

УДК 539.3

УПРАВЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЕЙ ФЕРРОЭЛАСТОВ С ПОМОЩЬЮ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Ю.Л. Райхер, О.В. Столбов

Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук, Россия, 614013, Пермь, ул. Академика Королева, 1, e-mails: raikher@icmm.ru, sov@icmm.ru

Аннотация. В работе описаны характерные свойства новых функциональных материалов – мягких магнитных эластомеров (ММЭ), сформулирован континуальный подход к их моделированию и записана система уравнений изотермической равновесной магнитомеханики этих сред. Для простейшего геометрического тела – сферы – рассмотрен вызываемый намагничиванием стрикционный эффект, который в реальных ММЭ достигает сотен процентов. В пределе малых деформаций задача имеет точное решение, которое противоречит известной гипотезе о том, что в результате стрикции шар принимает форму сфероида. Выполненное сравнение с экспериментом показало, что линейное приближение (малые деформации) пригодно при вытяжке тела до 15%. Для конечных деформаций разумные результаты дает модель, в которой использованы простое (пусть и не строгое) приближение сфероида и уравнение магнитного состояния, учитывающее насыщение намагниченности. Применение гигантской стрикции мягких магнитоэластов рассматривается как перспективный путь создания искусственных биосистем, в частности, в процессах биотехнологии.

Ключевые слова: мягкий магнитный эластомер, магнитострикция.

Введение

Названием ферроэласт, или магнитный эластомер, обозначают материал, получаемый наполнением упругой (вязкоупругой) полимерной матрицы дисперсным ферромагнетиком или ферритом. Мягкие системы такого типа на основе гелей и сильно пластифицированных каучуков были созданы совсем недавно и сразу привлекли большое внимание [1–7]. Характеристика «мягкий» в их названии указывает на относительно малые значения модуля упругости ($\lesssim 10^4$ Па). Интерес к этим материалам обусловлен, в первую очередь, тем, что в ответ на приложенное магнитное поле они проявляют сильный – до сотен процентов – стрикционный (магнитодеформационный) эффект. Использование гигантской стрикции мягких магнитоэластов (ММЭ) рассматривается как перспективный путь создания искусственных мускулов, активных элементов микроманипуляторов, адаптивных покрытий и т.п. Уникальность ММЭ как функциональных материалов состоит в том, что для магнитных полей умеренной величины (до 1 Тесла) и низкой частоты подавляющее большинство веществ, в том числе все биологические среды и живые ткани, практически «прозрачны». Иными словами, приложение поля никак не влияет на

их статические свойства и динамическое поведение¹. Беспрепятственное проникновение поля сквозь слой неорганического вещества или живой ткани (относительная магнитная проницаемость этих сред с высокой точностью близка к значению для вакуума) открывает возможность дистанционно управлять механикой и теплофизикой ММЭ. В первом случае приложенное поле используется для того, чтобы влиять на изменение формы образца и создавать в нем самом или, через него, в окружающей среде механические напряжения. Во втором случае переменное поле, воздействуя на магнитную компоненту композита, вызывает нагрев образца и передачу тепла от него в окружающую среду. Конечно, подобное разделение эффектов имеет схематический характер, поскольку в реальных ММЭ указанные механизмы всегда действуют совместно. Так, вызываемые приложением поля деформации в той или иной мере сопровождаются диссипативным нагревом, и наоборот, индукционный разогрев магнитоэласта обязательно вызывает изменение его реологических свойств. Однако часто оказывается, что какой-то из эффектов преобладает, и предложенная классификация оказывается полезной; при построении же математических моделей поведения ММЭ она просто необходима.

В настоящей работе рассмотрен механизм магнитострикционного эффекта в ММЭ, представлена общая система уравнений магнитоупругости и в качестве примера дан расчет магнитодеформационного поведения простейшего геометрического тела – сферы. Эта иллюстративная задача позволяет получить представление о том, в каком качестве детали из ММЭ можно использовать в биомеханике для моделирования и, в дальнейшем, для разработки новых конструкций.

Все изложенные ниже результаты относятся к изотермической ситуации, то есть получены в пренебрежении тепловым действием поля и его влиянием на реологию материала. Такое всегда возможно, если магнитное поле изменяется достаточно медленно, квазиравновесно. Именно изотермическая теория ММЭ получила к настоящему моменту наибольшее развитие.

Механизм магнитострикционного эффекта в мягком магнитоэласте

Как упоминалось, основу всех приложений ММЭ составляет магнитострикционный эффект. Он заключается в том, что образец ферроэласта под действием поля сильно изменяет свою форму [8, 9]. Отметим, что рассматриваемый эффект имеет совершенно иную природу по сравнению с классической магнитострикцией ферромагнетиков, обусловленной спин-орбитальным взаимодействием в кристаллической решетке. В самом деле, характерные величины деформаций, вызываемых магнитокристаллической стрикцией, имеют порядок 10^{-6} . Так что, хотя в каждой из феррочастиц ММЭ приложение поля возбуждает кристаллическую магнитострикцию, ее вклад в деформацию полимерного композита пренебрежимо мал. Механизм магнитострикции ММЭ легко понять, если представить, что этот материал является однородной намагничивающейся средой. ММЭ определенно близок к таковой на макроскопических масштабах, учитывая высокую (от микрона до десятков нанометров) дисперсность частиц и их сильную связь с матрицей. Этот модельный континуум дополнительно к обычным переменным теории упругости (тензоры напряжений и деформаций) будем характеризовать полем вектора намагниченности \mathbf{M} , то есть распределением удельного магнитного момента вещества.

¹ Авторы оставляют в стороне электродинамику сверхслабых электрических токов биологического происхождения, она ни в коей мере не является предметом изучения в настоящей работе.

Будем полагать модельный ММЭ, как это часто бывает в действительности, магнитомягким. Иными словами, он намагничивается только в результате приложения внешнего поля. Это предположение отнюдь не противоречит утверждению о том, что материал создан на основе субмикронных зерен ферромагнетика, поскольку имеется несколько причин, по которым спонтанная намагниченность ММЭ может отсутствовать. Так, частицы *микронного* размера (железо, никель, ферриты) в отсутствие внешнего поля находятся в многодоменном или в так называемом «полуторадоменном» состояниях и, следовательно, размагничены по термодинамическим причинам. Частицы *наноразмера* – иной случай, поскольку они всегда однодоменны, то есть намагничены до насыщения, и независимо от природы ферромагнетика имеют выраженную магнитную анизотропию. Однако в столь малых частицах тепловая энергия становится соизмеримой или большей, чем энергия анизотропии, в результате чего магнитный момент m оказывается вовлеченным в интенсивное внутреннее вращательное броуновское движение, и его проекция m на любую ось за малое время самоусредняется до нуля. Указанное свойство называется *суперпарамагнетизмом*, ансамбль таких частиц размагничен по кинетическим причинам.

Приведенные соображения показывают, что предложенная макроскопическая модель магнитомягкого континуума пригодна в целом для всех известных ММЭ. Более того, даже если предположить, что композит создан на основе микронных частиц с высокой магнитной жесткостью (хотя примеры пока неизвестны), то в тех случаях, когда при изготовлении его не текстурировали, начальным состоянием материала все равно будет $M=0$, поскольку магнитные моменты отдельных частиц ориентированы в нем случайным образом.

В модели намагничивающейся сплошной среды, которую мы используем, причиной появления стрикционного эффекта является пондеромоторная сила с объемной плотностью $f = \mu_0 (M \cdot \nabla) H$, возникающая в любом неоднородном внешнем поле H_0 [10]; здесь μ_0 – магнитная постоянная системы единиц СИ, H – магнитное поле внутри тела. Назовем этот стрикционный механизм объемным. Он не только вызывает неоднородные напряжения и деформации в образце ММЭ, но и заставляет его втягиваться как целое в область концентрации поля. В работах [1, 3] на примере гидрофильных феррогелей (взвеси наночастиц магнетита в поливинилово-спирте) даны убедительные доказательства существования объемной магнитострикции ММЭ и значительной величины этого эффекта.

В однородном внешнем поле ($dH_0/dr = 0$) ММЭ демонстрируют несколько другой тип стрикционного поведения. При этом следует различать случаи неоднородного и однородного внутреннего поля H . Так, в теле неэллипсоидальной формы или в теле с неоднородными магнитными свойствами поле H неоднородно. В результате возникает симметричное относительно центра масс, но в остальном неоднородное, объемное распределение силы f , которое и вызывает деформацию. Простейшая постановка задачи о стрикции ММЭ – это расчет деформации эллипсоидального образца в однородном внешнем поле H_0 . Тогда поле H также однородно, объемная магнитная сила тождественно обращается в нуль и единственной причиной стрикции являются магнитные полюса, возникающие на поверхности тела при его намагничивании. Взаимодействие этих полюсов создавшим их полем H_0 пропорционально $\mu_0 (M \cdot n)^2$, где n – вектор внешней нормали, и индуцирует неоднородное распределение поверхностного давления. Образец в целом, конечно, неподвижен, но поверхностное давление стремится изменить его форму: вытянуться вдоль направления приложенного поля, то есть вызывает магнитострикцию. Все указанные выше разновидности магнитострикционного эффекта в ММЭ были

обнаружены и подтверждены экспериментально. Наблюдения для сферы и оценочные измерения ее стрикции в однородном поле были проведены в работах [5, 6], где изученный ММЭ представлял собой слабосшитый силоксановый каучук, наполненный мелкодисперсным железом. Данные работы [6] мы используем ниже для сопоставления с теорией.

Элементарное количественное описание стрикционного эффекта можно получить в готовом виде. Для этого нужно взять решение одной из задач по электростатике диэлектриков из книги [10] и записать его, используя аналогию между электрическими и магнитными величинами. Напомним ход рассуждений. Рассматривается изменение формы упругого (по Гуку) диэлектрического шара, вызванное включением однородного электрического поля; материал шара полагается несжимаемым. Под действием поля шар становится электрическим диполем с моментом равным произведению эффективной величины одного индуцированного заряда на расстояние между центрами зарядов противоположного знака. Поскольку энергия взаимодействия диполя с приложенным однородным полем пропорциональна дипольному моменту, то в случае деформируемого шара понижение электрического потенциала достигается увеличением эффективного расстояния между поляризационными зарядами, то есть удлинением образца в направлении поля. Этой деформации противостоят силы упругости, растущие вместе с растяжением; баланс электрических и механических напряжений определяет конфигурацию тела, равновесную в данном поле. Существенно, что решение [10] строится в предположении о том, что намагниченная сфера из ММЭ принимает форму эллипсоида вращения. Такой расчет в приближении малых деформаций легко выполняется; после перехода в [10] от электростатических величин к их магнитостатическим аналогам находим

$$\varepsilon = \frac{1}{15} \mu_0 M^2 / G, \quad (1)$$

где ε – относительное изменение расстояния между крайними точками образца в направлении поля, а G – модуль сдвига. Принимая для ММЭ, как это часто делается, линейный закон намагничивания $M = \chi H$, получаем связь между внутренним и приложенным полями в виде

$$H = H_0 - NM, \quad H = H_0 / (1 + N\chi); \quad (2)$$

здесь N – размагничивающий фактор сфероида в направлении поля, для сферы $N = 1/3$, а χ – начальная магнитная восприимчивость ММЭ. Как видно из формулы (1), стрикционное удлинение четно по полю. Этот факт отражает симметрию рассматриваемого эффекта: он зависит от величины поля, но инвариантен по отношению к инверсии направления последнего.

Общая система уравнений. Магнитострикция сферы без геометрических ограничений

Главные достоинства приведенного выше решения – чрезвычайная простота и ясность. Правда, достигнуты они за счет существенной схематизации задачи. Действительно, в основе классического решения Ландау–Лифшица лежит предположение о том, что эластичный сфероид всегда остается таковым. Принятие этого условия позволяет использовать точные решения и для магнитостатики (отсутствует объемный магнитный заряд), и для упругости (однородная деформация). В результате задача сводится к легко разрешимому уравнению для единственной

переменной (эксцентриситет). Между тем уже простой анализ показывает, что сохранение сфероидальности – это «стороннее» требование, не имеющее иных оснований кроме, разве что, интуиции. Отметим, что в книге [10] какое бы то ни было обсуждение его совместности с базовыми уравнениями магнитостатики и теории упругости отсутствует.

Приведенные соображения дают основание утверждать, что при расчете магнитоупругости постулат эллипсоидальности избыточен и, более того, несовместим с правильным решением. При последовательном рассмотрении задачи форма, которую тело принимает при намагничивании, должна находиться без дополнительных условий. Чтобы построить такое решение, запишем общую систему континуальных уравнений для изотермического ММЭ, связав в ней две задачи: магнитоэластическую и упругую. Начнем с магнитоэластической части. При отсутствии токов напряженность магнитного поля можно представить как градиент скалярной функции ψ (магнитный потенциал) посредством $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 - \nabla\psi$, что с учетом соленоидальности поля в веществе, $\nabla \cdot (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = 0$, дает известное уравнение

$$\Delta\psi = \nabla \cdot \mathbf{M}; \quad (3)$$

здесь Δ – пространственный оператор Лапласа. В общем случае намагниченность в точке зависит как от поля \mathbf{H} , так и от механической деформации, то есть среда характеризуется уравнением магнитного состояния

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{H}, \mathbf{e}), \quad (4)$$

где \mathbf{e} – тензор деформаций. Соотношение между магнитными векторами на поверхности образца следует из условий непрерывности нормальной компоненты магнитной индукции и тангенциальной компоненты напряженности:

$$\left. \frac{\partial\psi^{(i)}}{\partial n} \right|_{\Gamma} - \left. \frac{\partial\psi^{(e)}}{\partial n} \right|_{\Gamma} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma}, \quad \psi^{(i)} \Big|_{\Gamma} = \psi^{(e)} \Big|_{\Gamma}, \quad (5)$$

здесь Γ – граница тела, а \mathbf{n} – вектор внешней нормали к ней. Здесь и далее верхние индексы (i) и (e) отмечают значения величин внутри тела и вне его соответственно.

Условие баланса сил внутри ММЭ выражается уравнением

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} = 0, \quad (6)$$

где \mathbf{T} – тензор напряжений Коши. В равновесии на границе выполняется условие баланс внешнего и внутреннего давлений:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \Big|_{\Gamma} = \frac{1}{2} \mu_0 M_n^2 \mathbf{n} \Big|_{\Gamma}, \quad (7)$$

здесь $M_n = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$ — компонента намагниченности нормальная к Γ . Уравнение упругого состояния в общем случае содержит зависимость напряжений от магнитного поля:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}(\mathbf{e}, \mathbf{H}). \quad (8)$$

Соотношения (2)–(8) образуют замкнутую систему уравнений статической задачи магнитоупругости, решение которой после конкретизации уравнений магнитного (4) и упругого (8) состояния должно полностью определять как распределение магнитного и упругого полей, так и форму, принимаемую образцом ММЭ.

Задача о магнитоупругости сплошной сферы из ММЭ без наложения обязательной эллипсоидальности намагниченного тела решена в работе [11]. В пределе малых деформаций уравнение магнитного состояния (4) не содержит \mathbf{e} , так что расчеты внутреннего магнитного поля и полей механических напряжений могут быть

выполнены независимо. Здесь удалось найти точное решение и получить аналог формулы (1) в виде

$$\varepsilon = \frac{5}{57} \mu_0 M^2 / G. \quad (9)$$

В отличие от классического в новом решении поля напряжений и деформаций внутри тела неоднородны, что иллюстрируют рис. 1 и 2. На них изображена лишь четверть меридионального сечения сферы, поскольку задача имеет осевую симметрию вокруг направления поля и плоскость симметрии нормальную к этой оси; система координат выбрана цилиндрической $\{\rho, \theta, z\}$, ось Oz направлена вдоль \mathbf{H}_0 . Как видно из рис. 1, своих наибольших значений диагональные компоненты тензора напряжений достигают на полюсах сферы; на экваторе они ослабевают, а компонента $T_{\theta\theta}$ даже становится отрицательной. Распределение деформаций показано на рис. 2. Наибольшие растяжения приходятся на центральную часть образца, а максимальные сдвиговые – на поверхностные «пояса», расположенные при $\alpha = 45^\circ$ и 135° , здесь α – широтный угол между радиус-вектором точки на поверхности образца и осью Oz . В полярных зонах образуется тонкий поверхностный слой (на рисунке он заштрихован), где материал испытывает продольное сжатие ($e_{zz} < 0$). В целом же точный расчет показывает, что магнотстрикционный эффект даже в сфере из однородного материала и даже в сколь угодно малом однородном магнитном поле порождает неоднородное поле деформаций. Этот вывод принципиально отличается от постулатов однородности напряжений и деформаций и неизменной эллипсоидальности формы, на которых базируется решение Ландау–Лифшица [10]. Иными словами, полученный результат строго доказывает, что тело, в которое превращается сфера из ММЭ при намагничивании, не является эллипсоидом вращения.

Сравнение коэффициентов в соотношениях (1) и (9) позволяет оценить различие между точным расчетом стрикционного эффекта и вариационным подходом, использующим в качестве решения сфероид. Видно, что действительное удлинение сферы существенно отличается от классического предсказания: максимальное отклонение достигает 30%. Таким образом, если, например, использовать стрикцию сферического образца ММЭ для измерения модуля упругости (скажем, определяя величину ε/M^2), то при интерпретации данных по модели сфероида найденное значение G будет завышено относительно истинного примерно на треть.

Более детальное сравнение конфигураций, предсказываемых точным и приближенным решениями, представлено на рис. 3. Здесь в зависимости от широтного угла α показаны нормированные разности $\Delta \varepsilon = [(u_{\text{точн}} - u_{\text{прибл}})/u_{\text{точн}}]_{\rho,z}$ между точным и «сфероидальным» значениями компонент вектора смещений на границе тела; напомним, что в однородном магнитном поле центр тела неподвижен. Как видно, тело, в которое переходит сфера, оказывается по сравнению с эллипсоидом вращения равного объема длиннее в продольном направлении и уже – в поперечном. Заметим, однако, что представление параметра удлинения через намагниченность (или внутреннее поле) не позволяет увидеть прямую связь магнитной деформации сферы с причиной, ее вызывающей. Это обусловлено сложной зависимостью между полем, приложенным к образцу, и внутренним полем в нем. Действительно, соотношение (2) в общем случае представляет собой трансцендентное уравнение, откуда сначала находится внутреннее поле, а затем – намагниченность. Даже в случае линейного закона магнитного состояния указанная связь хотя и упрощается, но, как видно из (2), остается нелинейной. На рис. 4 показана построенная на основе точного решения зависимость удлинения сферы от магнитной восприимчивости материала χ . При линейном законе намагничивания кривая $\varepsilon(\chi)$ имеет универсальный характер,

поскольку удлинение можно нормировать на квадрат безразмерной напряженности $H_0\sqrt{\mu_0}/G$ приложенного магнитного поля. Напомним, что χ является непосредственно измеряемой характеристикой ММЭ, а H_0 – это параметр, прямо контролируемый в эксперименте.

Оценим величину предсказанного эффекта. Типичное значение восприимчивости ММЭ с объемным содержанием микрочастиц железа ~30 об.% составляет $\chi \sim 2$. Для этого случая из графика рис. 4 находим $\epsilon\mu_0 H^2/10G$, что при

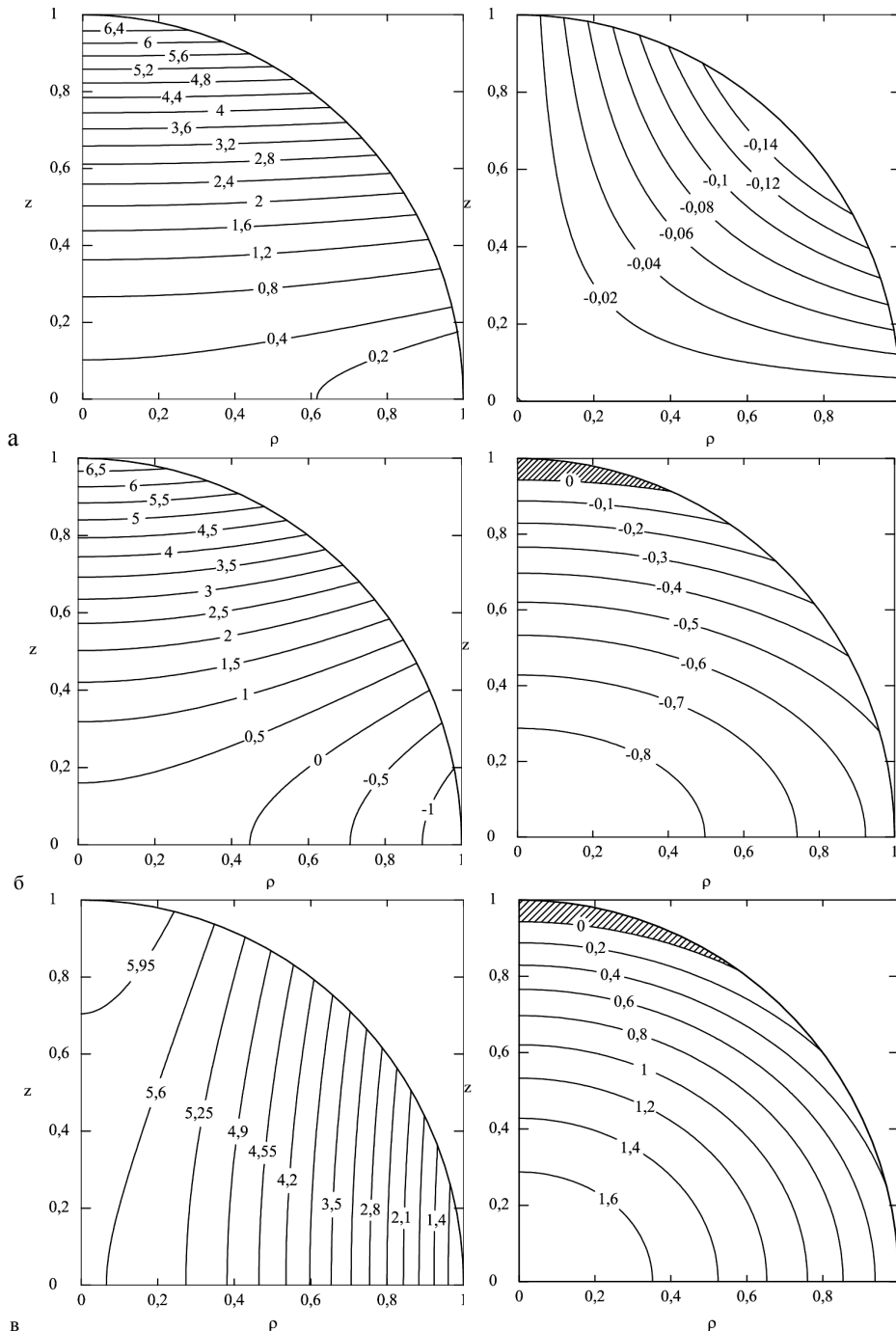


Рис. 1 (слева). Распределение напряжений в сферическом образце из несжимаемого ММЭ: $T_{\rho\rho}$ (а), $T_{\theta\theta}$ (б), T_{zz} (в); числа на изолиниях указывают значения T_{ik} в единицах $\mu_0 M^2/G$.
 Рис. 2 (справа). Распределение деформаций в сферическом образце из несжимаемого ММЭ: $e_{\rho z}$ (а), $e_{\theta\theta}$ (б), e_{zz} (в); числа на изолиниях указывают значения e_{ik} ; ось Oz направлена вдоль приложенного магнитного поля

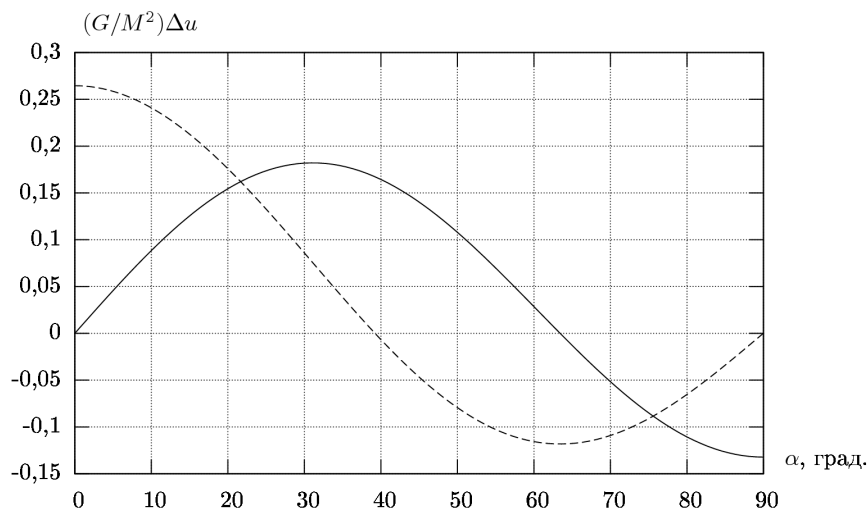


Рис. 3. Разность между точным решением и классической оценкой (сфероид) смещения поверхности сферы в зависимости от угла α ; сплошная линия – ρ -компонента, штриховая – z -компонента

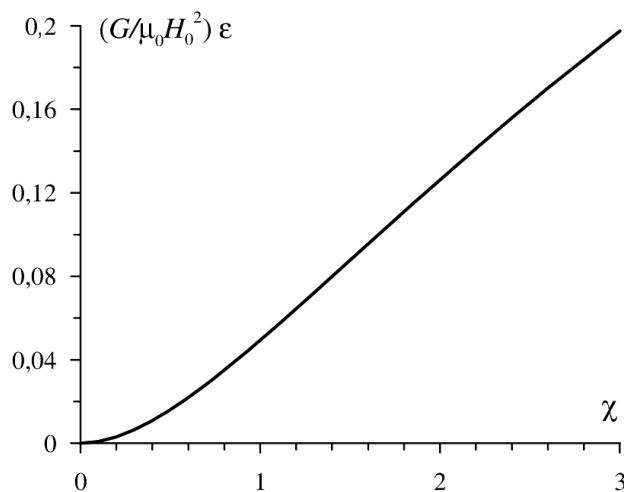


Рис. 4. Зависимость нормированного начального удлинения сферы (точное решение) от магнитной восприимчивости ММЭ

модулю упругости $G \sim 10^4$ Па приводит к соотношению $\epsilon \sim 10^{-11} H^2$. Отсюда следует, что удлинение сферы на 10–20% достигается в поле порядка 100 кА/м, которое можно без труда создать в обычных лабораторных условиях. Таким образом, магнестрикция ММЭ действительно является легко достижимым сильным эффектом.

Обсуждение результатов

Сопоставим наши расчеты с экспериментом [6]; это пока единственное известное нам измерение магнестрикционного эффекта в сфере из ММЭ. Для описания упругих свойств примем потенциал Трелоара, который при малых деформациях совпадает с гуковским и задается одним коэффициентом, пропорциональным модулю упругости: $C_1 = G/2$. В работе [6] простым механическим испытанием был определен модуль Юнга E материала при $H_0 = 0$, по этим данным в предположении о несжимаемости ММЭ авторы нашли $G = E/3 = 1,6 \cdot 10^3$ Па. Оценка восприимчивости по кривой намагничивания ММЭ из [6] дала значение $\chi = 1,9$. Этих двух материальных параметров достаточно для того, чтобы рассчитать стрикционный

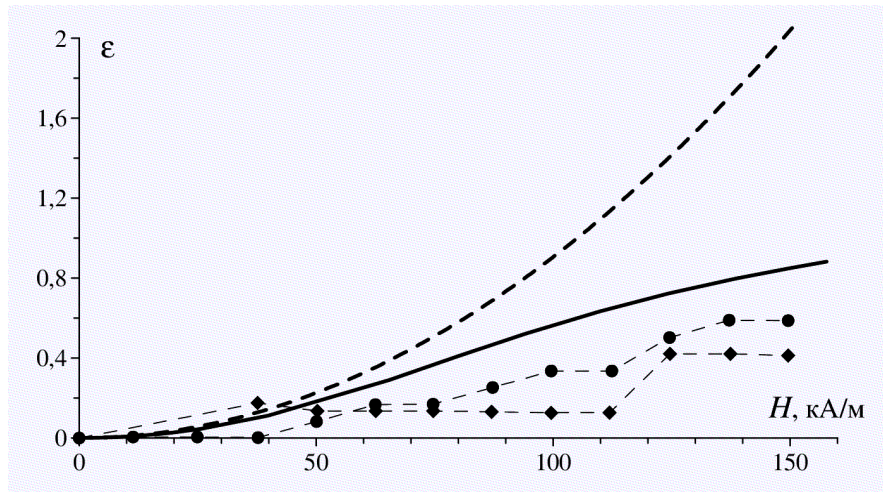


Рис. 5. Зависимость удлинения сферы из ММЭ от приложенного поля; кружки – по измерениям [6] продольного удлинения, ромбы – то же по поперечному сжатию, штриховая линия – расчет в пределе малых деформаций, по формуле (9), сплошная линия – расчет в приближении сфероида с учетом насыщения намагниченности

эффект в рассматриваемой модели. Сравним результаты расчетов безразмерного удлинения сферы ε и эксперимента по измерению этой величины. На рис. 5 символами показаны значения ε , рассчитанные по приведенным в [6] данным о продольном удлинении (кружки) и поперечном сжатии (ромбы), в эксперименте они регистрировались одновременно. В идеальных условиях точки должны были бы совпасть, их расхождение характеризует точность измерений. Штриховая линия на рис. 5 показывает зависимость $\varepsilon(H_0)$, построенную по формуле (1), то есть в приближении малых деформаций.

Сплошная линия на этом рисунке – результат модифицированного аналитического расчета, где использовалась модель сфероида, но уравнение магнитного состояния (4) принималось нелинейным. А именно, кривая намагничивания моделировалась функцией Ланжевена: $M=M_0L(H/H_*)$ с подбором предельного значения M_0 и масштабного множителя H_* из эксперимента. При этом авторы по-прежнему полагали намагниченность независимой от деформаций. Таким образом, было построено приближение, явно учитывающее насыщение намагниченности ММЭ. Несмотря на его грубость, например, оно дает в начале координат заниженное по сравнению с точным решением значение производной $d\varepsilon/dH_0$, эта модель гораздо лучше согласуется с результатами измерений при больших полях.

Как видно из рис. 5, в полях менее 50 кА/м (удлинение $\approx 15\%$) предсказания линейной теории и самосогласованного расчета практически совпадают и при этом удовлетворительно описывают экспериментальные значения; в более сильных полях приближение малых деформаций, как и следовало ожидать, существенно завышает значения $\varepsilon(H_0)$. Кривая, соответствующая расчету, учитывающему нелинейность намагничивания, качественно отличается от параболы, описывающей предел малых деформаций, и проходит много ближе к экспериментальным точкам. С увеличением поля эта кривая замедляет свой рост, что указывает на переход к насыщению. Насыщение всех магнитных зависимостей в сильном поле – принципиальное свойство ММЭ. В самом деле, после того как тело полностью намагничено, дальнейший рост приложенного поля уже не может повлиять на его состояние.

Выполненное сравнение показывает, что имеющиеся простые модели качественно правильно описывают магнитоэлектрический эффект в ММЭ, то есть

можно с уверенностью говорить о том, что принципиальное понимание явления достигнуто. В то же время расхождения между теорией и экспериментом значительны, так что возможности количественного расчета деформаций ММЭ пока ограничены. Для прогресса в этом направлении необходимы более детальное численное моделирование, с одной стороны, и повышение точности измерений – с другой.

Выводы

Магнитострикционный эффект в сфере – это лишь простейший демонстрационный пример задачи, решаемой посредством системы уравнений (2)-(8). В целом она обладает значительной общностью и позволяет рассматривать магнитную стрикцию тел произвольной формы, в том числе многосвязных [12, 13]. С помощью этой системы, комбинируя однородное и неоднородные поля, можно рассчитывать такие режимы, где элемент из ММЭ будет при намагничивании проходить заданную последовательность форм или, будучи частично или полностью закрепленным, создавать заданную последовательность и направление сил. Напомним, что магнитострикционный эффект в ММЭ управляется дистанционно полями умеренной величины, легко создаваемыми в лабораторных условиях с помощью соленоидов, электро- или постоянных магнитов. С учетом указанных обстоятельств приходим к выводу, что использование ММЭ открывает возможность создания принципиально новых натуральных динамических моделей для изучения биомеханики органов и узлов костно-мышечного аппарата.

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 04-02-96034, 05-02-16949 и 06-02-00723) и CRDF (Award PE-009), а также благодаря финансированию в рамках Программы поддержки молодых ученых УрО РАН.

Список литературы

1. *Zrinyi, M.* Deformation of ferrogels induced by nonuniform magnetic fields / M. Zrinyi, L. Barsi, A. Buki // *Journal of Chemical Physics.* – 1996. – Vol. 104, No. 21. – P. 8750-8756.
2. *Kato, N.* Magnetically driven chemomechanical device with poly(N-isopropylacrylamide) hydrogel containing $\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$ / N. Kato, Y. Takizawa, F. Takahashi // *Journal of Intelligent Materials, Systems and Structures.* – 1997. – Vol. 8, No. 7. – P. 588-596.
3. *Zrinyi, M.* Direct observation of abrupt shape transition in ferrogels induced by nonuniform magnetic field / M. Zrinyi, L. Barsi, D. Szabo, H.-G. Kilian // *Journal of Chemical Physics.* – 1997. – Vol. 106, No. 13. – P. 5685-5692.
4. *Zrinyi, M.* Ferrogel: A new magneto-controlled elastic medium / M. Zrinyi, L. Barsi, A. Buki // *Polymer Gels and Networks.* – 1997. – Vol. 5. – P. 415-427.
5. *Никитин, Л.В.* Влияние магнитного поля на упругие и вязкие свойства магнитоэластиков / Л.В. Никитин, Л.С. Миронова, Г.В. Степанов, А.Н. Самусь // *Высокомолекулярные соединения, сер. А.* – 2001. – Т. 43, вып.4. – С. 698-706.
6. *Никитин, Л.В.* Магнитные, упругие, структурные и магнитодеформационные свойства магнитоэластиков / Л.В. Никитин, Л.С. Миронова, К.Г. Корнев, Г.В. Степанов // *Высокомолекулярные соединения, сер. А.* – 2004. – Т. 46, вып. 3. – С. 498-509.

7. *Galiccia, J.A.* Designing magntic composite materials using aqueous magnetic fluids / J.A. Galiccia, O. Sandre, F. Cousin, D. Guemghar, C. Menager, V. Cabuil // *Journal of Physics: Condensed Matter Physics*. – 2003. – Vol. 15, No. 15. – P. S1379-S1402.
8. *Корнев, К.Г.* Изменение формы сферического образца ферроэласта в однородном магнитном поле / К.Г. Корнев, Л.В. Никитин, Л.С. Миронова // *Новые магнитные материалы для микроэлектроники (НМММ-16): тезисы докладов Международной школы-семинара. Москва, 22–26 июня 1998 г.* – М.: Изд-во МГУ, 1998. – С. 387-388.
9. *Райхер, Ю.Л.* Магнитодеформационный эффект в ферроэласте / Ю.Л. Райхер, О.В. Столбов // *Письма в Журнал технической физики*. – 2000. – Т. 26, вып. 4. – С. 47-53.
10. *Ландау, Л.Д.* Электродинамика сплошных сред / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. Гл. 1, 2.
11. *Райхер, Ю.Л.* Деформационное поведение эллипсоидального образца феррогеля в однородном магнитном поле / Ю.Л. Райхер, О.В. Столбов // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2005. – Вып. 3. – С. 153-164.
12. *Raikher, Yu.L.* Magnetodeformational effect in ferrogel objects / Yu.L. Raikher, O.V. Stolbov // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2005. – Vol. 289. – P. 62-65.
13. *Raikher, Yu.L.* Deformation of a ferovesicle in a uniform magnetic field / Yu.L. Raikher, O.V. Stolbov // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. – 2006. – V. 300. – P. e199-e202.

MAGNETIC FIELD CONTROL OVER DEFORMATIONS OF FERROELASTS

Yu.L. Raikher, O.V. Stolbov (Perm, Russia)

Specific properties of new functional materials – soft magnetic elastomers (SME), are described, a continual approach to their modelling is formulated, and a basic set of equations to study isothermal equilibrium magnetomechanics of these media is given. For a simplest geometrical body, a sphere, the striction effect induced by magnetization is considered; in real SME, it ranges as large as hundreds of percent. In small-strain limit, the problem admits an exact solution which unambiguously compromises the common hypothesis that under striction a sphere transforms into a spheroid. Comparison with the available experimental data shows that the linear approximation holds until the field-induced elongations do not exceed 15%. For finite deformations, reasonable results are provided by a model where a simple (although not rigorous) spheroid approximation is combined with the magnetic state equation that takes into account magnetization saturation. Utilization of giant striction of soft magnetic elastomers is considered to be promising from the point of view of creation of artificial biosystems, in particular, in processes of biotechnology.

Key words: soft magnetic elastomer, magnetistriction.

Получено 24 августа 2006