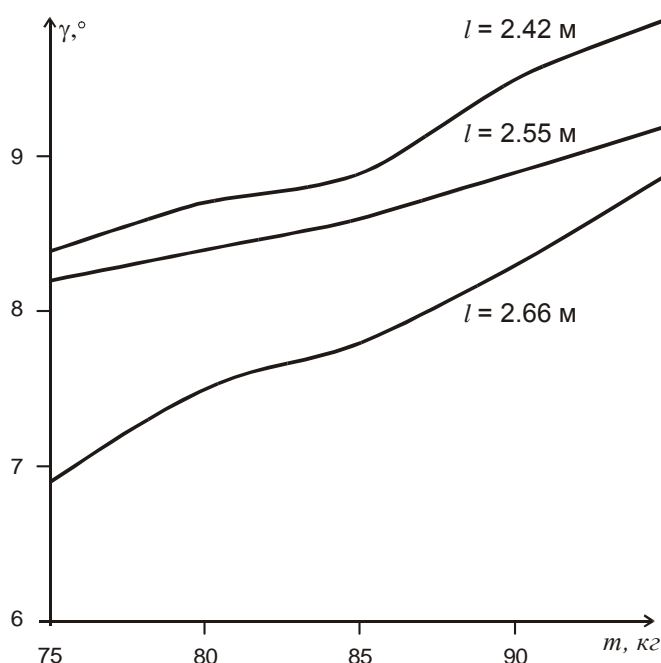


Рис. 5. Оптимальные углы лыж к горизонту для различных масс полностью экипированного лыжника и различных длин лыж.

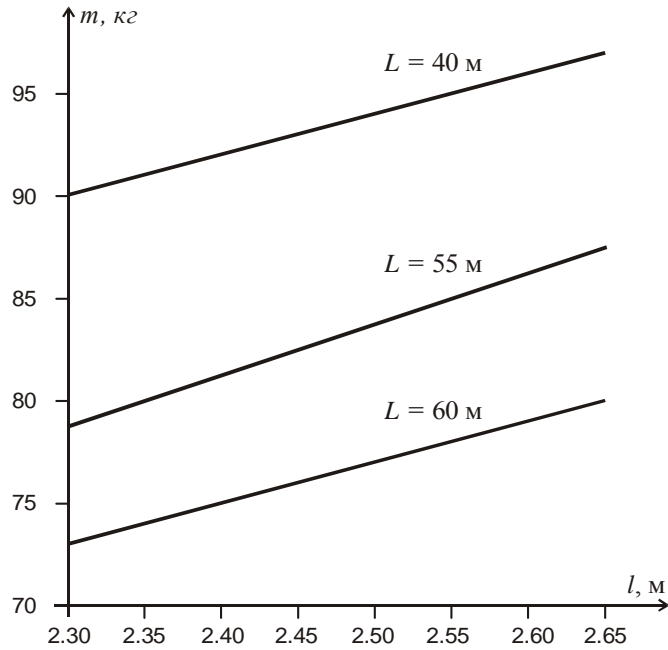


Рис. 6. Изолинии максимальной полётной дальности в координатах масса - длина системы лыжник-лыжи.

2. Методы определения аэродинамического коэффициента лобового сопротивления и подъёмной силы

Самый естественный путь определения аэродинамических коэффициентов системы лыжник-лыжи – обдув в аэродинамической трубе. Обдуваться могут лыжники, манекены в рост человека, экипированные реальным спортивным снаряжением и уменьшенные модельные фигурки. Е.А. Грозин [1] обдувал в аэродинамической трубе фигурки лыжников, уменьшенные в 10 раз. В работе О.М. Боженинова [21] опубликованы результаты обдува манекена спортсмена в современной полётной позе и определена оптимальная поза спортсмена при пользовании V-стилем:

- угол атаки лыж – 30° ;
- угол наклона туловища и ног одинаков и составляет $39-42^\circ$;
- угол развода носков лыж – $20-25^\circ$;
- расстояние между лыжами в районе пяток – $300-400$ мм [21].

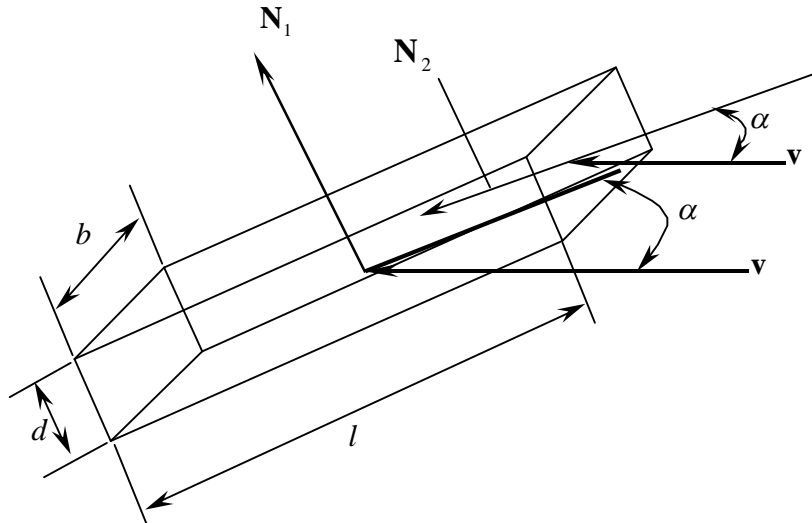


Рис.7. Модель системы лыжник-лыжи в виде плоской пластины.

Аэродинамические коэффициенты системы лыжник-лыжи могут быть получены и теоретически. В статье [20] рассматривается обтекание потоком воздуха со скоростью v плоской пластины конечной толщины d , длины l (длина лыж) и ширины b (рис.7). За основу вывода формул коэффициентов подъёмной силы и силы лобового сопротивления принят известный в механике метод определения силы давления движущейся струи жидкости на неподвижную преграду.

В результате были получены аналитические выражения для подъёмной силы

$$Q = b\rho v^2 \sin \alpha \cos \alpha (l \sin \alpha - d \cos \alpha), \quad (13)$$

для силы лобового сопротивления

$$R = b\rho v^2 (l \sin^3 \alpha + d \cos^3 \alpha) \quad (14)$$

и для аэродинамического качества

$$K = \frac{Q}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha (l \sin \alpha - d \cos \alpha)}{l \sin^3 \alpha + d \cos^3 \alpha}. \quad (15)$$

Аэродинамическое качество модельной системы лыжник-лыжи представлено на рис.8.

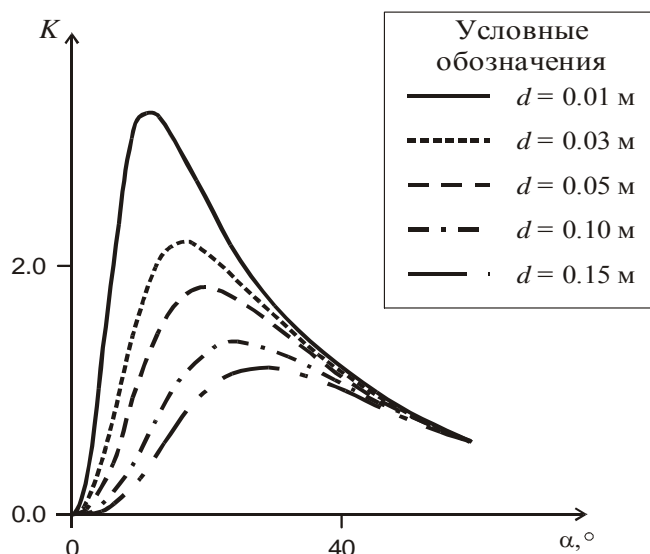


Рис.8. Аэродинамическое качество модельной системы лыжник-лыжи при разных её толщинах.

В работах [4-6] задача нахождения аэродинамических коэффициентов решалась численно как задача аэродинамики, то есть задача обтекания твёрдого тела потоком вязкой несжимаемой жидкости. Задача об обтекании решалась методом конечных элементов. В результате были получены аэродинамические коэффициенты, качественно похожие на получаемые экспериментально.

3. Задачи математического моделирования прыжка на лыжах

Основная задача при математическом моделировании прыжка с трамплина – учёт индивидуальных особенностей прыгуна на лыжах. На первом месте стоит задача определения зависимости аэродинамических коэффициентов лобового сопротивления и подъёмной силы от параметров системы лыжник-лыжи. В решении этой задачи пока предпочтительнее экспериментальные методы [1, 21]. Современная вычислительная техника позволяет при расчёте аэродинамических коэффициентов учитывать лишь некоторые особенности системы лыжник-лыжи: такие как размеры, угол атаки [4, 5, 6,

20]; однако учёт остальной структуры системы, решение трёхмерной задачи обтекания системы лыжник-лыжи потоком воздуха – одна из важнейших задач математического моделирования прыжка на лыжах.

Необходимой составляющей успешности прыжка является устойчивость полёта прыгуна на лыжах. До сих пор рассматривалась простейшая модель прыжка – движение материальной точки. Требуется рассмотрение движения свободного твёрдого тела или по крайней мере модель плоскопараллельного движения и исследование устойчивости этого движения.

В работах [4, 5, 6, 20] рассматривался вопрос о безопасности приземления, в [19] экспериментально исследованы нагрузки, которые испытывает прыгун в фазе приземления. Стоит задача рассмотрения сложной биомеханической модели лыжника и теоретический анализ усилий, которые испытывают суставы и мышцы нижних конечностей прыгуна при приземлении.

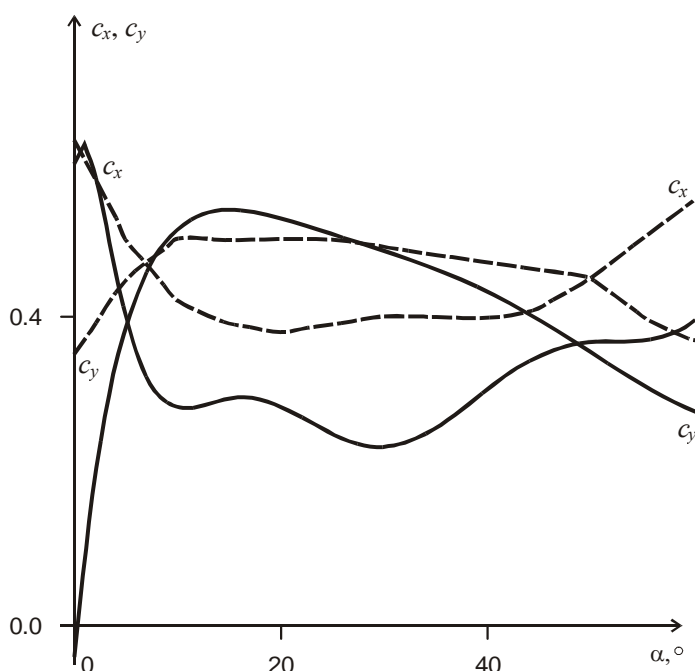


Рис. 9. Зависимость аэродинамических коэффициентов подъёмной силы и силы лобового сопротивления от угла атаки. Сплошная линия - аэродинамические коэффициенты, полученные из решения задачи обтекания модели лыжник-лыжи потоком воздуха, штриховая линия - найденные экспериментально в аэродинамической трубе для фигурок прыгунов в полётных стилях 1960-х годов [1].

Как перспективная рассматривается задача учёта проницаемости костюма лыжника и её влияние на дальность и устойчивость полёта.

В известных работах не проанализированы перегрузки, испытываемые лыжником в фазе разгона при движении по криволинейному профилю горы разгона. Решение этой задачи связано с проблемой оптимизации профиля горы разгона.

И, наконец, теоретически неисследованной остаётся фаза отталкивания и формирования обтекаемой и устойчивой позы лыжника. Известные экспериментальные данные по исследованию этой фазы [9-18] являются базой для теоретического анализа вопроса.

Литература

1. ГРОЗИН Е.А. **Прыжки с трамплина**. Москва, Физкультура и спорт, 1971.
2. РЕМИЗОВ Л.П. Максимальная дальность прыжка с трамплина. **Теория и практика физической культуры**, 3: 73-75, 1973.
3. REMIZOV L.P. Biomechanics of optimal ski jump. **J Biomechanics**, 3: 167-171, 1984.
4. NYASHIN Y.I., PODGAYETS A.R., RUDAKOV R.N. Mechanics of a ski jump. **Russian Journal of Biomechanics**, 1(1-2): 89-97, 1998.
5. PODGAYETS A., RUDAKOV R. Computer modelling of a ski jump. Proceedings of XVI International Symposium on Biomechanics in Sports. Book 1. Riehle H. J., Vieten M. M. (Editors), UVK-Universitätsverlag Konstanz GmbH, 372-375, 1998.
6. PODGAYETS A.R., RUDAKOV R.N., GITMAN M.B., SHVETSOV B.S. Stochastic optimization of ski-jumper's flight. Proceedings of VI International Sport Kinetics Conference "**Theories of Human Motor Performance and their Reflections in Practice**". Strojnik V., Usaj A. (Editors), University of Ljubljana, Faculty of Sport, 281-284, 1998.
7. БАГИН Н.А., ВОЛОШИН Ю.И., ЕВТЕЕВ В.П. К теории полёта лыжника при прыжке с трамплина. **Теория и практика физической культуры**, 2: 9-11, 1997.
8. ПЕТРОВ В.А., ГАГИН Ю.А. **Механика спортивных движений**. Москва, Физкультура и спорт, 1974.
9. VIRMAVIRTA M., KOMI P.V. The take-off forces in ski jumping. **International Journal of Sport Biomechanics**, 5: 248-257, 1989.
10. МАСАЛЬГИН Н.А., ЖИЛЯКОВ А.А., ФАЛАЛАЕВ А.Г. Зависимость между взрывной силой мышц и длиной прыжка на лыжах с трамплина у лыжников двоеборцев в различные периоды тренировки. **Теория и практика физической культуры**, 4: 40-41, 1993.
11. SASAKI T., TSUNODA K., HOSHINO H. Three techniques of ski jump take-off modeled by changes of joint angle. Proceedings of XVI International Symposium on Biomechanics in Sports. Book 1. Riehle H. J., Vieten M. M. (Editors), UVK-Universitätsverlag Konstanz GmbH, 233-236, 1998.
12. VAVERKA F., JANURA M., ELFMARK M., SALINGER J., McPHERSON M. Inter- and intra-individual variability of the ski-jumper's take-off. In: Muller E., Schwameder H., Kornexl E., Raschner C. (Editors). **Science in Skiing**, London: E&FN Spon., 61-71, 1997.
13. KOMI P.V., VIRMAVIRTA M. Ski-jumping take-off performance: determining factors and motodological advances. In: Muller E., Schwameder H., Kornexl E., Raschner C. (Editors). **Science in Skiing**, London: E&FN Spon., 3-26, 1997.
14. SASAKI T., TSUNODA K., NISHIZONO H. Video analysis of take-off actions in ski jumping. Proceedings of XII International Congress of Biomechanics. Los Angeles, UCLA, 203-204, 1991.
15. VIRMAVIRTA M., KOMI P.V. Measurement of take-off forces in ski-jumping Part I. **Scandinavian Journal of Medicine and Science in Sports**: 229-236, 1993.
16. VIRMAVIRTA M., KOMI P.V. Take-off analysis of a champion ski jumper. Proceedings of XIV International Congress of Biomechanics. Los Angeles, UCLA, 418-419, 1995.
17. COLJA I., STROJNIK V., JOST B. Inverse dynamics of take-off on ski-jumping simulator. Proceedings of XII International Symposium on Biomechanics in Sports. Barabas A., Fabian G. (Editors), Budapest, Hungarian University of Physical Education, 282-284, 1994.
18. VAVERKA F., JANURA M. A longitudinal study of the take-off and transition phase in ski-jumping at Intersporttournee Innsbruck 1992-1994. Proceedings of XII International Symposium on Biomechanics in Sports. Barabas A., Fabian G. (Editors), Hungarian University of Physical Education, 278-281, 1994.
19. VOLPE A., BURATTO A., CASADIO G., TOFFOLO M. Telemark: pressure analysis and motion during downhill skiing. Proceedings of XVI International Symposium on Biomechanics in Sports. Book 2. Riehle H. J., Vieten M. M. (Editors), UVK-Universitätsverlag Konstanz GmbH, 263-265, 1998.
20. PODGAYETS A.R., RUDAKOV R.N. Evaluation of the effect of ski-jumper's aerodynamics quality on safety of landing. **Russian Journal of Biomechanics**, 3 (3): 91-98, 1999.
21. БОЖЕНИНОВ О.М. Факторы, влияющие на результат в прыжках с трамплина на лыжах и эволюцию техники полёта. **Теория и практика физической культуры**, 1: 37-40, 1995.

BIOMECHANICAL PROBLEMS OF A SKI JUMP

A. R. Podgayets, R. N. Rudakov (Perm, Russia)

Ski-jumping is one of the most technically complicated kinds of sports. The achievements of ski-jumpers are commonly caused by practical activity of trainers and sportsmen; the mathematical modeling of a ski jump with regard to the individuality of sportsmen is only at the stage of development. The works on ski-jumping are either experimental or theoretical. The book of E.A. Grozin [1] and his measurement of aerodynamical coefficients is the most outstanding experimental research till today and works of L.P. Remizov [2-3] about optimal attack angles of the ski-jumpers are the most famous of theoretical papers. Recent investigations [4-6] combine these approaches and hold theoretical analysis on the basis of videorecording of ski jumps of the best world sportsmen; the authors also try to find aerodynamic coefficients theoretically. The safety of the flight is taken into account for the first time in these works. Ref. 21.

Key words: ski jump, aerodynamic coefficients, optimal trajectory

Получено 17 мая 2000